

Sobre a Capacidade do Canal M -APSK/AWGN Não-Coerente de Bloco

Daniel C. Cunha e Jaime Portugheis

Resumo—O artigo considera a capacidade da modulação M -APSK em um canal AWGN que também introduz uma rotação desconhecida na fase da portadora. A fase se mantém constante num bloco de L símbolos e é independente entre os blocos. As características da distribuição de entrada que leva à capacidade de canal são descritas. Mostra-se que a capacidade é a mesma com ou sem sobreposição de símbolos entre os blocos. Baseado nos resultados de Peleg e Shamai para modulação M -PSK, limitantes superiores e inferiores para a capacidade são obtidos. Semelhante ao caso da modulação M -PSK, para L grande, ambos os limitantes se aproximam da capacidade do canal coerente.

Palavras-Chave—Capacidade de canal, Constelações M -APSK, Canais não-coerentes.

Abstract—The capacity of M -ary Amplitude and Phase-Shift Keying (M -APSK) over an Additive White Gaussian Noise (AWGN) channel that also introduces an unknown carrier phase rotation is considered. The phase remains constant over a block of L symbols and it is independent from block to block. The capacity-achieving input distribution is characterized. It is shown that the capacity is the same whether overlapping of symbols between the blocks are assumed or not. Based on results of Peleg and Shamai for M -ary Phase Shift Keying (M -PSK) modulation, upper and lower bounds on the M -APSK capacity are derived. As in the case of M -PSK modulation, for large L the coherent capacity is approached.

Keywords—Channel capacity, M -APSK Constellations, Non-coherent Channels.

I. INTRODUÇÃO

Em vários sistemas de transmissão, uma recepção coerente satisfatória é difícil de ser alcançada. Nestes sistemas, é comum se supor que a rotação de fase desconhecida é constante sobre um bloco de L símbolos e independente de bloco a bloco. Duas abordagens principais foram sugeridas para resolver este problema de detecção da informação transmitida nestes sistemas: Detecção Múltipla Diferencial de Símbolos (MSDD, do inglês, *Multiple Symbol Differential Detection*) [1] e Detecção Sequencial Não-coerente (NSD, do inglês, *Noncoherent Sequence Detection*) [2]. A modulação utilizada nos sistemas com MSDD é em geral M -PSK (do inglês, *M-ary Phase Shift Keying*), entretanto, para sistemas com eficiência espectral alta, modulações M -APSK (do inglês, *M-ary Amplitude and Phase Shift Keying*) são escolhidas [3], [4].

A capacidade do canal AWGN (do inglês, *Additive White Gaussian Noise*) não-coerente para o caso em que os símbolos de entrada estão restritos à uma modulação M -PSK foi

Daniel C. Cunha e Jaime Portugheis, Departamento de Comunicações, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, Brasil. E-mails: dcunha@decom.fee.unicamp.br, jaime@decom.fee.unicamp.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pela FAPESP (Bolsa: 03/05385-6, Projeto: 02/07473-7).

investigada por Peleg e Shamai [5]. Eles demonstraram que a capacidade é atingida por uma distribuição para os símbolos de entrada uniforme, independente e identicamente distribuída (u.i.i.d., do inglês, *uniform, independent and identically distributed*). Limitantes superiores e inferiores para a capacidade foram também obtidos, cujo cálculo computacional é simples.

Neste trabalho iremos investigar a capacidade do canal AWGN não-coerente para modulação M -APSK estendendo os resultados de Peleg e Shamai. Para isto, o primeiro passo será mostrar na seção II que a capacidade deste canal é atingida com uma distribuição das fases dos símbolos de entrada independente da distribuição das amplitudes e com componentes u.i.i.d., assim como foi demonstrado em [6] para modulação contínua. Nesta mesma seção iremos também mostrar que a capacidade deste canal não é alterada se o receptor tiver conhecimento de um ou mais dos L símbolos transmitidos. Na seção III derivaremos limitantes superiores e inferiores para a capacidade utilizando técnica similar a que foi desenvolvida por Peleg e Shamai. O cálculo computacional destes limitantes também é simples. Na seção IV mostraremos resultados numéricos. E finalmente na seção V, faremos alguns comentários finais onde discutiremos brevemente sobre esquemas práticos de implementação de um sistema que se aproxime da capacidade deste canal.

