

Dispersão em Fibras PCF

Breno Guimarães Ramos e Antonio M. F. Frasson

Resumo—Este artigo procura validar, através de simulações pelo método dos elementos finitos, as equações de previsão de variação da dispersão em fibras PCF com as suas dimensões. As fibras PCF conhecidas como *photonic crystal fibers*, fibras de cristais fotônicos, possuem a interessante propriedade de facilidade de controle da dispersão cromática através da variação do diâmetro dos seus buracos e o espaçamento entre eles.

Palavras-Chave—Fibras de cristais fotônicos, elementos finitos, dispersão cromática.

Abstract—This article intends to validate, through simulation with finite elements method, the equations used to model the variation of the PCF fibre dispersion with its dimensions. The PCF fibres, photonic crystal fibers, possess the interesting property of easiness of control of the chromatic dispersion through the variation of the holes diameter and the separation between them.

Keywords—Photonic crystal fibers, finite elements, chromatic dispersion.

I. INTRODUÇÃO

As pesquisas em novos materiais ampliaram as possibilidades de se manipular a luz, controlando-a em cavidades e guias através de um novo mecanismo, conhecido como efeito *photonic bandgap* (PBG). O efeito PBG se manifesta em materiais com estrutura periódica, onde a periodicidade é da ordem de grandeza do comprimento de onda óptico. Tais estruturas periódicas são na maioria das vezes chamadas de cristais fotônicos, ou estruturas *photonic bandgap*. Escolhendo-se adequadamente a estrutura do cristal, as dimensões da rede periódica e as propriedades dos materiais constituintes, a propagação da onda eletromagnética em determinadas bandas de frequência pode ser proibida. Esta característica de inibir a propagação de fótons com frequências bem definidas pode ser comparada com as propriedades eletrônicas dos semicondutores. Além disso, a escalabilidade das propriedades das ondas eletromagnéticas nos cristais fotônicos permite que eles sejam explorados em todo o espectro eletromagnético, sendo possível abranger frequências ópticas e de microondas. Possuindo uma periodicidade bidimensional no plano perpendicular ao eixo do guia, e permanecendo invariante no sentido de propagação da onda, as fibras ópticas são casos específicos do uso de cristais fotônicos com o intuito de manipulação da luz. As fibras construídas baseadas neste princípio, e que ficaram conhecidas como *photonic crystal fibers* (PCF), foram descritas pela primeira vez por **Knight et al** [1]. São novos modelos de guia óptico que diferem das fibras ópticas convencionais na sua estrutura interna e, dependendo do caso, na forma de guiamento da luz. Ao

contrário das SMF, estas fibras são compostas por um único tipo de material, em geral a sílica pura, e possuem buracos de ar regularmente dispostos que percorrem toda a extensão da fibra. Estes orifícios são, na maioria dos casos, posicionados de forma a criar uma simetria hexagonal, arranjando-se cada um deles nos vértices de hexágonos fictícios, Fig.1. Os anéis são concêntricos com o eixo do guia, e variam em número, podendo ir de um a até mesmo vinte conjuntos. Como o diâmetro destas fibras é da ordem de $120 \mu m$, e os orifícios possuem diâmetros da ordem de $0,2$ a $1 \mu m$, o custo computacional do cálculo da dispersão fica extremamente alto. Deve-se, portanto, utilizar PML's, camadas perfeitamente casadas, para terminar o domínio discretizado. As fibras PCF que

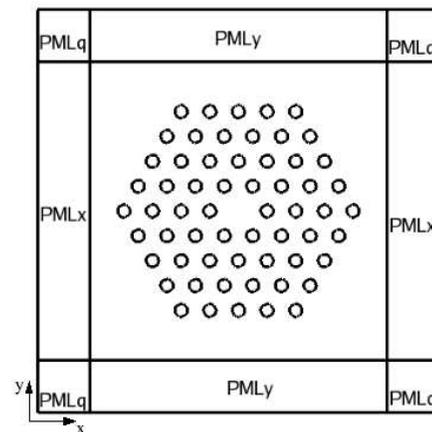


Fig. 1. Fibra PCF com quatro anéis.

