# Análise de Protocolos ARQ em Canais de Estados Finitos

Rodrigo Leal de Siqueira<sup>\*</sup> e Cecilio Pimentel<sup>\*\*</sup>

\* NETCON, Brazil – rleal@netconltda.com.br \*\* CODEC-DES - UFPE, Brazil – cecilio@ufpe.br

Resumo<sup>3</sup>/<sub>4</sub>Este artigo desenvolve modelos de canais de estados finitos (CEF) para um sistema de comunicação móvel e analisa o desempenho de um protocolo de solicitação de retransmissão automática (ARQ, do inglês automatic repeat request) em canais CEF, através do desenvolvimento de uma nova expressão analítica para o cálculo da vazão do esquema GBN (do inglês Go-Back-N) do protocolo ARQ. O modelo CEF irá representar os sucessos e erros na transmissão de símbolos em um canal com desvanecimento. Dois modelos de canais CEF comumente usados para caracterizar canais com desvanecimento serão considerados: Markov de K-ésima ordem e o modelo Gilbert-Elliott . Serão determinadas faixas de parâmetros do sistema de comunicação em que o canal móvel pode ser aproximado por algum modelo CEF considerado neste trabalho. Os resultados obtidos avaliam a influência de diversos parâmetros do canal móvel no desempenho do sistema de comunicações.

*Palavras-chave*<sup>3</sup>/<sub>4</sub> Canal Gilbert-Elliott, desvanecimento plano, processo Markoviano, protocolos ARQ.

Abstract <sup>3</sup>/<sub>4</sub> This paper develops finite state channel (FSC) models for a mobile communication system and analyzes the performance of automatic repeat request (ARQ) protocols on FSC channels, through the development of a new analytical expression for the throughput of the Go-Back-N (GBN) scheme of the ARQ protocol. The FSC model describes the successes and the failures of the transmission of symbols over a fading channel. Two FSC models commonly used to characterize fading channels are considered: The Kth-order Markov model and the Gilbert-Elliott channel. Fading parameters in which the mobile channel can be approximated by some FSC models considered in this work are identified. Finally, the influence of the various parameters of the mobile channel on the performance of the communication system is evaluated.

*Keywords*<sup>3</sup>/<sub>4</sub> Gilbert-Elliott channel, flat fading, Markovian process, ARQ protocols.

## I. INTRODUÇÃO

Em um canal de comunicação móvel típico, o sinal transmitido sofre atenuação e distorção causadas por propagação multipercurso e sombreamento. O canal com desvanecimento (Rayleigh ou Rice) não seletivo em freqüência distorce o sinal transmitido com dois ruídos independentes: um ruído multiplicativo Gaussiano complexo correlacionado no tempo, e um ruído aditivo Gaussiano branco. Como conseqüência, mudanças abruptas na energia do sinal recebido podem acontecer, levando a ocorrência de surtos de erros. É importante desenvolver ferramentas matemáticas e modelos teóricos que permitam o estudo analítico de sistemas de comunicações com memória.

Uma importante família de modelos matemáticos discretos que têm sido usados para caracterizar a seqüência de erros em canais com desvanecimento correlacionado é a família dos modelos de canais de estados finitos (CEF) [1]-[8]. Um CEF é descrito por funções determinísticas ou probabilísticas de uma cadeia de Markov, onde cada estado pode ser associado com uma particular qualidade do canal. Os esquemas de modulação e demodulação são incorporados dentro do modelo através da probabilidade de transição de um canal binário simétrico associado a cada estado. Nesse contexto, aproximar o canal com desvanecimento por um modelo CEF e estudar o desempenho de protocolos de dados no canal CEF é a metodologia proposta neste artigo. Será dado ênfase nos protocolos ARQ puro. Em particular, será considerado o esquema GBN.

Este artigo desenvolve modelos CEF para um sistema de comunicação discreto, composto por um modulador digital (BPSK), um canal com desvanecimento plano correlacionado no tempo, e um demodulador coerente. Serão considerados dois modelos CEF comumente usados para caracterizar canais com desvanecimento: Markov de Késima ordem e o canal Gilbert-Elliott (GEC, do inglês Gilbert Elliott Channel).