II. CAPACIDADE DE CANAIS M -APSK/AWGN NÃO-COERENTES DE BLOCO

Consideraremos constelações de sinais APSK compostas de N anéis de amplitudes distintos, cada um contendo P valores de fase. Os valores de amplitude dos anéis diferem por um fator constante r denominado *razão de raio*. Tais constelações são denotadas M -APSK (N, P), com $M = NP$. A Fig. 1 ilustra dois exemplos de constelações para $N = 2$, com $P = 4$ e $P = 8$, respectivamente.

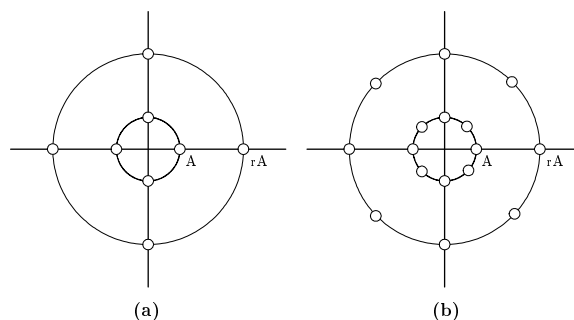


Fig. 1. Diagramas das constelações com dois níveis de amplitude: A , rA . (a) 8-APSK (2, 4) e (b) 16-APSK (2, 8).

A entrada do canal é um vetor de comprimento L , $\mathbf{S} = [s_0, s_1, \dots, s_{L-1}]$, cujos elementos $s_l = a_l e^{j\phi_l}$ representam os símbolos APSK. A energia média destes símbolos vale E_s e N_0 é a densidade espectral unilateral de potência do ruído. Os níveis de amplitude a_l podem assumir um de N valores discretos possíveis e ϕ_l pode assumir uma de P fases discretas, portanto o sinal s_l pertence a uma constelação M -APSK (N, P). Uma vez que cada componente s_l do vetor \mathbf{S} pode ser representada em coordenadas polares, também podemos definir os vetores $\mathbf{A} = [a_0, a_1, \dots, a_{L-1}]$ e $\mathbf{\Phi} = [\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{L-1}]$, como vetores componentes de \mathbf{S} . A saída também é um vetor de comprimento L , $\mathbf{R} = [r_0, r_1, \dots, r_{L-1}]$, cujos elementos podem ser expressos como

$$r_l = s_l e^{j\theta} + n_l, \quad l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (1)$$

em que θ é a fase aleatória introduzida pelo canal, representada por uma variável aleatória contínua com distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi)$. O ruído AWGN complexo é expresso por n_l , cujas componentes real e imaginária têm média zero e variância $\sigma^2 = N_0/2$ cada uma. A *Relação Sinal-Ruído* (RSR) é definida como E_s/N_0 .

A *Informação Mútua Média* (IMM), I_{nc} , do canal descrito anteriormente é obtida usando a seguinte fórmula:

$$I_{nc} = I(\mathbf{S}; \mathbf{R}) = E_{\mathbf{S}, \mathbf{R}} \log_2 \left(\frac{P(\mathbf{R}|\mathbf{S})}{P(\mathbf{R})} \right), \quad (2)$$

em que $E_{\mathbf{S}, \mathbf{R}}$ representa o valor esperado com relação às variáveis \mathbf{S} e \mathbf{R} . As densidades de probabilidade de transição $P(\mathbf{R}|\mathbf{S})$ são dadas por [1]:

$$P(\mathbf{R}|\mathbf{S}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^L} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{l=0}^{L-1} (|r_l|^2 + |s_l|^2) \right] \cdot I_0 \left(\frac{1}{\sigma^2} \left| \sum_{l=0}^{L-1} r_l s_l^* \right| \right), \quad (3)$$

em que $I_0(\cdot)$ é a função de Bessel modificada de tipo um e ordem zero. A densidade de probabilidade $P(\mathbf{R})$ pode ser obtida através da seguinte equação:

$$P(\mathbf{R}) = \sum_{\mathbf{S}} P(\mathbf{R}|\mathbf{S})P(\mathbf{S}), \quad (4)$$

na qual $P(\mathbf{S})$ é a distribuição da entrada do canal.

