

# Receptores Turbo Cegos de Baixa Complexidade

Murilo Bellezoni Loiola, Renato da Rocha Lopes e João Marcos Travassos Romano

**Resumo**— Neste trabalho, propomos receptores turbo cegos de baixa complexidade. Estes receptores realizam conjuntamente as tarefas de decodificação, equalização e estimação de canais de comunicação através de um procedimento iterativo. Para que o estimador de canal se beneficie da robustez introduzida pelo código corretor de erros, incluímos os algoritmos de estimação na malha de realimentação do equalizador turbo. Propomos então a utilização de algoritmos de mínimos quadrados rápidos para estimar o canal e mostramos através de simulações que, a partir de uma certa relação sinal-ruído, os receptores turbo cegos têm desempenho equivalente ao dos receptores com perfeito conhecimento do canal.

**Palavras-Chave**— Equalização turbo, estimação turbo, algoritmos de mínimos quadrados rápidos, identificação cega de canal.

**Abstract**— In this work, we propose low-complexity blind turbo receivers. These receivers jointly perform equalization, channel estimation, and channel decoding through an iterative process. In order to make the channel estimator benefit from the error correction capabilities of the codes, we introduce the channel estimation algorithms in the feedback loop of the turbo equalizers. Then, we propose the use of fast least-square algorithms to estimate the channel, and show by simulations that such scheme can have a performance similar to the turbo receivers with perfect channel knowledge.

**Keywords**— Turbo equalization, turbo estimation, fast least squares algorithms, blind channel identification.

## I. INTRODUÇÃO

A utilização cada vez mais intensa de sistemas de comunicações digitais exige a busca por técnicas capazes de promover um aumento da taxa de transmissão de dados e uma melhora na qualidade do sinal recebido. Podemos dizer que o principal obstáculo para a concretização desses objetivos é o canal de comunicação, o meio físico pelo qual se propaga o sinal que carrega as informações. Além de introduzir ruído, o canal pode fazer com que o sinal transmitido sofra um espalhamento temporal, fazendo com que dados enviados num determinado instante interfiram com dados transmitidos em outros instantes. Este fenômeno, chamado de interferência intersimbólica (IIS), é um dos principais fatores que limitam o desempenho dos sistemas de comunicações, provocando redução da confiabilidade e/ou da taxa de transmissão. Para minimizar os efeitos da IIS, o receptor normalmente emprega um filtro denominado equalizador [1].

Já para aumentar a imunidade do sinal transmitido ao ruído, freqüentemente são utilizados códigos corretores de erros. Estes códigos acrescentam uma redundância controlada à mensagem enviada, possibilitando ao receptor detectar e/ou

corrigir erros ocorridos durante a transmissão. Em esquemas clássicos de recepção, os equalizadores não utilizam esta redundância no combate aos efeitos da IIS, sendo equalização e decodificação realizadas separadamente. Uma alternativa interessante para a melhoria significativa do desempenho do receptor surgiu com a equalização turbo [2]. Nesta nova abordagem, inspirada na decodificação dos chamados códigos turbo, as tarefas de equalização e decodificação são realizadas conjunta e iterativamente. É exatamente esta troca iterativa de informações entre equalizador e decodificador que faz com que os equalizadores turbo alcancem taxas de erro de bit muito menores que aquelas obtidas pelos receptores não-iterativos convencionais.

Grande parte dos equalizadores turbo propostos na literatura, como aqueles em [2]–[5] pressupõem conhecimento preciso dos coeficientes do canal e da potência do ruído. Quando estas informações não estão disponíveis, é necessário estimá-las para que se possa continuar empregando essas estruturas. Uma possível forma de se estimar esses parâmetros desconhecidos é incluir algoritmos de estimação de canal na malha de realimentação do equalizador turbo. Desta maneira, o estimador também pode se beneficiar da redundância introduzida pelo código, aprimorando as estimativas do canal a cada iteração. Neste artigo, abordaremos particularmente o problema da estimação turbo cega, isto é, quando o estimador de canal não dispõe de sinais de treinamento para realizar a estimação.

Assim, o restante deste artigo está organizado da seguinte maneira: na seção II apresentaremos brevemente os fundamentos dos equalizadores turbo. Na seção III, descreveremos o SFE, um equalizador SISO (*Soft-Input/Soft-Output*) de complexidade reduzida passível de ser empregado num receptor turbo. Já na seção IV, discutiremos o problema da estimação turbo cega de canais de comunicação. Em seguida, na seção V, são mostrados alguns resultados de simulações e, finalmente na seção VI, são tecidas algumas conclusões sobre o trabalho.

## II. EQUALIZAÇÃO TURBO

Este artigo considera a transmissão de uma mensagem binária  $m$  através de um canal linear com IIS, conforme mostrado na Fig. 1. Este canal discreto equivalente pode ser visto como um “código convolucional” não-sistemático, não-binário, de taxa  $R = 1$  e possivelmente variante no tempo [2]. Deste ponto de vista, codificação de canal e o próprio canal formariam um esquema de códigos serialmente concatenados. Conseqüentemente, o receptor deve ser formado por uma concatenação de “decodificadores”.

Conforme pode ser visto na Fig. 2, em um equalizador turbo, o equalizador “decodifica” o código interno, ou seja, o canal, enquanto o decodificador externo faz a decodificação

Murilo Bellezoni Loiola, Renato da Rocha Lopes e João Marcos Travassos Romano, Departamento de Comunicações, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, E-mails: {mloiola, rlopes, romano}@decom.fee.unicamp.br. Este trabalho foi financiado pela FAPESP.