guiam a luz pelo processo de reflexão interna total, também chamadas de *holey fibers*, possuem a interessante propriedade de facilidade de controle da dispersão cromática através da variação do diâmetro dos buracos e o espaçamento entre eles [2]. A dispersão por velocidade de grupo é um dos parâmetros de projeto em fibras ópticas de maior interesse para transmissão à grandes distâncias à altas taxas de transmissão. O alargamento do pulso propagado deve ser mantido dentro de um intervalo limite para que a taxa de erro de bit provocada por interferência inter-simbólica seja tolerável. O cálculo das propriedades de dispersão dos modos nas fibras PCF exige métodos numéricos altamente eficientes. O coeficiente de dispersão D é proporcional à derivada segunda do índice de refração efetivo do modo com relação ao comprimento de onda λ . Por isso, a precisão com que a dependência de n_{eff} com λ é calculada tem grande influência no resultado da dispersão calculada. Por outro lado, o método computacional utilizado deve oferecer um tempo computacional razoável para que a dispersão seja calculada para diferentes configurações de

fibra. A solução proposta neste trabalho emprega o uso do método de elementos finitos vetorial, com as três componentes, com anisotropia elétrica e magnética completa, objetivando o cálculo do índice de refração efetivo.

A. Formulação

A partir das equações de Maxwell, através do uso das identidades vetoriais de Green, é possível chegar na seguinte equação de onda de Helmholtz:

$$\nabla \times ([v_r] \nabla \times \vec{E}) - \kappa_0^2 [\epsilon_r] \vec{E} = 0 \quad (1)$$

Onde $[v_r] = [\mu_r]^{-1}$, sendo $[\mu_r]$ o tensor de permeabilidade magnética relativa, $[\epsilon_r]$ o tensor de permissividade elétrica relativa, ambos completos, e $\kappa_0 = 2\pi/\lambda$ é o número de onda no espaço livre. Nas PML's faz-se;

$$[\epsilon'_r] = [\mu_r] = \begin{bmatrix} s_y/s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_x/s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_x * s_y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde,

$s_x = 1 - jx$ e $sy = 1$ nas regiões PMLx,

$s_x = 1$ e $sy = 1 - jy$ nas regiões PMLy,

$s_x = 1 - jx$ e $sy = 1 - x$ nas regiões PMLq,

x é um número real qualquer que dá a absorção na PML e

$[\epsilon_r] = [\epsilon'_r] * [\epsilon_{rsilica}]$. Através do método de Galerkin, com a função teste decomposta em sua parcela transversal e sua parcela longitudinal, $\vec{W} = \vec{W}_t + \vec{W}_z$ e com o campo elétrico decomposto em sua parcela transversal e sua parcela longitudinal, $\vec{E} = \vec{E}_t + \vec{E}_z$, aplicando as condições de contorno naturais e considerando a variação na direção z da forma $e^{-\gamma z}$, pode-se obter [3]:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} (\nabla_t \times \vec{W}_t + \gamma \vec{W}_t - \nabla_t W_z) \cdot [P] \\ & \cdot [\nabla_t \times \vec{E}_t - \nabla_t E_z - \gamma \vec{E}_t] dS \\ & - \kappa_0^2 \int_{\Omega} \vec{W}_t \cdot ([\epsilon_{rtt}] \cdot \vec{E}_t + [\epsilon_{rs1}] \vec{E}_z) dS \\ & - \kappa_0^2 \int_{\Omega} \vec{W}_z \cdot ([\epsilon_{rs2}] \cdot \vec{E}_t + [\epsilon_{rz}] \vec{E}_z) dS = 0 \end{aligned}$$

onde, $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y}$,

$$[P] = \begin{bmatrix} v_{yy} & -v_{yx} & v_{yz} \\ -v_{xy} & v_{xx} & -v_{xz} \\ v_{zy} & -v_{zx} & v_{zz} \end{bmatrix},$$

$$[\epsilon_{rtt}] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} \end{bmatrix}, \quad [\epsilon_{rs1}] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xz} \\ -\epsilon_{yz} \end{bmatrix},$$

$$[\epsilon_{rs2}] = [\epsilon_{zx} \quad \epsilon_{zy}], \quad [\epsilon_{rz}] = [\epsilon_{zz}]$$

e Ω representa o domínio de integração.