A capacidade deste canal será encontrada através da distribuição de \mathbf{S} que maximiza I_{nc} . A normalização utilizada para capacidade (em bits por símbolo da modulação) é definida como

$$C_{nc} = \frac{\max(I_{nc})}{L}. \quad (5)$$

Seja

$$\mathbf{S}' = [a'_0 e^{j\phi'_0}, a'_1 e^{j\phi'_1}, \dots, a'_{L-1} e^{j\phi'_{L-1}}],$$

um vetor aleatório que atinge a IMM máxima denotada por I'_{nc} . Seja agora

$$\mathbf{S}'' = [a''_0 e^{j(\phi''_0 + \theta_0)}, a''_1 e^{j(\phi''_1 + \theta_1)}, \dots, a''_{L-1} e^{j(\phi''_{L-1} + \theta_{L-1})}],$$

um novo vetor aleatório contendo o vetor $\mathbf{\Theta}$, cujas componentes θ_l , $l = 0, 1, \dots, L-1$ são u.i.i.d.. Sabemos que

$I(\mathbf{S}''; \mathbf{R}|\theta) = I'_{nc}$, e também que $I(\mathbf{S}''; \mathbf{R}) \geq I'_{nc}$. Como I'_{nc} é a IMM máxima, a distribuição de \mathbf{S}'' também atinge esta IMM. Sendo assim, a capacidade é atingida com uma distribuição das fases dos símbolos de entrada independente da distribuição das amplitudes e com componentes u.i.i.d.. Uma dedução similar a esta foi feita em [7] para um canal com desvanecimento.

Como foi dito anteriormente, a rotação de fase θ é constante sobre um bloco de L símbolos e independente de bloco a bloco. Assim como em [5], θ é vista como uma entrada adicional do canal com IMM I_v dada por

$$I_v = I(\theta; \mathbf{S}; \mathbf{R}). \quad (6)$$

A partir daí, a regra da cadeia para informação mútua [8] é aplicada a I_v , resultando em

$$I_{nc} = I_v - I(\mathbf{R}; \theta|\mathbf{S}). \quad (7)$$

Suponha agora que um símbolo do sinal de entrada é conhecido no receptor. Isto significa que o vetor de entrada \mathbf{S} contribui com $(L-1)$ componentes para a obtenção da capacidade. Considere também um novo canal virtual com duas entradas de fase θ e θ_a . Daí, podemos definir a nova IMM $I_v^{(1)} = I(\theta, \theta_a; \mathbf{S}^1; \mathbf{R})$. Seguindo o mesmo raciocínio usado na obtenção de (7), podemos dizer que

$$I_v^{(1)} = I(\mathbf{R}; \theta|\mathbf{S}^1) + I(\mathbf{R}; \theta, \theta_a|\mathbf{S}^1). \quad (8)$$

Aplicando agora a regra da cadeia para a informação mútua condicionada no segundo termo de (8) e em seguida, a definição de informação mútua como $I(X; Y) = H(Y) - H(Y|X)$, segue que

$$I_v^{(1)} = I(\mathbf{R}; \mathbf{S}^1) + I(\mathbf{R}; \theta|\mathbf{S}) + H(\mathbf{R}|\mathbf{S}^1, \theta) - H(\mathbf{R}|\theta_a, \mathbf{S}^1, \theta). \quad (9)$$

Fazendo $\theta_a = \theta$, temos que

$$I_{nc}^{(1)} = I_v^{(1)} - I(\mathbf{R}; \theta|\mathbf{S}^1). \quad (10)$$

Nas equações (7) e (10), os termos envolvidos no cálculo de I_{nc} e $I_{nc}^{(1)}$ são relativos à canais sem memória, i.e., seus valores são proporcionais ao número de símbolos de entrada desconhecidos no receptor. Podemos então concluir que a capacidade não é alterada se o receptor tiver conhecimento de um ou mais dos L símbolos transmitidos.

III. LIMITANTES

O cálculo de I_{nc} é algo complicado à medida que L e $M(=NP)$ aumentam, portanto é apropriado recorrer a limitantes de capacidade. Como vimos na seção anterior, a capacidade não se altera se o receptor conhecer um dos símbolos transmitidos. Assim, assumiremos o caso onde existe sobreposição de um símbolo entre blocos consecutivos, como feito em [5].