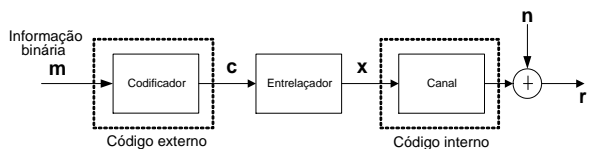


Fig. 1. Concatenação do código corretor de erros com o canal.

de canal. A idéia básica da equalização turbo é fazer com que o equalizador utilize as saídas do decodificador como uma informação *a priori* sobre os símbolos transmitidos. Esta informação, também chamada de informação *extrínseca*, corresponde a uma informação incremental sobre o símbolo enviado num instante qualquer obtida através da decodificação de todos os outros símbolos da seqüência recebida.

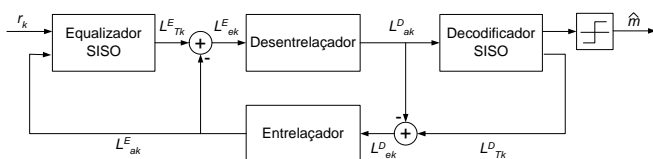


Fig. 2. Diagrama de um equalizador turbo.

Assim como nos códigos turbo, os componentes do equalizador turbo devem ser dispositivos SISO (*Soft-Input/Soft-Output*), capazes de trocar entre si decisões suaves. Estas decisões suaves são normalmente expressas por meio de LLR's (*Log-Likelihood Ratio*), definidas da seguinte maneira para uma modulação BPSK:

$$L(m_k) \triangleq \ln \frac{P(m_k = +1|\mathbf{r})}{P(m_k = -1|\mathbf{r})}, \quad (1)$$

onde  $m_k$  é o bit da mensagem no instante  $k$  e  $\mathbf{r}$  é a seqüência recebida. Convém notar que  $\text{sign}(L(m_k))$  fornece a decisão MAP,  $\hat{m}_k$ , e o módulo de  $L(m_k)$  indica a confiabilidade da decisão tomada estar correta. Logo, na Fig. 2,  $L_T$  representa a razão de probabilidades *a posteriori* indicada em (1), os sobrescritos "E" e "D" se referem, respectivamente, ao equalizador e ao decodificador, o subscrito "e" indica informação extrínseca, o subscrito "a", informação *a priori* e o subscrito "k" é o índice temporal.

O funcionamento do equalizador turbo da Fig. 2 pode então ser descrito, resumidamente, da seguinte forma: na primeira iteração, o equalizador não dispõe de nenhuma informação *a priori* sobre os símbolos transmitidos, ou seja, os valores  $L^E_{ak}$  são nulos. Logo, o equalizador produz as LLR's dos bits codificados utilizando apenas a seqüência ruidosa observada  $\mathbf{r}$ . Esses valores são desentrelaçados e passados ao decodificador, que gera novas estimativas das LLR's. Em seguida, as informações extrínsecas são calculadas, subtraindo das LLR's a informação *a priori*  $L^D_{ak}$ , e entrelaçadas para o correto ordenamento dos bits, terminando a primeira iteração. Nas iterações seguintes, todo o ciclo se repete, com as estimativas da mensagem sendo refinadas a cada iteração. Vale notar que a subtração mencionada anteriormente gera a informação extrínseca pois, ao se subtrair a informação *a priori* da LLR gerada pelo decodificador, obtém-se a informação incremental produzida pelo

decodificador na iteração atual [2]. É importante que apenas a informação extrínseca seja passada entre os dispositivos SISO para evitar realimentação positiva e instabilidade no sistema.

O algoritmo normalmente empregado na equalização turbo é o BCJR [6]. O grande inconveniente deste algoritmo é que sua complexidade computacional cresce exponencialmente com o comprimento do canal. O problema fica ainda maior uma vez que na equalização turbo, equalização e decodificação são realizadas várias vezes para um mesmo bloco de dados. Surge então a necessidade de se procurar soluções mais simples. Muitos esforços têm sido dedicados a esse respeito e esquemas utilizando equalizadores lineares [3]–[5] têm sido aplicados com sucesso. Na próxima seção, apresentaremos brevemente o equalizador proposto em [3].

### III. EQUALIZADOR COM REALIMENTAÇÃO SUAVE

O equalizador com realimentação suave [3], [7], chamado de SFE (*Soft-Feedback Equalizer*) e apresentado na Fig. 3, é uma estrutura SISO de cancelamento de interferência que possui algumas características similares às de um DFE (*Decision-Feedback Equalizer*).

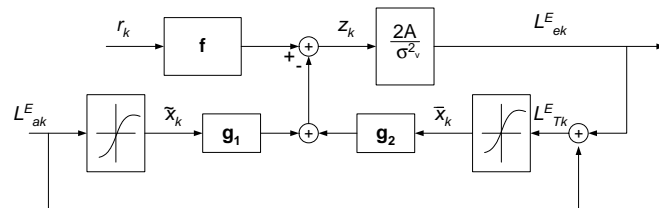


Fig. 3. Diagrama de um equalizador com realimentação suave.