A principal contribuição deste artigo é o desenvolvimento de uma nova expressão analítica para o cálculo da vazão do esquema GBN do protocolo ARQ puro para transmissão em canais CEF. A segunda contribuição é a determinação de faixas de parâmetros em que o canal discreto pode ser aproximado por uma classe de modelos CEF, isto é, GEC e Markov de K-ésima ordem para K=0,1,2, através da comparação de curvas de vazão obtidas por simulação e obtidas analiticamente. Será avaliada a influência de diversos parâmetros do canal móvel no desempenho do sistema de comunicações.

Este artigo é organizado em sete seções. A Seção II descreve brevemente os tipos de protocolo ARQ. A Seção III descreve o sistema de comunicação com desvanecimento e algumas propriedades dos modelos CEF. A Seção IV apresenta a metodologia para estimar os parâmetros de duas classes dos modelos CEF: Markov de K-ésima ordem e GEC. A Seção V apresenta uma nova expressão analítica para o cálculo da vazão do esquema GBN. A Seção VI apresenta os resultados de simulação. Finalmente, a Seção VII apresenta as conclusões deste trabalho.

## II. PROTOCOLOS ARQ

Três esquemas de protocolos ARQ são normalmente considerados na literatura [9]: *Stop-and-Wait* (SW), *Go-Back-N* (GBN) e *Selective Repeat* (SR). Estes protocolos possuem como uma medida de desempenho a vazão, que é definida como o número médio de pacotes de dados codificados transmitidos com sucesso. Neste trabalho será dado ênfase no esquema GBN do protocolo ARQ.

No esquema GBN, o transmissor não espera por uma confirmação para enviar o próximo pacote. Caso o pacote transmitido na janela de tempo *i* não seja recebido corretamente, este será retransmitido no na janela de tempo *i*+*N*. Durante esse intervalo, denominado *roundtrip-delay*, *N*-1 pacotes são transmitidos. O receptor analisa cada pacote recebido e, se nenhum erro é detectado, envia uma notificação positiva (ACK) para o transmissor através do canal de retorno e o transmissor continua a transmitir. Caso contrário, uma notificação negativa (NACK) é enviada. Quando uma NACK é recebida, o transmissor interrompe a transmissão de novos pacotes, volta para o pacote referente ao NACK e retransmite este pacote e os *N*-1 pacotes sucessivos que foram transmitidos durante o *round-trip-delay*.

## III. MODELO DO SISTEMA DE COMUNICAÇÃO

A Fig. 1 apresenta o modelo do sistema de transmissão digital empregado neste trabalho. O codificador e o decodificador de canal emprega o protocolo GBN descrito na seção anterior. O canal de retorno é assumido livre de erros.

O sinal recebido r(t) é corrompido por um desvanecimento Rayleigh não seletivo em freqüência correlacionado no tempo, e por um ruído aditivo gaussiano branco. A envoltória complexa do processo de desvanecimento,  $h(t) = \mathbf{a}(t)e^{jf(t)}$ , é um processo Gaussiano complexo e estacionário de média  $\mathbf{h}$ . Para a função covariância, foi adotado o modelo de Clarke, dada por [10]:

$$\boldsymbol{f}_{rr}(\boldsymbol{t}) = \frac{1}{2} E\left[ \left( h^*(\boldsymbol{t}) - \boldsymbol{h} \right) \left( h(\boldsymbol{t} + \boldsymbol{t}) - \boldsymbol{h} \right) \right] = \boldsymbol{s}^2 J_0(2\boldsymbol{p} f_m \boldsymbol{t}), \quad (1)$$

sendo  $J_0(x)$  a função de Bessel de ordem zero e primeira espécie,  $f_m$  é a máxima freqüência Doppler e  $E[\mathbf{a}^2] = \mathbf{h}^2 + 2\mathbf{s}^2$ . Para um dado instante de tempo, o módulo do desvanecimento  $\mathbf{a}(t)$  tem função densidade de probabilidade Rice. Quando o processo tiver média zero ( $\mathbf{h} = 0$ ), o módulo terá uma função densidade de probabilidade Rayleigh.