Aplicando novamente a regra da cadeia para IMM em (7), obtemos que

$$I_{nc} = I(\mathbf{S}; \mathbf{R}|\theta) - I(\theta; \mathbf{R}|\mathbf{S}) + I(\theta; \mathbf{R}). \quad (11)$$

Semelhante aos sinais M -PSK, o primeiro termo é a IMM sobre o canal APSK-AWGN coerente, enquanto $[I(\theta; \mathbf{R}|\mathbf{S}) - I(\theta; \mathbf{R})]$ representa a perda devido à fase desconhecida θ . O

limitante superior é obtido através do uso de (11) para a fase θ distribuída discreta e uniformemente sobre o mesmo número de fases de entrada, isto é, θ tem a mesma distribuição de ϕ_i . Portanto, temos que

$$I(\mathbf{S}; \mathbf{R}|\theta) \leq (L-1) C_c, \quad (12)$$

onde C_c é a capacidade de canal APSK-AWGN coerente. O coeficiente $(L-1)$ é usado em (12) devido à sobreposição de um símbolo na detecção.

Para calcular $I(\theta; \mathbf{R})$, iremos considerar o modelo de canal mostrado na Fig. 2.

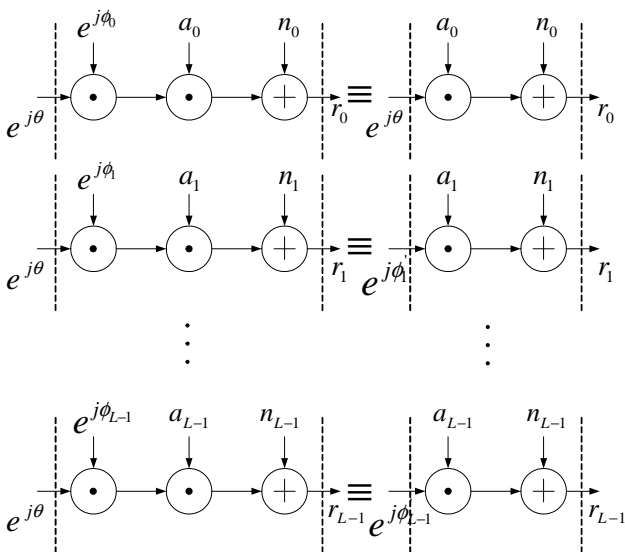


Fig. 2. L componentes do sinal de entrada.

Este é o modelo de um canal de entrada simples e saídas múltiplas (SIMO, do inglês, *Single Input Multiple Output*) [9], onde θ é a entrada simples. Definimos $\phi'_l = (\theta \oplus \phi_l)$, $l = 1, 2, \dots, L-1$, onde \oplus é soma módulo 2π . Considerando que ϕ_l é u.i.i.d., ϕ'_l será independente de θ , implicando que $p(r_l|\theta)$, $l = 1, 2, \dots, L-1$, seja independente de θ também. Conseqüentemente, teremos que

$$I(\theta; r_l) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, L-1,$$

e portanto, apenas r_0 carregará informação sobre θ . Então,

$$I(\theta; \mathbf{R}) = I(\theta; r_0). \quad (13)$$

O símbolo APSK de referência $s_0 = a_0 e^{j\phi_0}$ pode assumir qualquer um dos $M (= NP)$ valores. Daí, podemos dizer que

$$I(\theta; r_0) = I(\theta; r_0|s_0) = \sum_{k=0}^{M-1} P_{s_0}(k) I(\theta; r_0|s_0 = k)$$

ou

$$I(\theta; r_0) = \sum_{k=0}^{N-1} P_{a_0}(k) I(\theta; r_0|a_0 = k), \quad (14)$$

devido ao fato de que rotações de fase não alteram a informação mútua.

A partir de (14), concluímos que $I(\theta; \mathbf{R})$ é calculada como uma média de capacidades de modulações PSK sobre um canal

AWGN coerente. Por exemplo, considerando a modulação 8-APSK(2, 4), temos que

$$I(\theta; \mathbf{R}) = P_{a_0}(0) C_{c-4PSK(A)} + P_{a_0}(1) C_{c-4PSK(rA)},$$

em que $C_{c-4PSK(A)}$ e $C_{c-4PSK(rA)}$ são capacidades 4-PSK para dois níveis de amplitude, A e rA , respectivamente. Os termos $P_{a_0}(0)$ e $P_{a_0}(1)$ são as probabilidades a priori dos níveis de amplitude da constelação.