Nesta estrutura, o sinal recebido num instante  $k$ ,  $r_k$ , é filtrado por um filtro linear  $\mathbf{f}$ , cuja saída contém IIS residual. Para cancelá-la, podemos utilizar tanto a informação *a priori*,  $L^E_{ak}$ , fornecida pelo decodificador, quanto a informação extrínseca produzida pelo próprio equalizador,  $L^E_{Tk}$ , para produzir estimativas dos símbolos interferentes. Lembrando que para uma modulação binária

$$L^E_{ak}(x_k) = \ln \frac{P(x_k = +1)}{P(x_k = -1)} \quad (2)$$

e

$$P(x_k = +1) + P(x_k = -1) = 1, \quad (3)$$

as estimativas  $\tilde{x}_l$  e  $\bar{x}_l$ ,  $l \neq k$ , dos símbolos interferentes são dadas, respectivamente, por

$$\begin{aligned} \tilde{x}_l &= E[x|L^E_{al}] = \tanh(L^E_{al}/2), \\ \bar{x}_l &= E[x|L^E_{Tl}] = \tanh(L^E_{Tl}/2). \end{aligned} \quad (4)$$

Os valores de  $\tilde{x}_l$  e  $\bar{x}_l$  assim obtidos correspondem a estimativas de mínimo erro quadrático médio de  $x$  para símbolos anteriores e posteriores, respectivamente, ao instante  $k$ .

Para calcular os coeficientes do SFE, vamos primeiramente escrever a saída  $z_k$  como

$$z_k = \mathbf{f}^T \mathbf{r}_k - \mathbf{g}_1^T \tilde{\mathbf{x}}_k - \mathbf{g}_2^T \bar{\mathbf{x}}_k, \quad (5)$$

onde  $\mathbf{f} = [f_{-M_1}, \dots, f_{M_2}]^T$ ,  $\mathbf{r}_k = [r_{k+M_1}, \dots, r_{k-M_2}]^T$ ,  $\mathbf{g}_1 = [g_{-M_1}, \dots, g_{-1}]^T$  é estritamente anticausal,

$\mathbf{g}_2 = [g_1, \dots, g_{M_2+\mu}]^T$  é estritamente causal,  $\tilde{\mathbf{x}}_k = [\tilde{x}_{k+M_1}, \dots, \tilde{x}_{k+1}]^T$ ,  $\bar{\mathbf{x}}_k = [\bar{x}_{k-1}, \dots, \bar{x}_{k-M_2-\mu}]^T$ ,  $\mu$  é o comprimento do canal,  $M_1$  e  $M_2$  determinam os comprimentos dos filtros e o sobrescrito T denota transposição. Das definições de  $\tilde{\mathbf{x}}_k$  e  $\bar{\mathbf{x}}_k$  nota-se que, num instante  $k$ , o SFE tenta cancelar a interferência causada por  $M_1$  símbolos futuros e  $M_2 + \mu$  símbolos passados. Em outras palavras, a saída do filtro  $\mathbf{f}$  apresenta IIS residual de  $M_1$  símbolos futuros e  $M_2 + \mu$  símbolos anteriores ao instante  $k$ .

Uma vez que  $\tilde{\mathbf{x}}_k$  e  $\bar{\mathbf{x}}_k$  são aproximadamente iguais a  $\mathbf{x}_k$  e os símbolos transmitidos não são correlacionados, podemos escrever  $E[\tilde{x}_k x_j] = E[\bar{x}_k x_j] = E[\tilde{x}_k \bar{x}_j] = 0$ ,  $k \neq j$ . Portanto, conforme mostrado em [7], os filtros lineares  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}_1$  e  $\mathbf{g}_2$  que minimizam o erro quadrático médio  $E[|z_k - x_k|^2]$  entre a saída do equalizador e o símbolo transmitido são dados por:

$$\mathbf{f} = \left( \mathbf{H}\mathbf{H}^T - \frac{\alpha_1^2}{E_1} \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^T - \frac{\alpha_2^2}{E_2} \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_2^T + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{h}_0, \quad (6)$$

$$\mathbf{g}_1 = (\alpha_1/E_1) \mathbf{H}_1^T \mathbf{f}, \quad (7)$$

$$\mathbf{g}_2 = (\alpha_2/E_2) \mathbf{H}_2^T \mathbf{f}. \quad (8)$$

onde  $E_1 = E[|\tilde{x}_k|^2]$ ,  $E_2 = E[|\bar{x}_k|^2]$ ,  $\alpha_1 = E[\tilde{x}_k x_k]$ ,  $\alpha_2 = E[\bar{x}_k x_k]$  e  $\mathbf{H}$  é a matriz de convolução do canal,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \dots & h_\mu & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \dots & h_\mu & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & h_0 & h_1 & \dots & h_\mu \end{bmatrix}, \quad (9)$$

de dimensões  $M \times (M + \mu)$ ,  $M = M_1 + M_2 + 1$ .

Numerando as colunas da matriz de convolução do canal como  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_{-M_1}, \dots, \mathbf{h}_{M_2+\mu}]$ , o vetor  $\mathbf{h}_0$  é a coluna de índice zero,  $\mathbf{H}_1 = [\mathbf{h}_{-M_1}, \dots, \mathbf{h}_{-1}]$  e  $\mathbf{H}_2 = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{M_2+\mu}]$ .