II. DISCRETIZAÇÃO

Dividindo a seção transversal da fibra em elementos triangulares híbridos tangenciais/nodais, baseados em funções de base vetoriais de Nedelec QNLT (quadrática normal linear tangencial) [4] para as componentes transversais do campo, como exposto na Fig.2, combinadas com funções de base de Lagrange de segunda ordem, para a componente longitudinal, o campo elétrico discretizado em cada elemento pode ser expresso da seguinte forma:

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{U\}^T \{E_{te}\} \\ \{V\}^T \{E_{te}\} \\ \gamma \{N\}^T \{E_{ze}\} \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde,

$\{E_{te}\}$ coeficientes das funções de forma de Nedelec no elemento,

$\{E_{ze}\}$ coeficientes das funções de forma nodais no elemento, $\{U\}$ e $\{V\}$, componentes x e y , respectivamente, das funções de forma QNLT de Nedelec e

$\{N\}$ funções de forma nodais de segunda ordem. Então, pode-

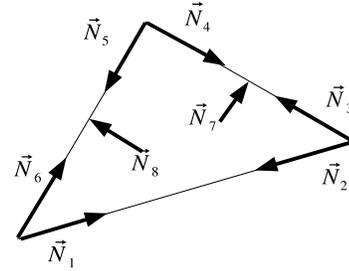


Fig. 2. Funções de base vetoriais de Nedelec QNLT (quadrática normal linear tangencial).

se obter uma sistema de auto-valores quadrático da forma;

$$(\gamma^2 [M_1] + \gamma [M_2] + [M_3]) \{E\} = 0 \quad (5)$$

onde, $\{E\} = \begin{bmatrix} E_z \\ E_t \end{bmatrix}$

(3) Se, $[\epsilon_{rs2}] = 0, [\epsilon_{rs2}] = 0, \mu_{xz} = \mu_{zx} = \mu_{yz} = \mu_{zy} = 0$, como ocorre resulta em $[M_2] = 0$ e a equação(5) se reduz a;

$$(\gamma^2 [M_1] + [M_3]) \{E\} = 0 \quad (6)$$

III. ANÁLISE DA DISPERSÃO

Em fibras PCF com arranjo geométrico triangular, como é o caso das fibras consideradas neste artigo, dois são os parâmetros que definem a formação da rede cristalina fotônica: o diâmetro dos buracos d e o espaçamento entre buracos adjacentes Λ . Como as características periódicas do guia definem as suas propriedades ópticas, tem-se que estes dois parâmetros controlam grandezas de importância para o projeto das fibras. Como era de se esperar, o controle da curva de dispersão será realizado alterando-se apenas estes dois parâmetros. A dispersão por velocidade de grupo (GVD) ou, simplesmente a dispersão $D(\lambda)$, de uma fibra PCF pode ser diretamente calculada a partir do índice efetivo do modo fundamental

$n_{eff}(\lambda)$ para qualquer valor de comprimento de onda de acordo com a expressão

$$D(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}(\lambda)}{d\lambda^2} \quad (7)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo. Para projetar a curva de dispersão desejada e utilizar o efeito de escalamento da estrutura geométrica da PCF, a dispersão total $D(\lambda)$ é calculada como a soma da dispersão geométrica $D_g(\lambda)$ e da dispersão material $D_m(\lambda)$ através de uma aproximação de primeira ordem;

$$D(\lambda) = D_g(\lambda) + \Gamma(\lambda) * D_m(\lambda), \quad (8)$$

onde $\Gamma(\lambda)$ é o fator de confinamento, que na maioria dos casos é igual a 1. A dispersão do guia pode ser obtida sem considerar a dispersão material, mantendo o índice da sílica igual a 1.45. A dispersão material $D_m(\lambda)$ pode ser obtida diretamente da equação de Sellmeier de três termos. A razão para remover $D_m(\lambda)$ de $D(\lambda)$ é que $D_m(\lambda)$ independe dos parâmetros a e Λ , e portanto não oferece grande flexibilidade para ajustar a dispersão total da fibra. Por outro lado, a dispersão do guia das fibras PCF está intrinsicamente relacionada com a estrutura e, portanto, pode ser alterada de forma significativa para alcançar características desejadas de $D(\lambda)$. Através de um escalamento adequado de $D_g(\lambda)$, pode-se otimizar a estrutura de uma fibra PCF de modo a obter uma curva de dispersão com o perfil necessário em um intervalo de comprimento de onda específico. A dispersão do guia para este tipo de fibra pode ser calculada através das seguintes transformações de escala:

- Fator de escalamento tanto dos diâmetros dos buracos quanto do *pitch*. Sendo a expressão de escalamento da dispersão dada por [2];

$$D_g(\lambda, M) |_{d/\Lambda fixo} = \frac{1}{M} D_g\left(\frac{\lambda}{M}\right), \quad (9)$$

sendo M o fator de escalamento dos diâmetros dos buracos e do *pitch*.

- Fator de escalamento apenas dos diâmetros dos buracos. Sendo a expressão de escalamento da dispersão dada por [2];

$$D_g(\lambda, N) |_{\Lambda fixo} = A(N) D_g\left(\frac{\lambda}{B(N)}\right), \quad (10)$$

sendo N o fator de escalamento dos diâmetros dos buracos,

$$A(N) \approx a + BN + cN^2 + dN^3 + eN^4, \quad (11)$$

$$B(N) \approx N^2 \frac{[f + g \cos(hN + i)]}{A(N)}, \quad (12)$$

onde $a \approx 0,1510$, $b \approx -0,1391$, $c \approx 1,6458$, $d \approx -0,8221$, $e \approx 0,1648$, $f \approx 0,94$, $g \approx 0,082$, $h \approx 3,39$ e $i \approx -4,5$.

Pode-se utilizar a relação de transformação acima para calcular analiticamente uma família de curvas para cada valor do fator de escalamento M ou N a partir de uma curva estabelecida como padrão, calculada pelo método de elementos finitos.

IV. RESULTADOS

Como exemplo, inicialmente, foram simuladas, utilizando-se elementos finitos, duas fibras; uma com quatro anéis de buracos, como mostrado na Figura (1), com $\Lambda_0 = 2.3\mu m$ e diâmetro dos buracos todos iguais a $1\mu m$ e outra com $\Lambda_0 = 2.53\mu m$ e diâmetro dos buracos todos iguais a $1.1\mu m$, entre os comprimentos de onda de $0,7\mu m$ a $1\mu m$. Estas simulações, escalando tanto o diâmetro dos buracos quanto o *pitch*, comprovam, neste caso a validade da equação (9) e os resultados estão mostrados na figura 3. Foi simulada

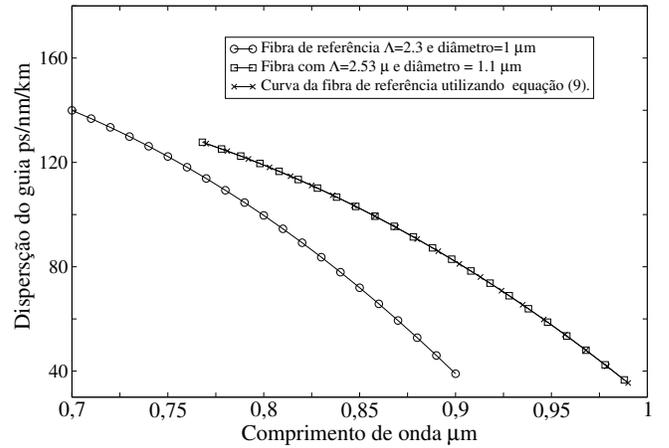


Fig. 3. Comparação da dispersão de duas fibras utilizando-se escalamento da equação (9).

uma terceira fibra; com $\Lambda_0 = 2.3\mu m$ e diâmetro dos buracos todos iguais a $1.1\mu m$, entre os comprimentos de onda de $0,7\mu m$ a $1\mu m$. Esta simulação, variando apenas o diâmetro dos buracos, comprova, neste caso, a validade da equação (10) e os resultados estão mostrados na Figura (4).