O canal discreto, compreendendo a entrada do modulador e a saída do demodulador, será chamado de canal discreto com a autocorrelação de Clarke, denominado de DCCA. As distorções e interferências causadas pelo canal são representadas pela seqüência de erros aditiva binária  $\{E_k\}_{k=1}^{\infty}$ , onde dizemos que ocorreu um erro no késimo intervalo se  $E_k = 1$ , e se  $E_k = 0$  dizemos que não ocorreu erro no k-ésimo intervalo.



Fig. 1. Modelo do sistema de transmissão digital.

Esta seqüência modela a dinâmica dos erros introduzidos pelo canal de comunicação. Descreveremos a seguir modelos CEF para caracterizar esta dinâmica.

Seja  $\{S_k\}_{k=1}^{\infty}$  uma cadeia de Markov com um espaço de estados com N elementos. Em modelos CEF, as seqüências de erros binárias são geradas da seguinte forma:

No k-ésimo intervalo, a cadeia transiciona do estado  $S_{k-1} = s_{k-1}$  para o estado  $S_k = s_k$  com probabilidade de transição  $P(S_k = s_k | S_{k-1} = s_{k-1})$ .

Em seguida, gera-se um dígito de erro independente de  $s_{k-1}$  e de dígitos de erros passados e futuros com probabilidade  $b_{s_k,e_k} = P(E_k = e_k | S_k = s_k)$ .

Uma expressão matricial para a probabilidade de uma seqüência de erros de comprimento n,  $\mathbf{e}_{n} = (e_{1} \dots e_{n})$ , é dada por [11]:

$$P(\mathbf{e}_{\mathbf{n}}) = \mathbf{P}^T \prod_{k=1}^n \mathbf{P}(e_k) \mathbf{1}, \qquad (2)$$

em que 1 é um vetor coluna com todos os elementos iguais a um ,  $\mathbf{P}^T = [\mathbf{p}_0 \ \mathbf{p}_1 \ \dots \ \mathbf{p}_{N-1}]$  é a distribuição estacionária, e o (i,j)-ésimo elemento da matriz  $\mathbf{P}(e_k)$  é a probabilidade da cadeia transicionar do estado *i* para o estado *j* e gerar um dígito de erro  $e_k$ . O Modelo CEF é completamente especificado pelas matrizes  $\mathbf{P}(0) \in \mathbf{P}(1)$ , em que a matriz de transição de probabilidade é  $\mathbf{P}=\mathbf{P}(0)+\mathbf{P}(1)$ .

Considere *A* um evento composto de seqüências binárias de comprimento *n*. Dado um modelo CEF, define-se a matriz de probabilidade do evento *A*, denotada por **P**(*A*), cujo (i,j)-ésimo elemento é a probabilidade do evento *A* ocorrer e a cadeia terminar no estado *j* após *n*+1 transições dado que o estado inicial é *i*. Então:

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}) = \sum_{\mathbf{e}_{n} \in \mathbf{A}} \prod_{i=1}^{n} \mathbf{P}(\mathbf{e}_{i})$$
 (3)

**Exemplo 1**: Seja  $\Omega^n$  o conjunto de todas as seqüências binárias de comprimento *n*. A matriz de probabilidade do evento  $\Omega^n$  é dada por  $\mathbf{P}(\Omega^n) = \mathbf{P}^n$ .

**Exemplo 2**: A matriz de probabilidade do evento complementar a um evento *A*, denotado por  $\overline{A} = \Omega^n - A$ , é  $\mathbf{P}(\overline{A}) = \mathbf{P}^n - \mathbf{P}(A)$ .

#### IV. PARAMETRIZAÇÃO DOS MODELOS CEF

De acordo com [12] os parâmetros dos modelos de Markov de ordem K e GEC podem ser expressos em função das probabilidades de seqüências binárias geradas pelo modelo.