Como  $\mathbf{g}_1$  é estritamente anticausal e  $\mathbf{g}_2$  é estritamente causal, a saída do equalizador num instante  $k$ ,  $z_k$ , não depende da informação *a priori* gerada pelo decodificador no instante  $k$ . Assim,  $z_k$  pode ser usada para produzir informações extrínsecas. Usando uma aproximação gaussiana para o componente de ruído de  $z_k$ , obtém-se [3], [7]

$$L_{e_k}^E = \frac{2Az_k}{\sigma_v^2}, \quad (10)$$

com  $A = \mathbf{f}^T \mathbf{h}_0$  e  $\sigma_v^2 = A(1 - A)$ .

Para calcular os valores de  $E_1$  e  $\alpha_1$ , vamos supor que  $L_{a_k}^E$  é produzida por um canal AWGN equivalente, ou seja,  $L_{a_k}^E = \gamma_p(x_k + w_k)$ , onde  $w_k$  é um ruído aditivo, branco e gaussiano de variância  $\sigma_w^2$ , independente da seqüência transmitida, do ruído do canal de transmissão e da saída do equalizador. O valor  $\gamma_p = 2/\sigma_w^2$  é proporcional à relação sinal-ruído do canal equivalente que gerou  $L_{a_k}^E$  e está diretamente ligado à qualidade da informação *a priori*. Valores pequenos de  $\gamma_p$  indicam que a informação *a priori* é pouco confiável e, portanto, pouco deve contribuir no cálculo dos coeficientes. Condicionando  $x_k$  a 1 [3], [7], obtém-se  $E_1 = E[|\tilde{x}_k|^2 | x_k = 1]$ ,  $\alpha_1 = E[\tilde{x}_k | x_k = 1]$  e  $L_{a_k}^E$  é uma variável aleatória gaussiana de média  $\gamma_p$  e variância  $2\gamma_p$ , isto é,  $L_{a_k}^E \sim \mathcal{N}(\gamma_p, 2\gamma_p)$ . Portanto,

$$\alpha_1 = \Psi_1(\gamma_p), \quad (11)$$

$$E_1 = \Psi_2(\gamma_p), \quad (12)$$

onde

$$\Psi_1(\gamma) = E[\tanh(u/2)], u \sim \mathcal{N}(\gamma, 2\gamma), \quad (13)$$

$$\Psi_2(\gamma) = E[\tanh^2(u/2)], u \sim \mathcal{N}(\gamma, 2\gamma). \quad (14)$$

As expressões em (13) e (14) não apresentam uma solução fechada mas podem ser calculadas por algoritmos numéricos simples ou por boas aproximações.

Da Fig. 3, nota-se que  $L_{T_k}^E = L_{e_k}^E + L_{a_k}^E$ . Considerando a aproximação gaussiana para o ruído de  $z_k$  feita em (10), chega-se a

$$L_{T_k}^E = (\gamma_p + \gamma_e)x_k + \gamma_p w_k + \gamma_e v_k, \quad (15)$$

com  $\gamma_e = 2A^2/\sigma_v^2$  proporcional a relação sinal-ruído do canal equivalente que produziu  $L_{e_k}^E$ . Supondo que  $x_k = 1$ , tem-se  $L_{T_k}^E \sim \mathcal{N}(\gamma_p + \gamma_e, 2(\gamma_p + \gamma_e))$  e

$$\alpha_2 = \Psi_1(\gamma_p + \gamma_e), \quad (16)$$

$$E_2 = \Psi_2(\gamma_p + \gamma_e). \quad (17)$$

Porém, para calcular  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , os valores de  $\gamma_p$  e  $\gamma_e$  precisam ser estimados. Quando o SFE é empregado num equalizador turbo, podemos utilizar o estimador proposto em [7] para computar  $\gamma_p$  e  $\gamma_e$  em cada iteração turbo a partir dos respectivos valores na iteração anterior. Dessa forma,  $\gamma_e$  é computado iterativamente a partir das estimativas iniciais  $\hat{A}_0$  e  $\hat{\sigma}_0^2$  da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \hat{A}_i &= \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \tanh\left(\frac{\hat{A}_{i-1} z_k}{\hat{\sigma}_{i-1}^2}\right) z_k, \\ \hat{\sigma}_i^2 &= \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \left\| \hat{A}_i \text{sign}(z_k) - z_k \right\|^2, \\ \hat{\gamma}_e^{(i)} &= \frac{2\hat{A}_i^2}{\hat{\sigma}_i^2}, \end{aligned} \quad (18)$$

onde o índice  $i > 0$  se refere à iteração turbo e  $L$  é o tamanho do bloco de dados recebidos. Uma estimativa para  $\gamma_p$  é conseguida substituindo  $z_k$  por  $L_{a_k}^E$  nas equações acima.

Os valores iniciais  $\hat{A}_0$  e  $\hat{\sigma}_0^2$  necessários ao cálculo de  $\hat{\gamma}_e^{(1)}$  são obtidos a partir do procedimento iterativo [3] descrito a seguir:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \left( \mathbf{H}\mathbf{H}^T - \frac{\Psi_1^2(\gamma_e)}{\Psi_2(\gamma_e)} \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_2^T + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{h}_0, \\ \gamma_e &= 2\mathbf{f}^T \mathbf{h}_0 / (1 - \mathbf{f}^T \mathbf{h}_0). \end{aligned} \quad (19)$$

Nestas equações, considerou-se  $E_1 = 1$  e  $\alpha_1 = 0$  uma vez que na primeira iteração turbo não há informação *a priori* disponível e, portanto,  $\gamma_p = 0$ . É possível mostrar [7] que este procedimento iterativo converge muito rapidamente, freqüentemente após três iterações, quando se inicializa  $\gamma_e$  com zero. Já para calcular  $\hat{\gamma}_p^{(1)}$ , considera-se  $\hat{\sigma}_0^2 = 2\hat{A}_0$ , que reflete a aproximação gaussiana feita anteriormente para  $L_{a_k}^E$ .

