

# Simulação de um modelo para propagação de ondas em ambiente florestal via Equação Parabólica

Zínia de Aquino Valente, Fátima Nazaré Baraúna Magno  
João Furtado de Souza, Gervásio Cavalcante, Jessé Carvalho Costa  
Universidade Federal do Pará - Belém - Pará - Brasil

**Resumo** — Este trabalho apresenta um modelo baseado no método da Equação Parabólica (EP), para propagação de ondas eletromagnéticas com a finalidade de calcular a perda de propagação em ambiente florestal. Para a solução da EP é usado o esquema implícito de diferença finita de Crank-Nicolson. O modelo consiste de um arranjo de cilindros (representando a região dos troncos), com esfera no topo (representando a região das copas), sobre um terreno plano para simular árvores frondosas enfileiradas. As simulações foram realizadas para a faixa de frequência de 900 a 10.000 MHz. É considerada para este caso a propagação em 15° na direção paraxial.

**Palavras-chaves** — Equação parabólica, diferenças finitas, floresta, propagação de ondas, simulação.

**Abstract**- This work presents a model based on the Parabolic Equation (PE) method, for propagation of plane electromagnetic waves with purpose of calculating the propagation loss in forest environment. For the solution of PE the implicit outline of finite difference of Crank-Nicolson is used. Simulations are presented in the 900 to 10.000MHz frequency band, considering a cylindrical array with a sphere on the top over a plane earth to simulate trees. In this case was considered the propagation in 15° paraxial direction.

**Keywords** – Parabolic equation, finite difference, forest, wave propagation, simulation.

## I. INTRODUÇÃO

A precisão nos modelos para o estudo de propagação de ondas eletromagnéticas se faz necessária para que se obtenha predições eficazes visando um bom desempenho de um sistema de rádio. Além dos sistemas fixos na faixa de UHF e SHF os sistemas móveis de telefonia na faixa superior de UHF e o futuro Sistema Brasileiro de TV Digital, em implantação, são exemplos de sistemas que precisam ser avaliados quando implantados em algumas regiões ou ambientes.

João Furtado de Souza, DFUFPA, [furtado@ufpa.br](mailto:furtado@ufpa.br), Fátima Nazaré Baraúna Magno, DFUFPA, [fnbm@ufpa.br](mailto:fnbm@ufpa.br), Zínia de Aquino Valente, DFUFPA, [zinia@ufpa.br](mailto:zinia@ufpa.br), Tel. +55-91-31831416, Fax +55-91-31831830, Gervásio Cavalcante, CTUFPA, [gervasio@ufpa.br](mailto:gervasio@ufpa.br), Tel. +55-91-31831634.

Para sistemas de comunicação, principalmente sistemas fixos e/ou móveis terrestres instalados em cidades que possuem densa vegetação nativa em sua área urbana, as árvores são obstáculos em destaque neste ambiente.

Uma região de floresta pode ser representada aproximadamente por um meio homogêneo de multicamadas, quando são consideradas baixas frequências, até 200MHz. Neste caso, modelos determinísticos apresentam bons resultados [1], [2]. Entretanto, para a faixa de 500MHz a 10GHz, em que estão inseridos sistemas de comunicação móveis e fixos tais como celular e TV digital entre outros, os elementos que constituem a vegetação geralmente possuem dimensões comparáveis ou maiores que um comprimento de onda [3], [4]. As dimensões, orientação e distribuição destes elementos no espaço possuem natureza não homogênea, sendo adequado o uso de modelos teóricos para propagação de ondas eletromagnéticas próximos das situações práticas e um modelo com formulação matemática mais simples.