Um modelo Markoviano binário de primeira ordem é um modelo CEF com espaço de estados {0,1}. Seguindo as especificações do modelo CEF, então  $b_{0,0} = P(E_k = 0 | S_k = 0) = 1$  e  $b_{1,1} = P(E_k = 1 | S_k = 1) = 1$ . A distribuição estacionária é  $\mathbf{P} = [P(0)P(1)]^T$  e as matrizes  $\mathbf{P}(0)$  e  $\mathbf{P}(1)$  para o modelo de Markov de primeira ordem são:

$$\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} \frac{P(00)}{P(0)} & 0\\ \frac{P(10)}{P(1)} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}(1) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{P(10)}{P(0)}\\ 0 & \frac{P(11)}{P(1)} \end{bmatrix}.$$
(4)

Uma cadeia de Markov de ordem *K* pode ser representada como uma função de uma cadeia de Markov de primeira ordem [13]. A distribuição estacionária do modelo de Markov com  $K=2 \notin \mathbf{P} = [P(00)P(01)P(10)P(11)]^T$ , e as matrizes  $\mathbf{P}(0) \in \mathbf{P}(1)$  são:

$$\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} \frac{P(000)}{P(00)} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{P(010)}{P(01)} & 0\\ \frac{P(100)}{P(10)} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{P(110)}{P(11)} & 0 \end{bmatrix}$$
(5)  
$$\mathbf{P}(1) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{P(001)}{P(00)} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{P(011)}{P(01)}\\ 0 & \frac{P(101)}{P(10)} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{P(111)}{P(11)} \end{bmatrix}.$$

Pode-se claramente notar que o número de estados cresce exponencialmente com a ordem K da cadeia de Markov.

O modelo Gilbert-Elliott (GEC) [14] é um modelo CEF utilizado na literatura para modelar canais com memória[5][15]. Ele consiste de uma cadeia de Markov com dois estados,  $\Omega = \{0,1\}$ . Quando a cadeia se encontra no estado 0, o símbolo  $e_k$  é igual a um (erro) com probabilidade  $b_{0,0}=1$ -g, ou zero (sem erro) com probabilidade  $b_{1,0}=1$ -g. Quando a cadeia se encontra no estado 1, o símbolo  $e_k$  é igual a 1 (erro) com probabilidade  $b_{1,1}=b$ , ou 0 (sem erro) com probabilidade  $b_{1,0}=1$ -b. Por definição g < < b, e por isso os estados 0 e 1 são chamados de estados "bom" e "ruim", respectivamente. As probabilidades de transição da cadeia de Markov são  $p_{0,1} = Q$  e  $p_{1,0} = q$ . O modelo GEC é especificado pelas matrizes:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 - Q & Q \\ q & 1 - q \end{bmatrix},\tag{6}$$

$$\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} (1-Q)(1-g) & Q(1-b) \\ q(1-g) & (1-q)(1-b) \end{bmatrix},$$
(7)

$$\mathbf{P}(1) = \begin{bmatrix} (1-Q)g & Qb\\ qg & (1-q)b \end{bmatrix},\tag{8}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{q}{Q+q} & \frac{Q}{Q+q} \end{bmatrix}^T$$
 (9)

Está provado em [11] que os parâmetros do canal GEC são determinados pelas quatro probabilidades P(0), P(00), P(000) e P(111).

#### V. CÁLCULO DA VAZÃO

A seguir será desenvolvida uma nova expressão analítica para o cálculo da vazão do protocolo GBN com parâmetro N em canais CEF descritos pelas matrizes  $\mathbf{P}(0)$ e **P**(1). Seja  $c_i^s = (c_1 \dots c_n)$  uma palavra código específica (referenciada como pacote) de comprimento n transmitida no instante *i* e  $r_i^s = (r_1 \dots r_n)$  a palavra recebida, em que  $r_i = c_i + e_i$ , com adição módulo 2 e cada símbolo  $e_i$  é gerado estatisticamente por um modelo CEF. Assuma que no instante *i*-1 o pacote  $c_{i-1}^m$  foi transmitido com sucesso. Defina o evento  $A_i^s$  como o pacote s de comprimento n foi transmitido com sucesso no instante i. Defina W uma variável aleatória que especifica o número de transmissões necessárias para transmitir  $c_i^s$  com sucesso. O espaço amostral de W para o esquema GBN é da forma kN+1, para  $k = 0,1,2 \dots$ , em que k é o número de NACK's (solicitação de retransmissão) enviados do receptor para o transmissor referente ao pacote s. Defina a função enumeradora da probabilidade  $P(W = j | A_{i-1}^m)$ como:

$$F(Z) = \sum_{j=1}^{\infty} P(W = j \mid A_{i-1}^{m}) Z^{j} .$$
 (10)