É importante notar que as aproximações gaussianas para  $L_{a_k}^E$  e  $L_{e_k}^E$  fazem com que os coeficientes do SFE sejam invariantes no tempo, o que leva a uma complexidade computacional por símbolo proporcional ao número de coeficientes do filtro

f. As soluções em [5] possuem coeficientes variantes no tempo e uma complexidade por símbolo que depende do quadrado do número de coeficientes do equalizador.

Se analisarmos o comportamento das funções  $\Psi_1(\gamma)$  e  $\Psi_2(\gamma)$ , poderemos simplificar ainda mais o cálculo dos coeficientes do SFE. Conforme mostrado em [7], as razões  $\alpha_1/E_1$  e  $\alpha_2/E_2$  podem ser bem aproximadas pelo valor constante 1 sem prejudicar a saída do equalizador. Conseqüentemente, os filtros aproximados são calculados como

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \left( \mathbf{H}\mathbf{H}^T - \alpha_1\mathbf{H}_1\mathbf{H}_1^T - \alpha_2\mathbf{H}_2\mathbf{H}_2^T + \sigma_n^2\mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{h}_0, \\ \mathbf{g}_1 &= \mathbf{H}_1^T \mathbf{f}, \\ \mathbf{g}_2 &= \mathbf{H}_2^T \mathbf{f}. \end{aligned} \tag{20}$$

Neste artigo, todas as simulações feitas utilizaram o conjunto de equações simplificadas (20).

Os trabalhos originais [3], [7] computam a função  $\Psi_1(\gamma)$  através de algoritmos numéricos. Neste trabalho, propomos a seguinte aproximação, baseada em [8], para  $\Psi_1(\gamma)$ :

$$\Psi_1(\gamma) = \begin{cases} 0,4808\gamma + 1.10^{-4} & , \gamma < 0,2 \\ 1 - \exp(B - A\gamma^G) & , \gamma \geq 0,2 \end{cases} \tag{21}$$

com  $A = 0,4527$ ,  $B = 0,0218$  e  $G = 0,86$ . O uso desta aproximação permite uma redução do custo computacional ao simplificar o cálculo dos coeficientes do SFE.

Verificamos que a utilização desta aproximação no lugar do cálculo exigido por (13) não alterou o desempenho do SFE. Isto fica claro na Fig. 4, que mostra a função  $\Psi_1(\gamma)$  calculada por (13) e por (21). Notamos que (21) só deixa de ser uma boa aproximação para  $\Psi_1(\gamma)$  quando  $\gamma$  é inferior  $10^{-3}$ . Porém, valores tão pequenos de  $\gamma$  são uma indicação de que as informações *a priori* não são confiáveis e portanto, como já discutido acima, pouco contribuem para o cálculo da saída do SFE.

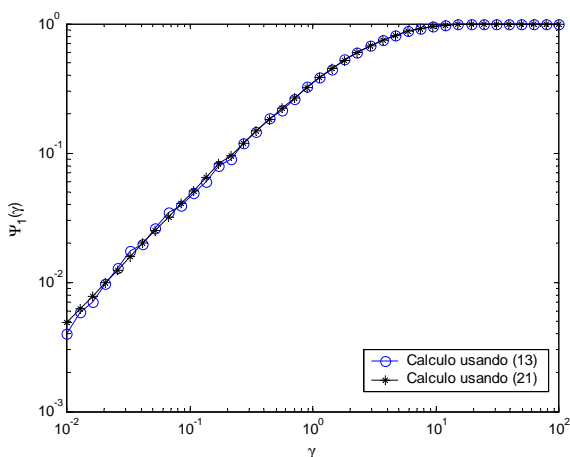


Fig. 4. Comparação da função  $\Psi_1(\gamma)$  e da aproximação.

#### IV. ESTIMAÇÃO TURBO

Boa parte dos equalizadores turbo propostos na literatura supõem que os coeficientes do canal discreto equivalente e

a potência do ruído aditivo são conhecidos perfeitamente pelo receptor. No entanto, em situações reais, este conhecimento nem sempre está disponível. Logo, é necessário estimar os parâmetros desconhecidos [7], [9] para que se possa continuar empregando os equalizadores já desenvolvidos. Neste artigo, nos concentraremos no estudo de receptores cegos, onde a estimação do canal e da mensagem enviada é feita sem a utilização de seqüências de treinamento.

Como já mencionado anteriormente, nos receptores turbo há a possibilidade de incluir os algoritmos de estimação de canal na malha de realimentação do receptor. Conseqüentemente, o estimador de canal pode se beneficiar do código corretor de erros, aprimorando as estimativas dos parâmetros desconhecidos a cada iteração. Este esquema, denominado estimador turbo, é mostrado na Fig. 5.