O efeito de espalhamento das ondas eletromagnéticas sobre elementos da vegetação (troncos e folhagem) pode ser abordado usando parâmetros efetivos do meio, que implica em campos medianos sobre materiais não homogêneos. Assim, um meio com parâmetros constitutivos efetivos, tais como, condutividade e permissividade estariam sendo considerados. Esses parâmetros podem ser expressos em termos geométricos: os troncos das árvores podem ser modelados por cilindros dielétricos de comprimento finito; a folhagem por esferas dielétricas [5]. Holm [6] apresenta um modelo de propagação usando equação parabólica (EP), para calcular a atenuação da propagação em ambiente florestal, e usa o método da diferença finita de *Claerbout* para ângulos de 45° na direção paraxial na faixa de frequência de 1.355,50 a 1.799,50 MHz. Conclui que o método de equação parabólica pode ser aplicado para terreno irregular, e quando apresenta floresta, esta pode ser tratada aproximadamente como uma camada dielétrica seguindo a topografia do terreno e variando o índice de refração. Teoricamente o modelo PE dá resultados precisos quando o índice de refração é aproximadamente 1.

O modelo apresentado neste trabalho é baseado no método da equação parabólica usando o esquema de diferença finita de Crank-Nicolson. Objetiva calcular o campo recebido em uma estrutura constituída de árvores frondosas enfileiradas, sobre um terreno plano. Para a representação das árvores é usado um arranjo de cilindros (representando os troncos) e esferas (representando as copas). É considerada a propagação

em 15° na direção paraxial. Utiliza-se aqui a permissividade relativa complexa, com valores diferenciados para os cilindros e para as esferas que simulam a região dos troncos e das copas respectivamente. As simulações foram realizadas para a faixa de frequência de 900 a 10.000 MHz. O modelo de propagação é descrito na secção II, na secção III é descrito o método de diferenças finitas utilizado nas simulações. Os resultados das simulações numéricas e suas respectivas figuras representativas são apresentados na secção V.

## II. MODELO DE PROPAGAÇÃO

A equação parabólica foi introduzida em 1946 por Leontovich e Fock com utilização em propagação de ondas de rádio [7]. Devido principalmente ao ganho de tempo computacional em relação a outras técnicas numéricas, a técnica da equação parabólica é de grande utilidade na solução de problemas de propagação de ondas eletromagnéticas.

A equação de onda escalar em três dimensões para uma componente  $\psi$  do campo eletromagnético é

$$\nabla^2 \psi + k^2 n^2 \psi = 0 \quad (1)$$

sendo  $k=2\pi/\lambda$  o número de onda no vácuo e  $n$  o índice de refração [8]. Para um meio de propagação homogêneo, a componente do campo  $\psi$  satisfaz a equação de onda escalar em duas dimensões:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 n^2 \psi = 0 \quad (2)$$

Introduzindo a função reduzida,  $u(x, z)$ , associada com a direção paraxial  $x$

$$u(x, z) = e^{-ikx} \psi(x, z) \quad (3)$$

Escrevendo (2) em função de (3) encontra-se:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2ik \frac{\partial u}{\partial x} + k^2 (n^2 - 1)u = 0 \quad (4)$$

Utilizando-se o operador pseudo-diferencial definido por

$$Q = \sqrt{\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(x, z)} = \sqrt{1+Z} \approx 1 + \frac{Z}{2}, \quad (5)$$

sendo  $Z = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(x, z) - 1$ .

E fazendo-se a fatoração obtém-se,

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} + ik(1-Q) \right\} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} + ik(1+Q) \right\} = 0, \quad (6)$$

Utilizando a expansão de Taylor de primeira ordem na raiz quadrada do operador exponencial na parte da equação (6) que representa a propagação progressiva da onda, obtém-se a equação parabólica padrão [9].

$$\frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} + k^2 (n^2(x, z) - 1)u(x, z) = 0, \quad (7)$$

O erro encontrado para propagação com pequenos ângulos, até 20°, é da ordem de 10<sup>-2</sup>, o que demonstra a boa precisão do método em propagação com ângulos até esta ordem [9].

## III. MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

A solução de uma equação parabólica em uma região implica na obtenção dos valores para a variável dependente em cada ponto da região. Computacionalmente, somente pode-se lidar com uma região contínua se for determinada uma forma analítica para a solução do problema. No caso de solução por métodos numéricos não é possível tratar a região como contínua, pois o método numérico apresenta a solução em pontos  $(x, z)$ , por cálculos como adição e multiplicação. Porém, nada impede de escolher pontos no interior da região para solucionar o problema. Este processo recebe o nome de discretização [10].

