

Modulação Codificada por Blocos de Baixa Complexidade com Códigos de Comprimentos Diferentes

Rui Rodrigues Simões Júnior e Geraldo Gil Ramundo Gomes

Resumo—O objetivo deste artigo é apresentar esquemas de modulações codificadas por blocos onde são empregados códigos corretores de erros com comprimentos diferentes e de baixa complexidade de decodificação. Esta proposta é uma solução de compromisso para a obtenção de bons ganhos de codificação sem que a taxa de codificação implique em expansão da largura de faixa e alta complexidade de decodificação. A demonstração de conceito é feita através de simulações computacionais de uma modulação codificada QPSK sobre uma modulação sem codificação BPSK em canais AWGN e Rayleigh. Também verificou-se que utilizando algoritmos com decodificação suave sub-ótimos obtém-se ganho de codificação próximo ao ganho de codificação assintótico calculado.

Palavras-Chave—Modulação codificada por bloco (BCM), distância Euclidiana, arranjo de Sayegh, partição de conjunto de Ungerboeck.

Abstract—The objective of this article is to present schemes of block coded modulation employing error correction codes with different lengths and low decoding complexity. This proposal is a solution to obtain good coding gains without that the coding rate implies in expansion of bandwidth and high decoding complexity. The demonstration of concept was made through computations simulations for modulations coded QPSK over uncoded BPSK in AWGN and Rayleigh channels. Also it was verified that using suboptimum soft decoding algorithms was possible to obtain coding gains near of the asymptotic gain calculated.

Keywords—Block coded modulation (BCM), Euclidean distance, Sayegh's array, Ungerboeck's set partitioning.

I. INTRODUÇÃO

Uma das formas de realizar uma modulação codificada multinível, utilizando exclusivamente códigos de bloco lineares, consiste na construção de um arranjo de códigos conhecido como arranjo de Sayegh [1]. Nesta forma de codificação, cada linha do arranjo corresponde a uma posição específica de bit da palavra binária que identifica cada símbolo da constelação. Por sua vez, a identificação binária de cada símbolo da constelação é feita de acordo com a regra de partição de conjunto de Ungerboeck [2], que associa, para cada posição de bit da palavra binária que identifica um símbolo, a distância euclidiana necessária para produzir um erro naquela posição. O esquema de partição de conjunto de uma constelação 8-PSK, por exemplo, utilizada para a codificação é apresentado na figura 1, e o arranjo de códigos apresenta a configuração descrito na figura 2.

Rui Rodrigues Simões Júnior e Geraldo Gil Ramundo Gomes, Instituto Nacional de Telecomunicações - INATEL, Santa Rita do Sapucaí-MG, Brasil, E-mails: ruir@inatel.br, ge@inatel.br.

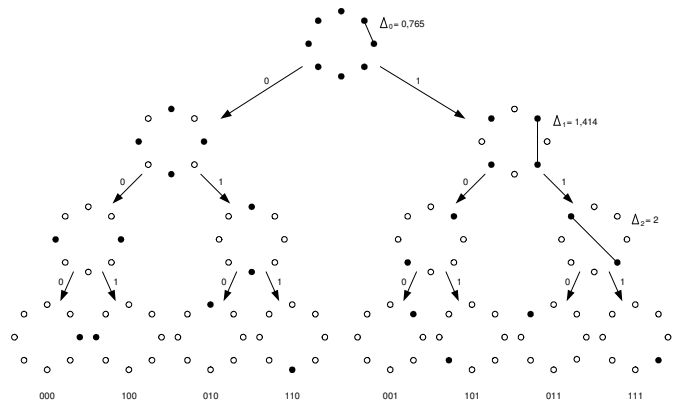


Fig. 1. Partição de conjunto de Ungerboeck para a constelação 8-PSK

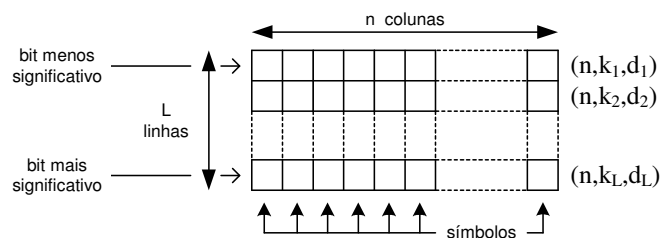


Fig. 2. Arranjo de Sayegh

Os códigos utilizados em cada linha do arranjo são escolhidos de acordo com o ganho assintótico desejado e com a distância euclidiana ao quadrado correspondente à cada nível da partição de conjunto da constelação codificada, que podem ser determinados, respectivamente, por [3][1]:

$$G_\infty = 10 \log_{10} \left[\frac{\log_2 M_c}{\log_2 M_u} R_c \frac{d_{E_{cmin}}^2}{d_{Eu}^2} \right] \quad [\text{dB}] \quad (1)$$

$$d_{E_{cmin}}^2 = \min (\Delta_0^2 d_1, \Delta_1^2 d_2, \dots, \Delta_i^2 d_L) \quad (2)$$

onde G_∞ é o ganho de codificação assintótico para canais AWGN, M_c e M_u são as cardinalidades das modulações codificada e não codificada respectivamente, R_c é a taxa de codificação, $d_{E_{cmin}}^2$ é a distância euclidiana mínima quadrática da constelação codificada, d_{Eu}^2 é a distância euclidiana quadrática da constelação sem codificação, d_L é a mínima distância de Hamming do código na L -ésima linha do arranjo, e Δ_i denota a distância euclidiana mínima entre os

símbolos no espaço de sinais para o nível i da partição de conjunto da constelação, para $i = 0, 1, \dots, L - 1$.

Como a escolha dos códigos para o arranjo é um processo essencialmente heurístico, uma boa quantidade de combinações de códigos podem satisfazer a um determinado objetivo de desempenho [4]-[8]. Entretanto, algumas conseqüências observadas a partir de (1) e (2) podem orientar a escolha dos códigos para a composição de um arranjo. Isto é:

- A obtenção de bons ganhos de codificação assintóticos pode implicar na utilização de códigos com distâncias mínimas consideravelmente altas, particularmente na primeira linha do arranjo;
- Para não comprometer o ganho, a relação entre $(\log_2 M_u)$ por $(\log_2 M_c)$ não deve exceder a taxa de codificação, R_c ;
- Para muitas aplicações a complexidade de decodificação não pode ser demasiadamente alta.

No entanto, tais orientações mostram-se conflitantes para a escolha dos códigos, pois:

- Bons códigos com distâncias mínimas consideravelmente altas são geralmente longos;
- Códigos longos podem ter alta complexidade de decodificação suave;
- Códigos curtos com distâncias mínimas consideravelmente altas podem comprometer a taxa de codificação e, conseqüentemente, o ganho de codificação.

O objetivo deste trabalho é mostrar que o uso de arranjos de códigos com comprimentos diferentes permite obter bons ganhos de codificação com baixa complexidade de decodificação suave, como uma solução alternativa ao tradicional arranjo de códigos de Sayegh [1]. Para isso, o assunto será tratado na seguinte seqüência: seção II Arranjo de códigos com comprimentos diferentes; seção III Algoritmo de decodificação; seção IV Resultados de simulações para canais AWGN e Rayleigh; e seção V Conclusão.

II. ARRANJO DE CÓDIGOS COM COMPRIMENTOS DIFERENTES

O ponto de partida para a construção de arranjos de códigos para canais AWGN foi um ganho assintótico mínimo igual a 4 dB. Desta forma, a Tabela I apresenta arranjos de códigos de comprimentos diferentes que resultam em ganhos assintóticos iguais ou maiores do que 4 dB, para as modulações BPSK, QPSK, 8-PSK e 16-QAM.

Conforme mostrado na Tabela I, os códigos utilizados na primeira linha apresentam a maior distância mínima de Hamming, pois estão associados a menor distância euclidiana da constelação [9], de acordo com o esquema de partição de conjunto de Ungerboeck [2]. Conseqüentemente, na última linha do arranjo encontram-se os códigos com as menores distâncias de Hamming [9]. Tomou-se ainda o cuidado de manter a taxa de codificação por arranjo das modulações codificadas aproximadamente igual as modulações não codificadas, com as quais são comparadas, para que ambas mantivessem a mesma eficiência espectral. Os esquemas de arranjos combinando códigos de comprimentos diferentes para formar o arranjo de Sayegh [1] tais como os apresentados na Tabela I, buscam

uma solução de compromisso entre a maximização da mínima distância euclidiana quadrática da modulação codificada e uma baixa complexidade de decodificação [10].