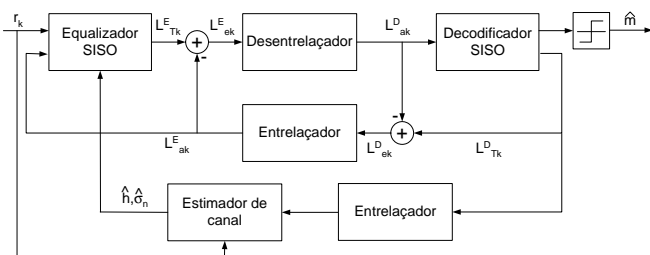


Fig. 5. Esquema geral de um estimador turbo.

Em linhas gerais, podemos descrever o funcionamento do receptor da Fig. 5 da seguinte maneira: a partir de uma estimativa inicial para o canal e a variância do ruído, o equalizador gera informações extrínsecas e as passa para o decodificador, que por sua vez, também produz estimativas das probabilidades *a posteriori* de cada bit transmitido. Estas probabilidades *a posteriori*, juntamente com os sinais recebidos, são usados pelo estimador de canal para produzir novas estimativas dos parâmetros desejados, que serão utilizados pelo equalizador na iteração seguinte. De posse de estimativas mais precisas, o equalizador produz saídas mais confiáveis, refinando a decodificação e, conseqüentemente, a estimação, começando o ciclo.

É interessante notar que, mesmo quando o estimador turbo funciona sem supervisão, o estimador de canal se comporta como um algoritmo supervisionado no qual a seqüência de treinamento corresponde às estimativas dos símbolos transmitidos obtidas a partir das LLR's fornecidas pelo decodificador, e o sinal desejado é o próprio sinal recebido. Deste modo, podemos empregar algoritmos tradicionalmente classificados como supervisionado, como o LMS e o filtro de Kalman, para realizar a estimação cega do canal.

Assim como ocorre com os equalizadores SISO usados na equalização turbo, a busca por algoritmos de identificação de baixa complexidade computacional vem se intensificando [7], [10]. Neste trabalho, propomos a utilização de algoritmos de mínimos quadrados rápidos, como o *Fast Kalman* [11], [12], o FTF (*Fast Transversal Filter*) [11], [13] e o FAEST (*Fast a Posteriori Error Sequential Technique*) [11], [14] para estimar os coeficientes do canal num esquema como o da Fig. 5. Estes algoritmos, embora computacionalmente eficientes, não vêm

sendo explorados no contexto de estimação turbo.

O filtro de Kalman clássico, que é ótimo no sentido de minimizar o erro quadrático médio entre o sinal de entrada e o sinal desejado, possui complexidade computacional proporcional ao quadrado do número de coeficientes do estimador de canal. Já os algoritmos rápidos, que são matematicamente equivalentes ao filtro de Kalman tradicional, têm complexidade proporcional ao número de coeficientes do estimador de canal. Esta redução é alcançada graças à exploração da natureza seqüencial do sinal de entrada. De fato, o vetor de entrada  $\mathbf{x}_k$  pode ser obtido, a menos do primeiro elemento, por um simples deslocamento nos elementos de  $\mathbf{x}_{k-1}$ .

De forma geral, os algoritmos rápidos podem ser descritos como formados por um conjunto de quatro filtros transversais,  $\mathbf{A}_k$ ,  $\mathbf{B}_k$ ,  $\hat{\mathbf{h}}_k$  e  $\mathbf{g}_k$ , todos excitados pela mesma seqüência de entrada  $\mathbf{x}_k$  [13]. Aqui,  $\mathbf{A}_k$  é um preditor progressivo,  $\mathbf{B}_k$  é um preditor regressivo,  $\hat{\mathbf{h}}_k$  é o vetor com as estimativas dos coeficientes do canal e  $\mathbf{g}_k$  é o vetor com o ganho de Kalman. Maiores detalhes sobre estes algoritmos podem ser encontrados em [11]–[14].

Porém, é necessário estimar não apenas os coeficientes do canal mas também a variância do ruído. Para tanto, em conjunto com os vários algoritmos de estimação estudados, empregamos o seguinte estimador [7]:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \left| r_k - \hat{\mathbf{x}}_k^T \hat{\mathbf{h}} \right|^2, \quad (22)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}}$  é o vetor com as estimativas dos sinais transmitidos obtidas a partir de decisões abruptas sobre as LLR's do decodificador, isto é,  $\hat{x}_k = \text{sign}(L_{T_k}^D)$ .

#### A. Condições Iniciais

Como dito anteriormente, o equalizador da Fig. 5 necessita de uma estimativa inicial do canal e da variância do ruído na primeira iteração turbo. Nos casos em que uma seqüência de treinamento está disponível, ela pode ser usada para estimar esses parâmetros. Porém, nos receptores cegos, esses valores devem ser obtidos de alguma outra forma. Assim, consideramos que o comprimento do canal é conhecido e que a estimativa inicial,  $\hat{\mathbf{h}}_0$ , tem apenas um coeficiente não-nulo. O valor deste coeficiente é dado por  $\hat{\sigma}_0$ , onde

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{2L} \sum_{k=0}^{L-1} |r_k|^2 \quad (23)$$

é a estimativa inicial da variância do ruído. Estas condições iniciais estimam a relação sinal-ruído em 0 dB enquanto mantêm os valores de  $\hat{\mathbf{h}}_0$  e  $\hat{\sigma}_0$  consistentes com a energia recebida [7]. Os algoritmos rápidos utilizam, na primeira iteração, a estimativa do canal assim obtida como ponto de partida. A partir da segunda iteração, os estimadores de canal empregam como valores iniciais os coeficientes calculados por eles próprios na iteração anterior.