A partir da derivada de F(Z) avaliada em Z=1, é obtida a vazão do protocolo GBN para modelos CEF:

$$\frac{1}{h} = \frac{dF(Z)}{dZ} \bigg|_{Z=1} = E \Big[ W \mid A_{i,1}^m \Big] = \sum_{j=1}^{\infty} j P(W = j \mid A_{i,1}^m) \cdot$$
(11)

Considerando insucesso na primeira transmissão e sucesso na primeira retransmissão (k=1) do pacote *s*, então o modo de operação do esquema GBN implica que:

$$P(W = N + 1 | A_{i-1}^{m}) = P(\overline{A_{i}}^{s} \underbrace{\Omega^{n} \dots \Omega^{n}}_{N-1} A_{i+N}^{s} | A_{i-1}^{m}), \quad (12)$$

em que  $\Omega^n$  é o evento formado pela união de todas as seqüências binárias de comprimento *n*. Considerando dois insucessos consecutivos (*k*=2) na transmissão do pacote *s*, tem-se:

$$P(W=2N+1|A_{i-1}^{m}) = P(\overline{A}_{i}^{s} \underbrace{\Omega^{n} \dots \Omega^{n}}_{N-1} \overline{A}_{i+N}^{s} \underbrace{\Omega^{n} \dots \Omega^{n}}_{N-1} A_{i+2N}^{s} |A_{i-1}^{m}) \cdot (13)$$

Considerando que durante o intervalo de tempo de análise da vazão os parâmetros do desvanecimento permanecem constantes, então as matrizes  $P(0) \in P(1)$  também não variam neste intervalo e a matriz de probabilidade dos eventos  $A_i^s$  não variam com *i*. Então o subíndice destas matrizes pode ser desprezado e  $P(W = kN+1 | A_{i-1}^m)$  pode ser expresso por:

$$P(W = kN + 1 | A^{m}) = \frac{P(A^{m}(\overline{A}^{s}(\Omega^{n})^{N-1})^{k} A^{s})}{P(A^{m})}.$$
 (14)

A expressão (14) pode ser descrita através de matrizes de probabilidade, como:

$$P(W=kN+1|A^m) = \frac{\mathbf{P}^T \mathbf{P}(A^m) \left( \mathbf{P}(\overline{A}^s) (\mathbf{P}^n)^{N-1} \right)^k \mathbf{P}(A^s) \mathbf{1}}{P(A^m)}.$$
 (15)

Define  $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(A^s) = \mathbf{P}(A^m)$  e  $P(A) = P(A^m) = \mathbf{P}^T \mathbf{P}(A^m) \mathbf{1}$ .

Então substituindo (15) em (10) pode-se expressar F(Z) por:

$$F(Z) = \frac{1}{P(A)} \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{P}^T \mathbf{P}(A) \left( \mathbf{P}(\overline{A}) (\mathbf{P}^n)^{N-1} Z^N \right)^k \mathbf{P}(A) Z \right] \mathbf{1}, \quad (16)$$

ou

$$F(Z) = \frac{1}{P(A)} \mathbf{P}^T \mathbf{P}(A) \left[ \mathbf{I} - \mathbf{P}(\overline{A}) (\mathbf{P}^n)^{N-1} Z^N \right]^{-1} \mathbf{P}(A) Z \mathbf{1}.$$
 (17)

Substituindo (17) em (11), ou seja, realizando a derivada de (17) em relação a Z e avaliando o resultado em Z=1, é obtida a vazão do protocolo GBN dada por:

$$\boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{\mathbf{P}}^T \; \boldsymbol{\mathbf{P}}(A) \boldsymbol{\mathbf{1}}}{\boldsymbol{\mathbf{P}}(A) \boldsymbol{\mathbf{D}} \left[ N \boldsymbol{\mathbf{P}}(\overline{A}) (\boldsymbol{\mathbf{P}}^n)^{N-1} \boldsymbol{\mathbf{D}} + \boldsymbol{\mathbf{I}} \right] \boldsymbol{\mathbf{P}}(A) \boldsymbol{\mathbf{1}}}, \qquad (18)$$

em que  $\mathbf{D} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{P}(\overline{\mathbf{A}})(\mathbf{P}^n)^{N-1}\right)^{-1}$ .