A dispersão de mais três fibras foi simulada e os resultados

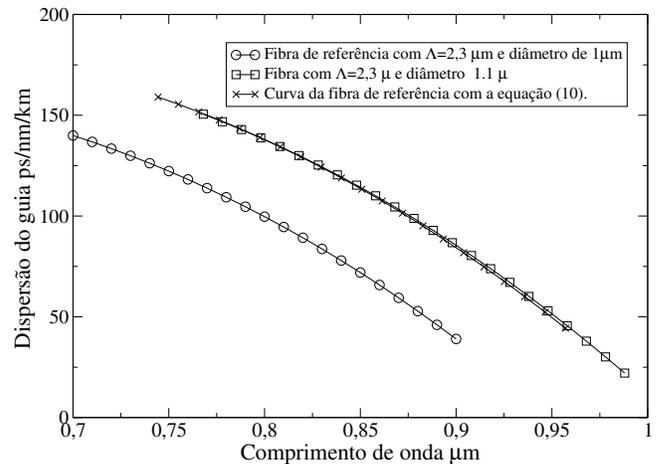


Fig. 4. Comparação da dispersão de duas fibras utilizando-se escalamento da equação (10).

comparados. Primeiro, uma fibra com quatro anéis de buracos, como mostrado na Figura (1). O *pitch* utilizado foi $\Lambda = 1,56\mu m$ mas com os buracos variando o diâmetro de anel

para anel, assim o diâmetro dos buracos do primeiro anel são $d1 = 0,35\Lambda$, do segundo são $d2 = 0,45\Lambda$, do terceiro são $d3 = 0,67\Lambda$ e do quarto são $d4 = 0,95\Lambda$ [5]. Uma segunda fibra, tendo seus buracos e seu *pitch* multiplicados por 0,9 também foi simulada. Os resultados são mostrados na Figura (5). Vê-se, claramente a validade da equação (9), também neste caso. Uma terceira fibra, tendo mantido o *pitch*

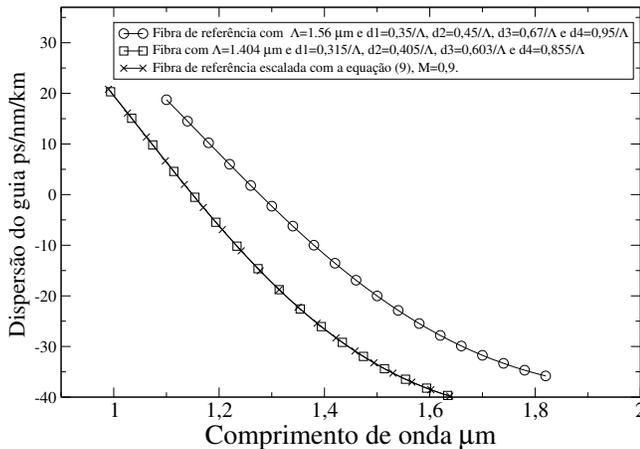


Fig. 5. Comparação da dispersão de duas fibras com buracos de diâmetros variáveis, utilizando-se escalamento da equação (9).

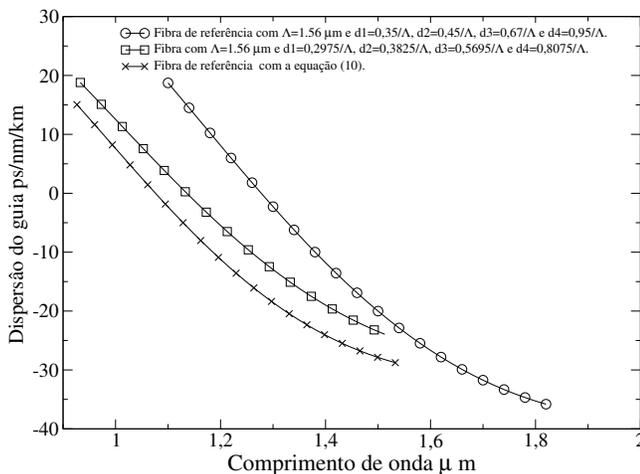


Fig. 6. Comparação da dispersão de duas fibras com buracos de diâmetros variáveis, utilizando-se escalamento da equação (10).

da fibra de referência e tendo o diâmetro de seus buracos os da fibra de referência multiplicados por 0,85 também foi simulada e seu resultado mostrado na Figura (6). Vê-se que, neste caso, a equação (10) não funcionou corretamente, necessitando de ajustes. Pode-se verificar que o escalamento no diâmetro dos buracos e no *pitch*, simultaneamente, produz uma grande variação na curva de dispersão total (dispersão do guia + dispersão material) como mostrada na Figura (7). A dispersão material foi calculada a partir da equação de Sellmeier. Assim, verifica-se que as variações nessas dimensões podem ser usadas de forma a otimizar a dispersão em uma faixa de comprimentos de onda desejada, a partir de uma fibra inicialmente simulada.