Ainda temos que a probabilidade de decodificar corretamente um arranjo, P_c , com L linhas de acordo com o algoritmo de decodificação de múltiplos estágios de Sayegh [1] é dado por:

$$P_c = p(c_1) \cdot p(c_2|c_1) \cdot p(c_3|c_1, c_2) \cdots p(c_L|c_{L-1}, \dots, c_1) \quad (3)$$

de onde temos que, $p(c_1)$ é a probabilidade de decodificação correta da primeira linha do arranjo, $p(c_1|c_2)$ é a probabilidade de decodificação correta da segunda linha do arranjo dado que a primeira linha foi corretamente decodificada, até $p(c_L|c_{L-1}, \dots, c_1)$ que indica a probabilidade de decodificação correta da L -ésima linha dado que a primeira, a segunda até a $L-1$ -ésima linha do arranjo foram decodificadas corretamente. A decodificação é realizado linha após linha, sendo que a decodificação da linha seguinte só acontece assumindo que a linha anterior foi decodificada corretamente.

TABELA I
ESQUEMA DE CODIFICAÇÃO COM ARRANJOS DE CÓDIGOS DE COMPRIMENTOS DIFERENTES PARA AS MODULAÇÕES M-PSK E 16-QAM.

| Esquema | Arranjo | R_c | d_{Eu}^2 | d_{Ecm}^2 | $G_\infty [dB]$ |
|--------------------------------|--|-------|------------|-------------|-----------------|
| $QPSK_c$ sobre $BPSK_u$ | (21, 11, 6) 3x(7, 3, 4) | 0,48 | 4 | 12 | 4,6 |
| $QPSK_c$ sobre $BPSK_u$ | (21, 11, 6) 3x(7, 4, 3) | 0,55 | 4 | 12 | 5,16 |
| $8PSK_c$ sobre $BPSK_u$ | (21, 1, 21) (21, 11, 6) 3x(7, 3, 4) | 0,33 | 4 | 12 | 4,77 |
| $8PSK_c$ sobre $BPSK_u$ | (21, 1, 21) (21, 11, 6) 3x(7, 4, 3) | 0,38 | 4 | 12 | 5,35 |
| $8PSK_c$ sobre $BPSK_u$ | (21, 1, 21) 3x(7, 3, 4) (21, 20, 2) | 0,47 | 4 | 8 | 4,56 |
| $16QAM_c$ sobre $QPSK_u$ | (21, 1, 21) (21, 11, 6) 3x(7, 4, 3) (21, 20, 2) | 0,52 | 2 | 4,8 | 4 |
| $16QAM_c$ sobre $8PSK_u$ | (21, 11, 6) 3x(7, 3, 4) (21, 20, 2) (21, 21, 1) | 0,73 | 0,585 | 2,4 | 6 |
| $16QAM_c$ sobre $8PSK_u$ | (21, 11, 6) 3x(7, 4, 3) (21, 20, 2) (21, 21, 1) | 0,76 | 0,585 | 2,4 | 6,2 |

III. ALGORITMO DE DECODIFICAÇÃO

Nas simulações computacionais, cujos resultados são apresentados na próxima seção, o algoritmo de decodificação utilizado foi o algoritmo de decodificação de múltiplos estágios de Sayegh [1]. Este algoritmo foi utilizado tanto na decodificação por decisão abrupta quanto na decodificação por decodificação suave.

Dos arranjos de códigos apresentados na Tabela I, escolheu-se o arranjo com os códigos (21, 11, 6) e 3x(7, 4, 3) em

uma modulação QPSK para comparação com uma modulação BPSK sem codificação, em canais AWGN e Rayleigh. O algoritmo de decodificação de múltiplos estágios, desenvolvido para estes códigos pode ser resumido nos seguintes itens:

- Os símbolos de uma modulação M-PSK podem ser representados por números inteiros sobre uma linha de números reais [3]. Assim sendo, os símbolos transmitidos são inteiros que, após a contaminação por ruído aditivo, são transformados em números reais de acordo com (4), conforme ilustrado na figura 3,