Crank e Nicolson propuseram e utilizaram um método de discretização que reduz o volume total de cálculos, este método é convergente e estável para todo valor finito de  $\Delta x/\Delta z$ . Eles consideraram a equação diferencial parcial sendo satisfeita por um ponto médio  $\{i(\Delta z), (j+1/2)(\Delta x)\}$  e substituíram  $\partial^2 u/\partial z^2$  por uma aproximação de diferenças finitas para o  $j$ -ésimo e  $j+1$ -ésimo níveis da extensão [10].

Neste trabalho foi utilizado o esquema implícito de diferenças finitas de Crank-Nicolson, o qual permite o modelamento dos contornos arbitrários.

Utilizando a aproximação de diferenças finitas, central, da derivada de primeira e segunda ordem, na extensão e na altura, respectivamente, e substituindo-se em (7) obtém-se:

$$\frac{u(\xi_m, z_{j+1}) + u(\xi_m, z_{j-1}) - 2u(\xi_m, z_j)}{\Delta z^2} + 2ik \frac{u(x_m, z_j) - u(x_{m-1}, z_j)}{\Delta x_m} + k^2 (n^2(\xi_m, z_j) - 1)u(\xi_m, z_j) = 0 \quad (8)$$

sendo

$$\xi_m = \frac{x_{m-1} + x_m}{2} \quad (9)$$

considerado como o ponto médio entre as extensões  $x_{m-1}$  e  $x_m$ . Substituindo-se

$$u_j^m = u(x_m, z_j), b = 4ik \frac{\Delta z^2}{\Delta x}, \quad (10)$$

$$a_j^m = k^2 (n^2(\xi_m, z_j) - 1) \Delta z^2$$

em (8), obtém-se

$$u_j^m (-2 + b + a_j^m) + u_{j+1}^m + u_{j-1}^m =$$

$$= u_{j-1}^{m-1} (2 + b - a_j^m) - u_{j+1}^{m-1} - u_{j-1}^{m-1} \quad (11)$$

para  $j=1, \dots, N-1$ . A solução de (11) não é encontrada explicitamente, porém é encontrada implicitamente, pois é necessário inverter a matriz para obter  $u$  para a extensão  $x_m$ . Este esquema implícito é do tipo Crank- Nicolson [9].

#### IV. DESCRIÇÃO DO AMBIENTE

O modelo foi desenvolvido para o estudo da propagação de ondas eletromagnéticas em ambientes de floresta, levando em consideração os troncos e as copas das árvores, podendo ser esta homogênea ou heterogênea, densa, rala ou mista.

Este modelo calcula o comportamento do campo na direção vertical (no sentido da elevação do receptor) e na direção horizontal (deslocamento lateral do receptor).

#### V. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Para a simulação numérica foi utilizado um arranjo representado por dez árvores com altura aproximada de 14 m. Estas árvores apresentam troncos com diâmetros e alturas médias de 0,50 e 6,0m respectivamente, permissividade relativa  $\epsilon_r = 35$  e condutividade  $\sigma = 0,0001$ S/m. As copas têm alturas de 8,0m, permissividade relativa  $\epsilon_r = 40$  e condutividade  $\sigma = 0,0003$  S/m. A Fig. 1 ilustra a simulação do ambiente. O índice de refração é dado pela seguinte expressão [11]

$$n = \left( \epsilon_r + \frac{j\sigma}{2\pi f \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (12)$$

e a perda de propagação é calculada através de

$$L(dB) = 36,57 + 20 \log_{10} f + 20 \log_{10} |u_0| - 20 \log_{10} |u| \quad (13)$$

sendo  $u_0$  o campo na distância de referência ( $d_0$ ),  $u$  o campo recebido e  $f$  a frequência expressa em GHz [12]. Considerou-se o espaçamento entre as árvores 10m e frequências: 0,9 - 1,8 - 5,0 GHz.

As Figuras 2, 3 e 4 mostram as simulações das Perdas de propagação com a distância para a frequência de 0,9 GHz e altura da antena receptora de 5, 12 e 30 m respectivamente.