### VI. ANÁLISE DA VAZÃO E DOS MODELOS CEF

Esta seção apresenta uma comparação entre as curvas de vazão obtidas analiticamente e as obtidas por simulação a fim de determinar a faixa de parâmetros em que o canal DCCA pode ser aproximado por algum modelo CEF considerado neste trabalho. Para o cálculo da vazão do esquema GBN foi considerado comprimento de pacotes usados em sistemas de telefonia celular de terceira geração W-CDMA [16]-[17] que utilizam  $20x2^i$  bits (canal direto) ou  $10x2^i$  bits (canal reverso) por janela de tempo, onde  $0 \le i \le 6$ .

No caso de um sistema ARQ puro usando um código detector de erro e desprezando a probabilidade de erros não detectáveis, definimos A como o conjunto contendo uma sequência de zeros de comprimento n. As matrizes  $\mathbf{P}(A)$ ,  $\mathbf{P}(\overline{A})$  são dadas por:

$$\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}^{n}(0),$$

$$\mathbf{P}(\overline{A}) = \mathbf{P}^{n} - \mathbf{P}^{n}(0),$$
(19)

em que *n* é o comprimento do pacote. Para cada conjunto de parâmetros do canal DCCA, simulações foram realizada para parametrizar os modelos CEF e encontrar as matrizes P(0) e P(1) que descrevem o comportamento do canal discreto. Serão usadas (18) e (19) para calcular a vazão do esquema GBN puro em modelos CEF específicos.

A Fig. 2 apresenta a vazão versus  $f_DT$ , sendo T o período de transmissão de um símbolo, para modulação BPSK com desvanecimento Rayleigh para n=80, N=10, e SNR=15dB (a), SNR=25dB (b). Observa-se na região em que  $f_D T$  é pequeno a vazão decresce rapidamente com o aumento da velocidade, ou seja, com aumento da  $f_DT$ . A explicação para este efeito é que quanto maior a velocidade, maior variação no canal móvel, e assim os erros tendem a ocorrer mais dispersos afetando maior número de pacotes, e conseqüentemente, aumenta a taxa de retransmissão. Para velocidades mais lentas, os erros tendem a ocorrer em surtos, ocasionando um menor número de pacotes errados. Nesta figura encontram-se também curvas de modelos CEF considerados neste trabalho, onde verifica que o modelo GEC é uma melhor aproximação ao modelo DCCA. Observa-se que a faixa de  $f_D T$  válida para o modelo GEC representar uma boa aproximação do modelo DCCA permanece a mesma com o aumento da SNR de 15dB para 25dB, mas nota-se uma melhor aproximação com o aumento da SNR. Para SNR=15dB verifica-se que os modelos de Markov de 1<sup>ª</sup> e 2<sup>a</sup> ordem não são bons, exceto quando o canal é muito rápido. Assim verifica-se que os modelos CEF possuem uma boa aproximação ao modelo DCCA para as faixas de  $f_D T$  indicadas na Tabela 1.

A partir das faixas de  $f_D T$  delimitadas foram verificadas as faixas de comprimento de pacotes n em que os modelos CEF demonstram uma boa aproximação ao modelo DCCA. Através da Fig. 3 observa-se a faixa de valores de *n* em que os modelos são válidos para os valores limitantes de  $f_D T$  da Tabela 1 para SNR=15dB. A Fig. 4 apresenta a vazão versus N para modulação BPSK com desvanecimento Rayleigh para n=80,  $f_DT=0,005$  e SNR=15dB. Constata-se que a vazão diminui à medida que o parâmetro N do esquema GBN aumenta, pois o aumento de N aumenta a quantidade de pacotes a serem retransmitidos quando um NACK é recebido pelo transmissor. Observa-se também a invariância da precisão do modelo GEC em relação ao modelo DCCA com a variação de N. Também é observado melhoria nos modelos CEF em aproximar ao modelo DCCA com o aumento da SNR, conforme Fig. 5.