Finalmente, $I(\theta; \mathbf{R}|\mathbf{S})$ é dado pela seguinte equação [10]:

$$I(\theta; \mathbf{R}|\mathbf{S}) = \sum_{\alpha} P_{\mathbf{S}}(\alpha) I(\theta; \mathbf{R}|\mathbf{S} = \alpha). \quad (15)$$

Usando novamente o conceito de canal de entrada simples e saídas múltiplas, $I(\theta; \mathbf{R}|\mathbf{S})$ é obtida através do cálculo de $I(\theta; r_l|s_l)$, a IMM da l -ésima componente, com RSR aumentada de um fator L . Sendo assim, temos

$$I(\theta; r_l|s_l) = I(\theta; r_l|a_l) = \sum_k P_{a_l}(k) I(\theta; r_l|a_l = k). \quad (16)$$

Sendo assim, (16) é calculada usando o mesmo raciocínio aplicado em (14).

O limitante inferior também é obtido a partir de (11), porém sabendo-se que a fase desconhecida θ tem distribuição uniforme e contínua. Assim como em [5], incorporamos a seguinte inequação

$$I(\theta; \mathbf{R}) \geq I(\theta; r_0)$$

à (11), resultando em:

$$I_{nc} \geq I(\mathbf{S}; \mathbf{R}|\theta) - I(\theta; \mathbf{R}|\mathbf{S}) + I(\theta; r_0). \quad (17)$$

O primeiro termo do lado direito de (17) é idêntico ao primeiro termo do limitante superior. O terceiro termo, $I(\theta; r_0)$, também é dado por (14) porém com a fase θ contínua. Cada IMM $I(\theta; r_0|a_0 = k)$ se iguala à capacidade de um canal coerente com fase de entrada contínua [11]. O segundo termo de (17) também é equivalente ao segundo termo do limitante superior, exceto pelo fato de termos de calcular capacidades para um canal com entrada simples contínua. Todas as capacidades envolvidas foram determinadas experimentalmente de maneira eficiente, usando métodos de Monte Carlo.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Assumindo que os sinais de entrada são equiprováveis para as constelações M -APSK, a capacidade de canal é denominada capacidade efetiva, C^* . As Figs. 3 e 4 ilustram resultados de C^* para as constelações 8-APSK(2, 4) e 16-APSK(2, 8), respectivamente. Para a constelação 8-APSK(2, 4), estabelecemos que $r=2, 42$ e para a constelação 16-APSK(2, 8), consideramos $r=2, 0$, assim como foi em [3]. As linhas cheias representam os resultados para os limites superiores enquanto as linhas tracejadas representam os inferiores. Para a constelação 8-APSK(2, 4) e $L = 2$, os limites coincidem para RSR's menores que 0 dB enquanto que para 16-APSK(2, 8) e $L = 2$, isto acontece para RSR's abaixo dos 6 dB. Percebe-se que à medida que L cresce, os limites se aproximam da capacidade coerente. Além disso, para $L = 8, 16, 32$, os limites coincidem um com o outro sobre uma larga faixa

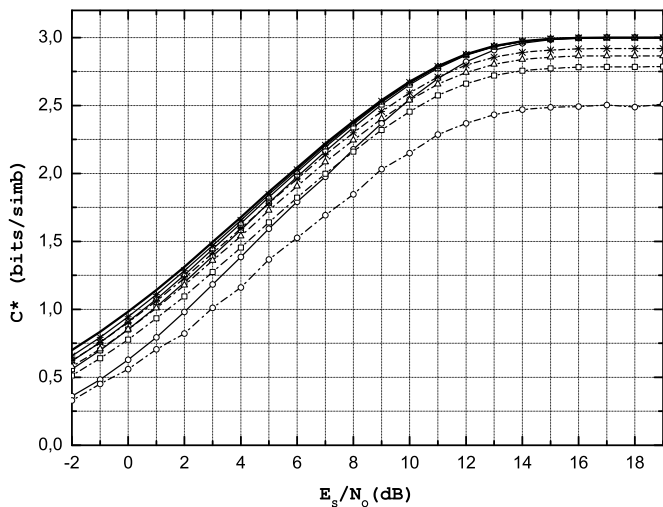


Fig. 3. Limitantes de capacidade para o canal 8-APSK(2,4)-AWGN não-coerente com distribuição de amplitude e fase uniforme. \circ : $L = 2$, \square : $L = 8$, \triangle : $L = 16$, $*$: $L = 32$, — : capacidade 8-APSK(2,4)-AWGN coerente.