As Figuras 5, 6 e 7 mostram as simulações das Perdas de propagação com a distância para a frequência de 1,8 GHz e a mesma variação das alturas da antena receptora das figuras anteriores. As Figuras 8, 9 e 10 mostram as simulações para a frequência de 5 GHz e as alturas já referidas.

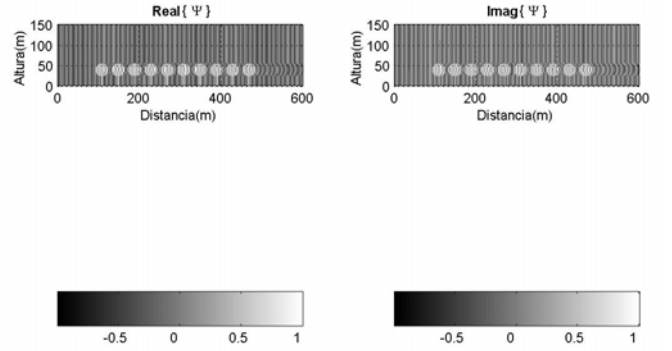


Fig. 1 – Simulação do ambiente

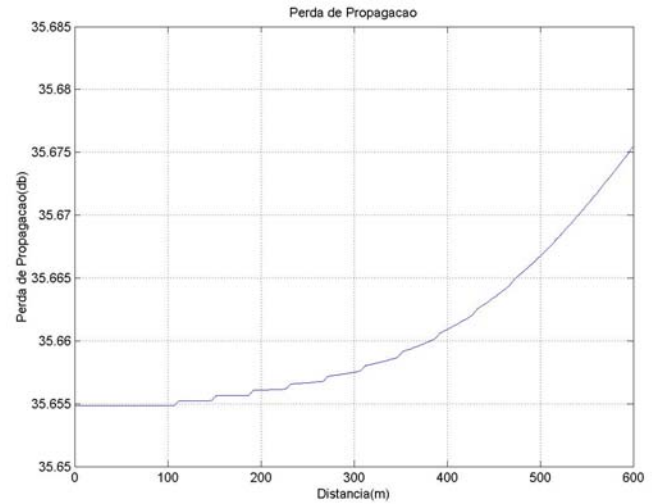


Fig. 2 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 0,9 GHz e altura da antena receptora 5 m

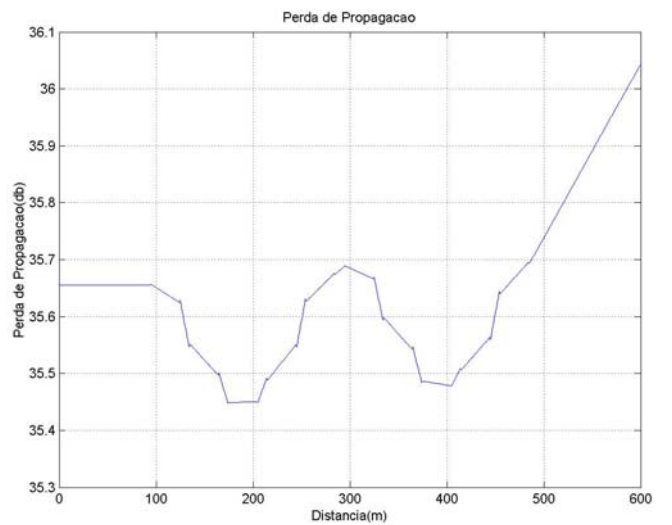


Fig. 3 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 0,9 GHz e altura da antena receptora 12 m