Já os filtros  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{g}$  são zerados a cada iteração. Para manter a coerência com estas inicializações, a variável de verossimilhança utilizada no FAEST e no FTF deve ser igual a 1 [11]. Por fim, os valores das energias dos erros de predição

devem ser escolhidos de maneira a não comprometer a estabilidade dos algoritmos nos instantes iniciais. Neste trabalho, fizemos  $E_{a,0} = E_0$  e  $E_{b,0} = w^{-\mu} E_0$ , com  $E_0 = 10^{-4}$  e fator de esquecimento  $w = 1$ . É muito importante mencionar que o processamento por blocos realizado nos receptores turbo, juntamente com essas inicializações, garantem a estabilidade dos algoritmos rápidos.

## V. SIMULAÇÕES

Nesta seção, compararemos o desempenho de receptores turbo cegos empregando o equalizador SFE e os algoritmos LMS, *Fast Kalman*, FAEST, FTF e o filtro de Kalman modificado de [10], aqui designado de MKF (*Modified Kalman Filter*), para estimar o canal. A entrada do estimador de canal é produzida a partir da LLR proveniente do decodificador da mesma forma que em (4), isto é, a entrada é calculada como  $\tanh(L_T^D/2)$ . Em [9], é considerado também o caso em que a entrada do estimador de canal é obtida a partir de decisões abruptas sobre as LLR's do decodificador, ou seja, quando a entrada do estimador é dada por  $\text{sign}(L_T^D)$ .

Para os dois cenários de simulação descritos a seguir foi considerada a transmissão de  $10^6$  bits de informação para cada relação sinal-ruído. Os entrelaçadores foram gerados aleatoriamente, os bits de informação foram codificados pelo código convolucional sistemático recursivo de geradores (7,5) e mapeados para os símbolos da constelação BPSK antes da transmissão. O ruído foi considerado como aditivo, branco, gaussiano, de média nula e de potência definida pela relação sinal-ruído. A decodificação foi realizada pelo algoritmo BCJR e a estimativa inicial considerava que a localização do maior coeficiente do canal era conhecida, sendo exatamente este o único coeficiente não-nulo em  $\hat{\mathbf{h}}_0$ .

A Fig. 6 mostra os resultados obtidos após a 10ª iteração turbo quando se transmite blocos de 512 bits de informação pelo canal  $0.5 + 0.71z^{-1} + 0.5z^{-2}$ . O SFE utilizado possuía  $M_1 = 6$  e  $M_2 = 3$ . Observamos que todos os algoritmos rápidos atingem a curva do equalizador turbo com perfeito conhecimento do canal a partir de 5 dB. O LMS, por sua vez, apresenta uma perda de cerca de 0,6 dB em relação aos algoritmos rápidos para uma taxa de erro de bit de  $10^{-3}$ . Já MKF não consegue calcular estimativas do canal que permitam melhorar o desempenho com as iterações.

No segundo cenário de simulação, blocos de 1024 bits de informação foram codificados e transmitidos pelo canal  $0.227 + 0.46z^{-1} + 0.688z^{-2} + 0.46z^{-3} + 0.227z^{-4}$ . A Fig. 7 apresenta as curvas resultantes após a 15ª iteração. O SFE possuía  $M_1 = 9$  e  $M_2 = 4$ . Observando a figura, concluímos que os algoritmos rápidos apresentam resultados ligeiramente superiores ao do LMS e, a partir de 8 dB, se comportam como o equalizador turbo com perfeito conhecimento do canal. Já o filtro de Kalman modificado teve desempenho ligeiramente inferior ao dos demais, embora tenha uma complexidade computacional maior. O aparente “*error-floor*” observado nas curvas ocorre pois, para  $E_b/N_0$  mais altas, os receptores turbo analisados se aproximam da curva do canal AWGN. Para a Fig. 6 este “*error-floor*” não aparece pois os receptores turbo atingem aquela curva já em relações sinal-ruído pequenas.

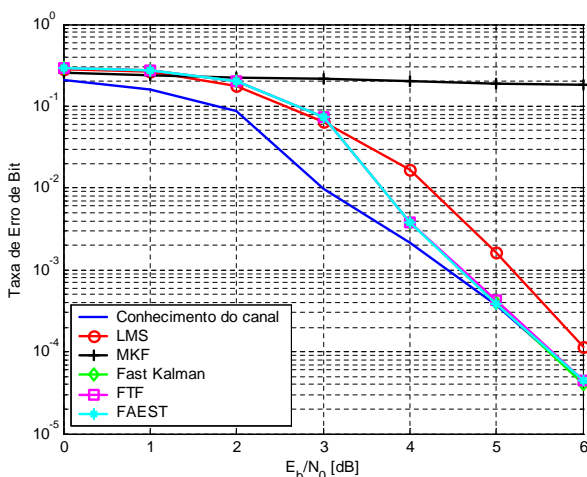


Fig. 6. Desempenho do receptor turbo cego para o canal [0.5 0.71 0.5].