Definindo a eficiência do protocolo como a quantidade média de bits efetivamente transferidos com sucesso, ou seja, a quantidade de bits obtida pela multiplicação da vazão pelo tamanho do pacote n, observa-se que, dependendo dos parâmetros envolvidos, há um valor ótimo do comprimento do pacote que fornece uma máxima eficiência conforme mostra a Fig. 6. Este valor ótimo de n aumenta com o decréscimo da  $f_DT$ . O aumento da SNR fornece uma maior eficiência e aumenta o valor ótimo do comprimento do pacote. Conclui-se que a vazão máxima pode ser alcançada adaptando-se dinamicamente o tamanho do pacote às condições do canal móvel.

TABELA 1

Faixa de parâmetros em que modelos CEF são equivalentes ao modelo DCCA para a vazão do esquema GBN do protocolo ARQ puro com modulação BPSK, desvanecimento Rayleigh e *N*=10.

SNR	п	GEC	Markov 1ª ordem	Markov 2ª ordem
15dB	$n \leq 640$	$0,005 \leq f_D T \leq 0,1$	$0,05 \leq f_D T \leq 0,1$	$0,05 \leq f_D T \leq 0,1$
25dB	$n \leq 1280$	$0,005 \leq f_D T \leq 0,1$	$0,025 \leq f_D T \leq 0,1$	$0,01 \leq f_D T \leq 0,1$



Fig. 2. Vazão do protocolo GBN do modelo DCCA, do modelo Markov (K=0,1,2) e do modelo GEC. O modelo DCCA utiliza modulação BPSK com desvanecimento Rayleigh,  $f_D T = [0,001\,0,005\,0,01\,0,025\,0,05\,0,075\,0,1]$ , n=80, N=10, e SNR=15dB (a), SNR=25dB (b).



Fig. 3. Vazão do protocolo GBN do modelo DCCA, do modelo Markov (K=0,1,2) e do modelo GEC. O modelo DCCA utiliza modulação BPSK, desvanecimento Rayleigh, N=10 e SNR=15dB.



Fig. 4. Vazão do protocolo GBN do modelo DCCA e do modelo GEC. O modelo DCCA utiliza modulação BPSK com desvanecimento Rayleigh,  $f_D T = 0,005$ , n=80 e SNR=15dB.



Fig. 5. Vazão do protocolo GBN do modelo DCCA, do modelo Markov (K=0,1,2) e do modelo GEC. O modelo DCCA utiliza modulação BPSK, desvanecimento Rayleigh,  $f_D T = 0,01, n=80$  e N=10.



Fig. 6. Eficiência x n tendo  $f_DT$  como parâmetro para o modelo DCCA que utiliza modulação BPSK com desvanecimento Rayleigh, N=10 e SNR=25dB.

#### VII. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram desenvolvidos modelos de canais de estados finitos (CEF) que caracterizam a seqüência de erro de um sistema de comunicações operando em um canal com desvanecimento plano, como uma prerrogativa para analisar o desempenho de protocolos ARQ puro em canais CEF, assim como determinar faixas de parâmetros em que o canal DCCA pode ser aproximado por um modelo CEF. Foi estudado o comportamento da vazão do protocolo GBN em relação a SNR,  $f_DT$ , ao tipo de desvanecimento Rayleigh, ao comprimento do pacote (n) e ao parâmetro N. Os resultados obtidos permitiram estabelecer algumas conclusões sobre o desempenho de sistemas de comunicações móveis utilizando o protocolo ARQ puro para comunicação de dados. Vale salientar que a vazão máxima pode ser alcançada em um dado instante adaptando-se dinamicamente o tamanho do pacote às condições do canal móvel.

Outro ponto importante investigado é o desenvolvimento de modelos de canais de estados finitos em um canal com desvanecimento plano correlacionado no tempo. Sobre este aspecto foi desenvolvida uma nova expressão analítica para o cálculo da vazão do esquema GBN do protocolo ARQ para transmissão em canais CEF. A partir da comparação das curvas de vazão obtidas pela simulação e as obtidas analiticamente pelos modelos CEF foram determinadas faixas de parâmetros em que o canal DCCA pode ser aproximado por algum modelo CEF, isto é, GEC e Markov de Késima ordem para K=0,1,2. A Tabela 1 resume as faixas de parâmetros em que os modelos CEF em análise possuem uma boa aproximação ao modelo DCCA. A partir destes resultados foi concluído que os modelos de Markov podem não ser práticos para canais com desvanecimento muito lento  $(f_D T < 0.01)$  desde que o número de estados cresce exponencialmente com K e uma grande quantidade de dados são necessários para sua parametrização, aumentando consideravelmente sua complexidade. O uso do modelo GEC pode ser uma boa solução neste caso. Por ser um modelo com apenas 2 estados, sua complexidade, apesar de se tratar de uma cadeia de Markov escondida, pode ser inferior ao de um modelo Markoviano de ordem elevada. Os valores da Tabela 1 podem ser utilizados para o cálculo da vazão para valores superiores de N do esquema GBN, pois foi verificada a invariância da faixa de validade dos parâmetros do GEC em relação ao DCCA com a variação de N. Estes valores foram testados para uma variedade de comprimento de pacotes ( $n \le 1280$ ) e  $f_D T$ .