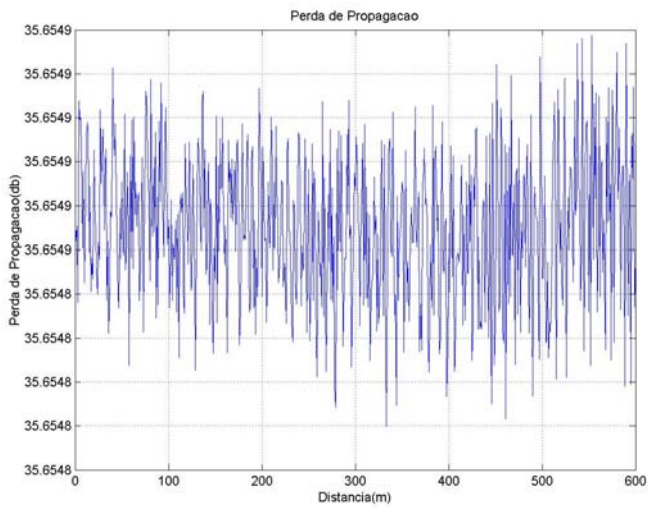


Fig. 4 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 0,9 GHz e altura da antena receptora 30 m

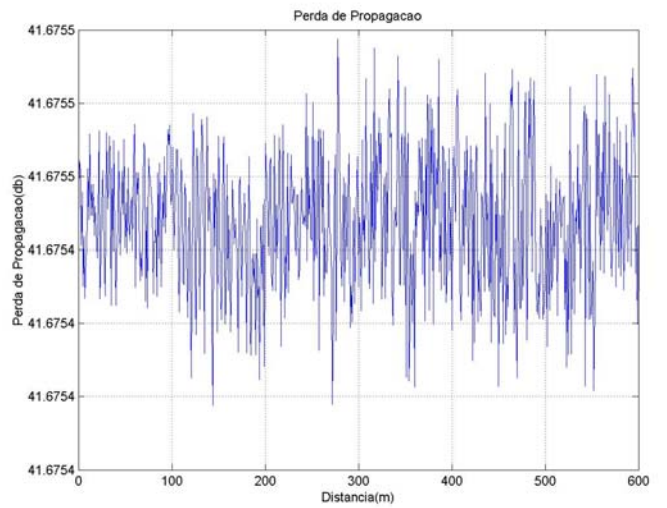


Fig. 7 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 1,8 GHz e altura da antena receptora 30 m

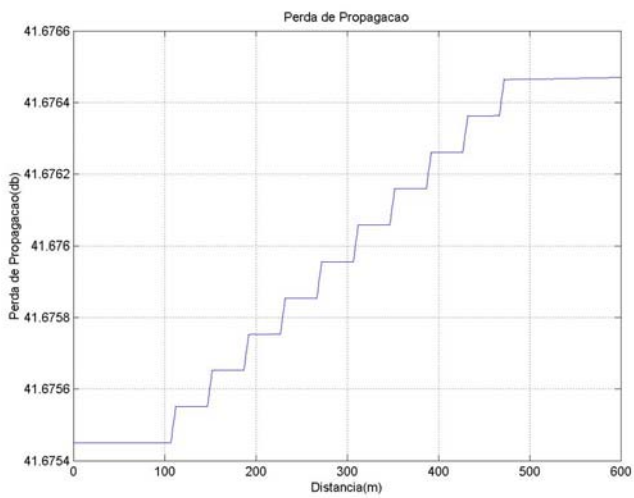


Fig. 5 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 1,8 GHz e altura da antena receptora 5 m

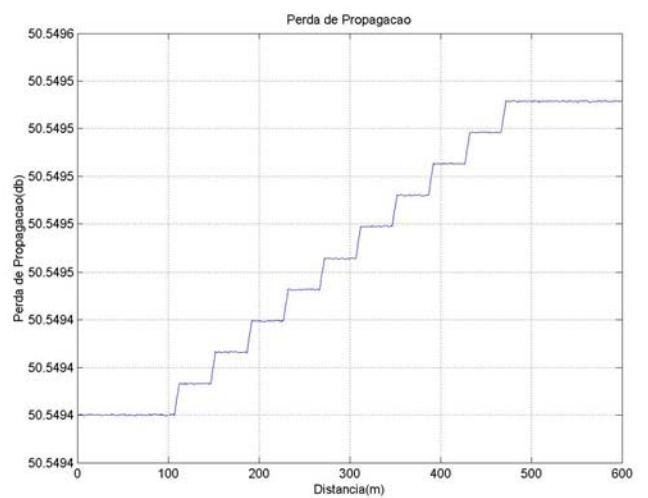


Fig. 8 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 5 GHz e altura da antena receptora 5 m