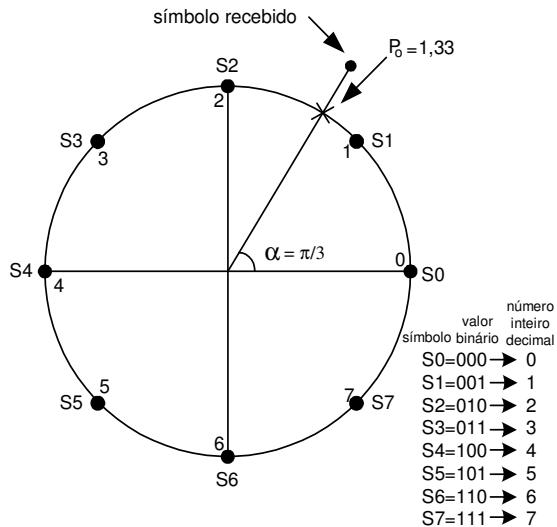


Fig. 3. Constelação 8-PSK para números inteiros transmitidos e reais recebidos

$$P_o = \frac{M\alpha}{2\pi} \tag{4}$$

onde M é a ordem da modulação PSK e α o ângulo formado entre a reta do ponto recebido bidimensional e a origem da circunferência.

- Cada um dos 21 símbolos recebidos, do arranjo transmitido, são aproximados para o inteiro mais próximo, sendo que as diferenças entre os valores dos reais recebidos e os inteiros obtidos por aproximação, são armazenados.
- O conjunto dos 21 símbolos, representados por inteiros, são transformados em símbolos binários e o arranjo binário com 21 colunas e duas linhas é remontado.
- Cada linha do arranjo é decodificada hierarquicamente, isto é, a segundo linha só é decodificada após a primeira linha ter sua decodificação dada por encerrada. No caso considerado, o primeiro estágio de decodificação consiste da decodificação do bloco de 21 bits da primeira linha de acordo com o código (21, 11, 6) com o qual esta linha foi codificada. No caso de decisão abrupta, este código é capaz de corrigir até dois erros em qualquer posição. Com a decisão suave, ele é capaz de corrigir até três erros em qualquer posição. No segundo estágio de decodificação, os 21 bits da segunda linha são divididos em três segmentos de 7 bits e os três segmentos são

decodificados de acordo com o código (7, 4, 3) utilizado para codificar esta linha. Este código é capaz de corrigir um erro em qualquer posição com decisão abrupta e até dois erros em qualquer posição com decisão suave.

- O processo de decodificação é encerrado quando todas as linhas do arranjo se transformam em palavras códigos.

IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES PARA CANAIS AWGN E RAYLEIGH

Nas simulações computacionais realizadas utilizou-se o arranjo com os códigos (21, 11, 6) e 3x(7, 4, 3) em uma modulação QPSK para comparação com uma modulação BPSK sem codificação, em canais AWGN e Rayleigh, conforme mencionado no item anterior. Este arranjo apresenta um ganho de codificação assintótico igual a 5,16 dB em canal AWGN. Para a obtenção dos resultados de simulação foi utilizado o algoritmo de múltiplos estágios de Sayegh, com decisão abrupta e com decisão suave, descrito de forma resumida no item anterior. As figuras 4 e 5 apresentam, respectivamente, os resultados de simulação para os canais AWGN e Rayleigh.

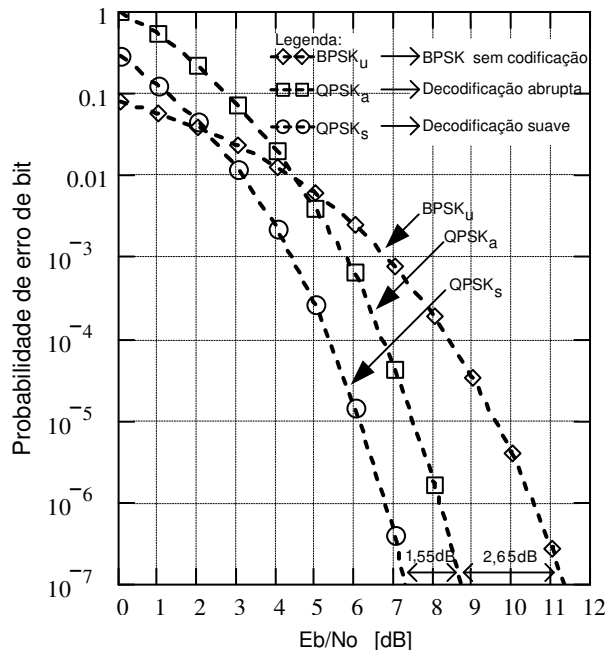
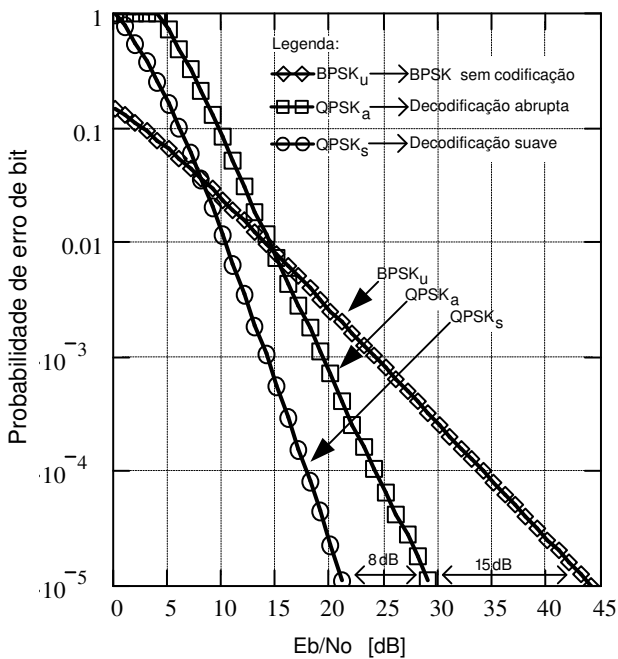