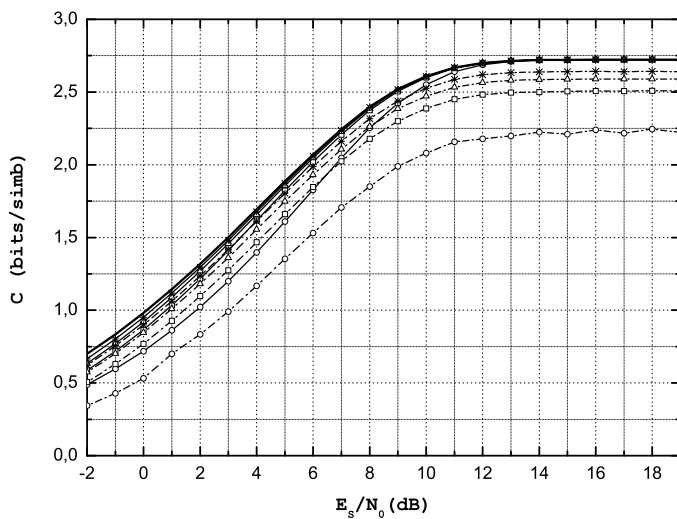


Fig. 5. Limitantes de capacidade para o canal 8-APSK(2,4)-AWGN não-coerente com distribuição de amplitude $\{P_{a_0}(0) = 0,8; P_{a_0}(1) = 0,2\}$ e fase uniforme. \circ : $L = 2$, \square : $L = 8$, \triangle : $L = 16$, $*$: $L = 32$, — : capacidade 8-APSK(2,4)-AWGN coerente.

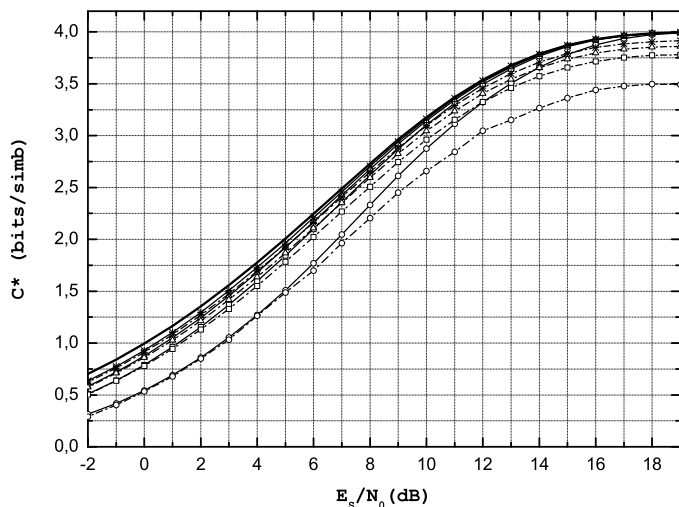


Fig. 4. Limitantes de capacidade para o canal 16-APSK(2,8)-AWGN não-coerente com distribuição de amplitude e fase uniforme. \circ : $L = 2$, \square : $L = 8$, \triangle : $L = 16$, $*$: $L = 32$, — : capacidade 16-APSK(2,8)-AWGN coerente.

de RSR (a diferença entre os limitantes superior e inferior é menor do que 0,1 bit/símbolo).

Considerando agora que a distribuição de entrada que maximiza a informação mútua não é uniforme, ilustramos na Fig. 5 os limitantes obtidos para uma constelação 8-APSK(2,4) com fase uniforme e níveis de amplitude com probabilidades a priori 0,8 e 0,2, para o nível interno e externo, respectivamente.

Também no caso de distribuição de entrada não-uniforme, verificamos que os limitantes se aproximam da capacidade do canal coerente com o aumento do comprimento do bloco.

Vale ressaltar que para a distribuição de entrada mencionada anteriormente, há um pequeno ganho relativo à distribuição uniforme para uma região de taxas em torno de 2 bits/s. Para uma taxa de 2 bits/s, este ganho vale aproximadamente 0,15 dB.

V. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Como vimos na seção II, a capacidade é atingida com uma distribuição das fases independente da distribuição das amplitudes e com componentes u.i.i.d. . Como temos um canal M -APSK $M(= NP)$ de bloco (com comprimento L), determinar a capacidade se reduz a determinar a distribuição das $N_a (\leq N^L)$ possíveis amplitudes dos sinais no espaço Euclidiano \mathfrak{R}^{2L} que maximiza I_{nc} . Esta distribuição pode ser obtida de maneira eficiente utilizando-se o algoritmo de Blahut-Arimoto [12].