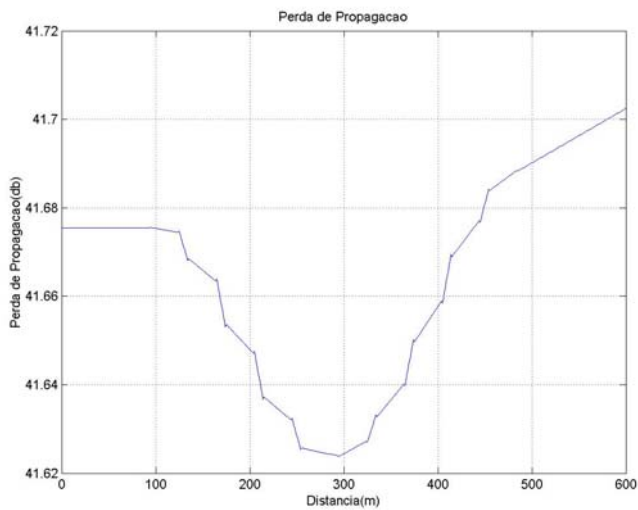


Fig. 6- Perda de propagação com a distância para a frequência de 1,8 GHz e altura da antena receptora 12 m

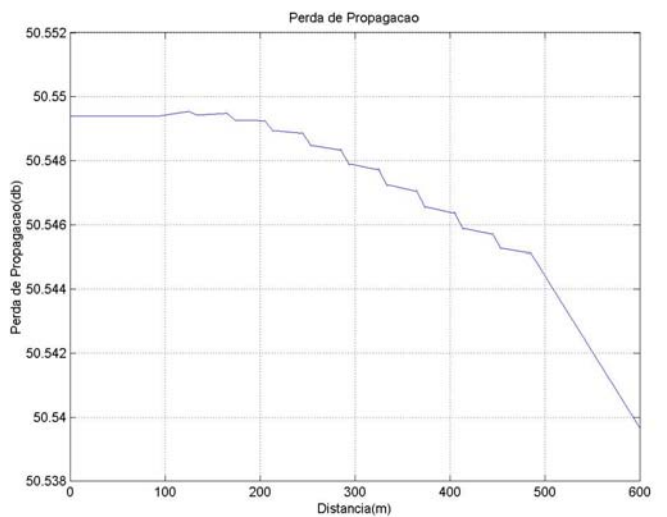


Fig. 9 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 5 GHz e altura da antena receptora 12 m

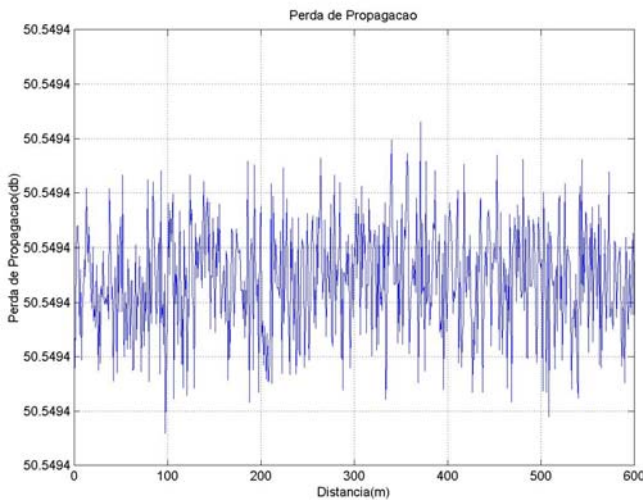


Fig. 10 – Perda de propagação com a distância para a frequência de 5 GHz e altura da antena receptora 30 m