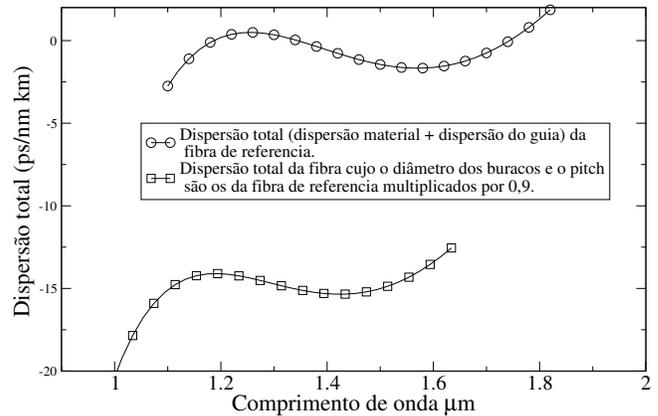


Fig. 7. Comparação da dispersão total de duas fibras com buracos de diâmetros variáveis, utilizando-se escalamento no diâmetros do buracos e no *pitch*.

V. CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentadas simulações de dispersão de fibras PCF utilizando o métodos dos elementos finitos com uma formulação vetorial. Procurou-se validar as equações (9) e (10). Essas equações, podem ser utilizadas na otimização da dispersão total nas várias bandas de interesse, tendo importância fundamental na previsão da dispersão de fibras PCF's, variando-se os seu parâmetros. A equação (9), como esperado mostrou-se válidas nas duas situações, já a equação (10), apresentada em [2] funciona muito bem com fibras que possuem todos os buracos com o mesmo diâmetro, porém, para fibras com diâmetro variáveis, necessita de ajustes.

REFERÊNCIAS

- [1] J.C. Knight, T.A. Birks, P.St.J. Russell and D.M. Atkin, "All-silica single-mode fiber with photonic crystal cladding," *Opt. Lett.* 21 (1547-1549) 1996; Errata, *Opt.Lett.* 22 (484-485) 1997.
- [2] L. P. Shen, W.-P. Huang, G. X. Chen and S. S. Jian, "Desing and Optimization of Photonic Crystal Fibers for Broad-Band Dispersion Compensation", *IEEE Photonic Technology Letters*, vol. 15, No. 4, p. 540-542 April 2003.
- [3] Luis Valor and Juan Zapata, "Efficient Finite Element Analisis of Waveguides with Lossy Inhomogeneous Anisotropic Msaterials Characterized by Arbitrary Permittivity and Pemeability Tensors", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, No. 10, p. 2452-2459 october 1995.
- [4] J. C. Nedelec, "A new family of mixed finite elements in r^3 ", *Numerical Mathematics*, vol. 30, p. 57-81, 1986.
- [5] K. Saitoh and M. Koshiba, "Chromatic dispersion control in photonic crystal fibers: application to ultra-flattened dispersion", *OSA optics express*, v. 11, No. 8, p. 843-852, 2003.
- [6] Albert Ferrando, Enrique Silvestre and Pedro Andrés, "Designing the properties of dispersion-flattened photonic crystal fibers", *OSA optics express*, v. 9, No. 13, p. 687-699, 2001.
- [7] Tzong-Lin Wu and Chia-Hsin Chao, "A Novel Ultraflattened Dispersion Crystal Fiber", *IEEE Photonic Technology Letters*, vol. 17, No. 1, p. 67-69, January 2005.
- [8] M. Koshiba and K. Saitoh, "Structural dependence of effctive area and mode field diameter fo holey fibers", *OSA optics express*, v. 11, No. 15, p. 1746-1756, 2003.
- [9] K. Saitoh and M. Koshiba, "Full-Vectorial Imaginary-Distance Bean Propagation Method Based on a Finite Element Scheme: Application to Photonic Crystal Fibers", *IEEE Journal os quantum Electronics*, v. 38, No.7, p. 927-933, 2002.