Da mesma maneira que usamos a capacidade de um canal AWGN como referência para comparação com a capacidade de um canal com entrada restrita à modulação M -QAM (do inglês, *M-ary Quadrature Amplitude Modulation*), seria interessante comparar a capacidade aqui considerada com a de um canal AWGN não-coerente sem restrição para os sinais de entrada, i.e., a entrada pode assumir qualquer valor no plano complexo, mas é limitada em sua potência média. A capacidade deste canal foi recentemente estudada em [13]. Mostrou-se que a distribuição que atinge a capacidade possui componentes contínuas de fase independentes das amplitudes e u.i.i.d. . Entretanto, a distribuição de amplitude é discreta com um número infinito de pontos (e com um deles com amplitude nula). Como em aplicações práticas estamos utilizando modulações fixas e com um número finito de sinais, um estudo comparativo da capacidade de algumas modulações fixas foi também realizado em [13]. Baseado em resultados assintóticos

para a capacidade (RSR alta ou L infinito), o produto cartesiano de modulações M -APSK não foi considerado.

Neste artigo consideramos o uso de modulação M -APSK para canais AWGN não-coerentes de bloco, caracterizamos a distribuição de entrada que atinge a capacidade e derivamos limitantes superiores e inferiores para a capacidade. Estes limitantes podem ser calculados através de integrais que não dependem do comprimento L do bloco. Sendo assim, estendemos os resultados obtidos por Peleg e Shamai [5] para modulação M -PSK.

O nosso interesse na modulação M -APSK possui razões práticas importantes: 1) a facilidade de utilizá-la com MSDD; 2) a possibilidade do uso de esquemas de decodificação turbo onde o codificador diferencial faz o papel do código interno de uma concatenação serial. Acreditamos também que o produto cartesiano de modulações M -APSK pode se tornar um bom candidato para imitar as características da distribuição que atinge a capacidade do canal AWGN não-coerente de bloco (sem restrição para a modulação). Uma investigação adicional está sendo realizada e pretendemos mostrar resultados em artigo posterior.

REFERÊNCIAS

- [1] D. Divsalar and M. Simon, "Multiple-Symbol Differential Detection of MPSK," IEEE Trans. on Communications, vol. 38, pp. 300-308, Mar 1990.
- [2] G. Colavolpe, G. Ferrari e R. Raheli, "Noncoherent Iterative (Turbo) Decoding," IEEE Trans. on Communications, vol. 48, n.5, pp. 1488-1498, Set 2000.
- [3] L. Lampe and R. Fischer, "Comparison and Optimization of Differentially Encoded Transmission on Fading Channels," Proceedings of 3rd International Symposium on Power-Line Communications and its Applications (ISPLC'99), pp. 107-113, Lancaster, UK, Mar 1999.
- [4] C. Cahn, "Combined Digital Phase and Amplitude Modulation Communication Systems," IRE Trans. on Communications Systems, vol. 8, pp. 150-155, Set 1960.
- [5] M. Peleg and S. Shamai (Shitz), "On the Capacity of the Blockwise Incoherent MPSK Channel," IEEE Trans. on Communications, vol. 46, n. 5, pp. 603-609, Mai 1998.
- [6] G. Colavolpe and R. Raheli, "The Capacity of the Noncoherent Channel," European Transactions on Telecommunications, vol. 12, n. 4, pp. 289-296, Jul-Ago 2001.
- [7] R. Palanki, "Iterative Decoding for Wireless Networks," PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, Califórnia, Mai 2004.
- [8] T. Cover, *Elements of Information Theory*. New York : Wiley, 1991.
- [9] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communications*. Cambridge University Press, Hardcover, 2005.
- [10] R. Blahut, *Principles and Practice of Information Theory*. New York : Addison-Wesley, 1987.
- [11] A. D. Wyner, "Bounds on Communication with Polyphase Coding," Bell Syst. Tech. J., vol. XLV, pp. 523-559, Abr 1966.
- [12] R. Blahut, "Computation of Channel Capacity and Rate-Distortion Functions," IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-18, n. 4, pp. 460-473, Jul 1972.
- [13] R. Nuriyev and A. Anastasopoulos, "Capacity and Coding for the Block-Independent Noncoherent AWGN Channel," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 51, n. 3, pp. 866-883, Mar 2005.