## REFERÊNCIAS

- [1] H. S. Wang and N. Moayeri, "Finite State Markov Channel A Useful Model for Radio Communications Channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 44, p. 163-171, February,1995.
- [2] M. Zorzi, R. R. Rao and L. B. Milstein, "ARQ Error Control for Fading Mobile Radio Channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 46, n. 2, p. 445-455, May 1997.
- [3] F. Babich and G. Lombardi, "A Markov Model for the Mobile Propagation Channel," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 49, n.1, p. 63-73, January 2000.

- [4] C. Tan and N. C. Beaulieu, "On first-order Markov Modeling for Rayleigh Fading Channels," *IEEE Transactions on Communications*, v.48, p. 2032-2040, December 2000.
- [5] L. Wilhelmsson and L. B. Milstein, "On the Effect of Imperfect Interleaving for the Gilbert-Elliott Channel," *IEEE Transactions on Communications*, v. 47, p. 681-688, May 1999.
- [6] M. Zorzi and R. R. Rao, "Throughput Analysis of ARQ Go-Back-N Protocol in Markov Channels with Unreliable Feedback," *Proceedings of the IEEE ICC'95*, p. 1232-1237, June 1995.
- [7] C. H. C. Leung, Y. Kikumoto and S. A. Sorensen, "The Throughput Efficiency of the Go-Back-N ARQ Scheme under Markov and Related Error Structures," *IEEE Transactions on Communications*, v. 36, p. 231-234, February 1988.
- [8] M. Zorzi, R. R. Rao and L. B. Milstein, "Error Statistics in Data Transmission over Fading Channels," *IEEE Transactions on Communications*, v. 46, n. 11, p. 1468-1477, November 1998.
- [9] S. Lin and D. J. Costello Jr., "Error Control Coding: Fundamentals and Applications," Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1983.
- [10] R. Clarke, A Statistical Theory of Mobile Radio Reception, Bell System Tech. J., Vol. 47, pp. 957-1000, July 1968.
- [11] C. J. L. Pimentel, T. H. Falk and L. Lisboa, "Finite-State Markov Modeling of Correlated Rician Fading," *IEEE Transactions on Vehicular Technologies*, v. 53, n. 5, p. 1491-1501, September 2004.
- [12] C. J. L. Pimentel and I. F. Blake, "Modeling Burst Channels Using Partitioned Fritchman's Markov Models," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 47, n. 3, p. 885-899, August 1998.
- [13]T. W. Anderson and L. A. Goodman, "Statistical Inference about Markov Chains," *Annals of Mathematical Statistics*, v. 28, p. 89-110, March 1957.
- [14] L. N. Kanal and A. R. K. Sastry, "Models for Channel with Memory and their Applications to Error Control," *Proceedings of the IEEE*, p. 724-744, April 1987.
- [15] J. R. Yee and E. J. Weldon Jr., "Evaluation of the Performance of Error-Correcting Codes on a Gilbert Channel," *IEEE Transactions* on Communications, v. 43, p. 2316-2323, August 1995.
- [16]S. Parkvall, J. Peisa, A. Furuskar et al., "Evolving WCDMA for Improved High Speed Mobile Internet," *Proceedings of the Future Telecommunications Conference*, November 2001.
- [17] T. S. Rappaport, A. Annamalaia, R. M. Buehrer and W. H. Tranter, "Wireless Communications: Past Events and a Future Perspective," *IEEE Communications Magazine*, v. 40, p. 148-161, May 2002.