## VI. CONCLUSÃO

Este trabalho mostra que o formalismo de equação parabólica PE pode ser aplicado para o estudo da propagação de ondas eletromagnéticas em ambiente de floresta, aqui foi utilizada a aproximação para pequenos ângulos, até  $15^\circ$ . Observa-se que este modelo apresenta grande rapidez no processamento dos dados levando aproximadamente 2,0 s para processar um “grid” de 600x600 (sendo o passo de  $\frac{1}{4}$  m) com simulação de 10 árvores como descrito acima. Isto permitirá futuramente realizar simulações em ambiente com maior densidade de árvores. Os gráficos mostram a perda de propagação com a distância para três alturas diferentes. Os gráficos referentes a região abaixo das copas, ou seja, os troncos (representados pelos cilindros), notam-se um crescimento monotônico da atenuação com a distância e frequência. Os gráficos referentes a região das copas (representadas pelas esferas), mostram dois pontos de ressonância em 0,9GHz, um ponto em 1,8GHz e em 5 GHz a tendência está fora da faixa da distância simulada. Os gráficos referentes a região acima das copas mostram as reflexões múltiplas nos obstáculos representados pelas copas e troncos das árvores. Fatos perfeitamente coerentes para a faixa de valores simulados. Acredita-se que para situações práticas, com grande densidade de árvores e as propriedades elétricas correspondentes, poderão ser simuladas pelo modelo aqui proposto. Destaca-se que outras formas geométricas poderão ser acrescentadas ao modelo para representar outros elementos do ambiente, por exemplo, galhos das árvores. A metodologia adotada permite essa incorporação de novos elementos.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Prof. Dr. José Maria Filardo Bassalo pela grandiosa contribuição intelectual em nosso aprendizado.

## REFERÊNCIAS

- [1] T. Tamir, Radio Wave Propagation Along Mixed Paths in Forest Environments, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-25, n° 4, pp. 471-477, July 1977.
- [2] G. P. S. Cavalcante, D. A. Rogers, and A. J. Giardola. “Radio loss in forests using a model with four layered media,” *Radio Sci.*, vol. 18, pp. 691-695, 1983.
- [3] L. W. Li, P. S. Kooi, M. S. Leong, and T. S. Yeo. “Radio waves propagation along mixed paths through a four-layered model of rain forest: An analytic approach,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, n° 7, pp. 1098-1111, 1998.
- [4] S. A. Torrici and H. L. Bertoni. “A theoretical investigation of foliage effects on path loss for residential environment,” in *Proc. IEEE Veh. Tech. Conf.*, pp. 854-858, 1996
- [5] L. W. Li. “Wave propagation and communication within random in-homogeneous media,” Ph.D. dissertation, *Inst. Electron. Acad. Sinica, Beijing, 100080 China, with China Res. Inst. Radiowave Propagat.*, Xinxiang, Henan, 453003, China, Oct. 1990.
- [6] P. Holm, G. Ericksson, P. Krans, B. Lundborg, E. Löfsved, U. Sterner, A. Waern, Wave Propagation Over A Forest Edge – Parabolic Equation Modelling”, *VS Measurements, IEEE*, pp. 140-145, 2002.
- [7] K. H. Craig, M. F. Levy, Parabolic equation modeling of the effects of multipath and ducting on radar systems, *IEE PROCEEDINGS-F*, vol. 138, n° 2, pp. 153-162, April 1991.
- [8] M. F. Levy, Horizontal Parabolic Equation Solution of Radiowave Propagation Problems on Large Domains, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, NO. 2, pp. 137-144, February 1995.
- [9] M. Levy, Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation, The Institution of Electrical Engineers, London, pp. 4-41, 2000.
- [10] G. D. Smith, Numerical Solution of Partial Differential Equations — Finite Difference Methods, 3rd ed., Oxford: Clarendon, 1984, pp. 11-38.
- [11] R. K. Wangsness, Electromagnetic Fields, John Wiley & Sons, United States of America, pp. 34-Appendices, 1979.
- [12] L. W. Li, T. S. Yeo, P. S. Kooi, M. S. Leong, and J. H. Koh, Analysis of Electromagnetic Wave Propagation in Forest Environment along Multiple Paths, *Progress In Electromagnetics Research, PIER* 23, pp. 137-164, 1999.