Fig. 4. Taxa de erro de bit para o canal AWGN

De acordo com a figura 4, para uma taxa de erro de bit igual a 10⁻⁷, o ganho de codificação para o canal AWGN, com a decodificação por decisão abrupta é igual a 2,65 dB, enquanto o ganho obtido com a decodificação por decisão suave é igual a 4,2 dB. Já para o canal com desvanecimento de Rayleigh, a figura 5 apresenta, para uma taxa de erro igual a 10⁻⁵, um ganho de codificação igual a 15 dB com a decodificação por decisão abrupta e 23 dB com a decodificação por decisão suave.



[9] Alister G. Burr, *Block Versus Trellis: An Introduction to Coded Modulation*. IEEE Electronics & Communication Engineering Journal, Vol. 5, No. 4, pp. 240-248, August 1993.
 [10] D.F. Yuan, C.X. Wang, Qi Yao, Z.G. Cao, *Comparison of Multilevel Coded Modulations with Different Decoding Methods for AWGN and Rayleigh Fading Channels*. IEEE ICC - International Conference on Communications, Vol. 3, pp. 1193-1197, New Orleans, USA, 18-22 June 2000.

V. CONCLUSÕES

A montagem de arranjo de códigos para modulações codificadas por bloco impõem condições conflitantes, particularmente quando as exigências de decodificação em tempo real, baixo custo e baixo consumo são imperativas. Mostrou-se neste artigo que a utilização de códigos curtos com comprimentos diferentes e algoritmo de decodificação suave sub-ótimo pode produzir bons resultados quanto aos ganhos de codificação. Apesar disso, é possível que tais resultados possam ser melhorados por meio de refinamentos que possam tirar proveito do uso de códigos de comprimento diferentes, de forma a se inserir uma leve interatividade na decodificação de múltiplos estágios com decodificação suave.

REFERÊNCIAS

[1] Soheil I. Sayegh, *A Class of Optimum Block Codes in Signal Space*. IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-28, No. 10, pp. 1043-1045, October 1986.
 [2] Gottfried Ungerboeck, *Channel Coding with Multilevel Phase Signals*. IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-28, No. 1, pp. 55-67, January 1982.
 [3] Renato Baldini Filho, *Coded Modulation Based on Rings of Integers*. Thesis Ph.D., University of Manchester, U.K., 1992.
 [4] E.L. Cusack, *Error Control Codes for QAM Signalling*. Electronics Letters, Vol. 20, No. 2, pp. 62-63, January 1984.
 [5] R.G.C. Williams, *Block Coding for Voice-Band Modems*. B.T. Technology Journal, Vol. 10, No. 1, pp. 101-111, January 1992.
 [6] Geraldo Gil R. Gomes, *Modulação Codificada por Blocos para Constelações M-QAM não Quadradas*. Tese de Mestrado, DECOM, FEEC, UNICAMP, 1997.
 [7] M. Fossorier, H. Imai, S. Lin, *Multilevel coded modulation for unequal error protection and multistage decoding - part I: symmetric constellations*. IEEE Transactions on Communications, Vol. 48, No. 2, pp. 204-213, February 2000.
 [8] F. Guo, S. X. Ng, L. Hanzo, *LDPC assisted Block Coded Modulation for Transmission over Rayleigh Fading Channels*. IEEE Proceeding - VTC, Vol. 3, pp. 1867-1871, Korea, 22-25 April 2003.