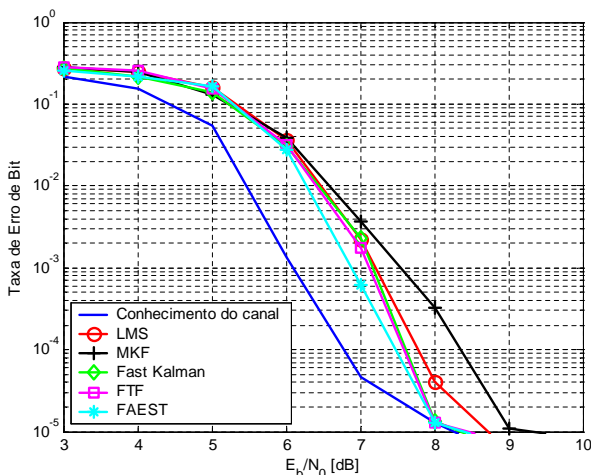


Fig. 7. Desempenho do receptor turbo cego para o canal [0.227 0.46 0.688 0.46 0.227].

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, propusemos e analisamos técnicas iterativas para equalização e estimação cega de canais de comunicação que se beneficiam da capacidade de correção de erros dos códigos convolucionais. Primeiramente, realizamos um estudo detalhado do equalizador com realimentação suave, denominado SFE. Este equalizador SISO utiliza sua própria saída e a saída do decodificador para obter estimativas mais confiáveis dos símbolos interferentes, possuindo complexidade computacional proporcional ao número de coeficientes do equalizador. Para reduzir ainda mais a complexidade computacional e simplificar o cálculo dos coeficientes do SFE, propusemos uma aproximação para a função  $\Psi_1(\gamma)$  em (13) e verificamos que esta aproximação não degrada o desempenho do receptor.

Em seguida, abordamos o problema da estimação cega de canais de comunicação num contexto iterativo. Ao se introduzir o estimador de canal na malha de realimentação

de um equalizador turbo, o estimador pode se beneficiar do código corretor de erros, refinando as estimativas do canal a cada iteração. Para obter soluções autodidatas de complexidade reduzida, propusemos a utilização dos algoritmos de mínimos quadrados rápidos, como o *Fast Kalman*, o FTF e o FAEST para estimar o canal. Estes algoritmos, embora computacionalmente eficientes, não vêm sendo explorados na estimação turbo. A utilização das inicializações propostas, juntamente com o processamento por blocos característicos dos receptores turbo, garantem a estabilidade dos algoritmos rápidos. Através de simulações, mostramos que os estimadores turbo usando os algoritmos rápidos apresentam, geralmente, desempenho equivalente ao do equalizador turbo com perfeito conhecimento do canal a partir de uma determinada relação sinal-ruído. Por fim, concluímos que bons receptores iterativos cegos e de baixa complexidade podem ser obtidos com o uso conjunto do SFE e de algum algoritmo rápido.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP - pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- [1] E. A. Lee e D. G. Messerschmit, *Digital Communication*, 2ª ed. Kluwer Academic Press, 1994.
- [2] C. Douillard, M. Jézéquel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, e A. Glavieux, "Iterative Correction of Intersymbol Interference: Turbo-Equalization," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 6, n.º. 5, p. 507–511, Setembro-Outubro 1995.
- [3] R. R. Lopes e J. R. Barry, "Soft-Output Decision-Feedback Equalization with a Priori Information," *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM'03*, vol. 3, p. 1705–1709, Dezembro 2003.
- [4] C. Laot, A. Glavieux e J. Labat, "Turbo Equalization: Adaptive Equalization and Channel Decoding Jointly Optimized," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 19, n.º. 9, p. 1744–1752, Setembro 2001.
- [5] M. Tüchler, R. Koetter e A. C. Singer, "Turbo Equalization: Principles and New Results," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, n.º. 5, p. 754–766, Maio 2002.
- [6] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, e J. Raviv, "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 20, n.º. 2, p. 284–287, Março 1974.
- [7] R. R. Lopes, "Iterative Estimation, Equalization and Decoding," Tese de Doutorado, Georgia Institute of Technology (EUA), Atlanta, Julho 2003.
- [8] S. Chung, T. Richardson e R. L. Urbanke, "Analysis of Sum-Product Decoding of Low-Density Parity-Check Codes Using a Gaussian Approximation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, n.º. 2, p. 657–670, Fevereiro 2001.
- [9] M. B. Loiola, "Técnicas Autodidatas e Soluções de Baixa Complexidade para Equalização e Estimação Turbo," Dissertação de Mestrado, FECC - UNICAMP, Campinas, Fevereiro 2005.
- [10] S. Song, A. C. Singer e K. M. Sung, "Soft Input Channel Estimation for Turbo Equalization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, n.º. 10, p. 2885–2894, Outubro 2004.
- [11] J. R. B. Gimenez, "Sobre a Estabilidade Numérica dos Algoritmos de Mínimos Quadrados Rápidos," Tese de Doutorado, FECC - UNICAMP, Campinas, Janeiro 1995.
- [12] L. Ljung, M. Morf e D. Falconer, "Fast Calculation of Gain Matrices for Recursive Estimation Schemes," *International Journal of Control*, vol. 27, n.º. 1, p. 1–19, 1978.
- [13] J. M. Cioffi e T. Kailath, "Fast, Recursive-Least-Squares Transversal Filters for Adaptive Filtering," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-32, n.º. 2, p. 304–337, Abril 1984.
- [14] G. Carayannis, D. Manolakis e N. Kalouptsidis, "A Fast Sequential Algorithm for Least-Squares Filtering and Prediction," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-31, p. 1394–1402, Dezembro 1983.