

Análise de Antenas de *Patches* Circulares de Microfita sobre Substratos Anisotrópicos através dos Potenciais Vetoriais de Hertz

Giordano M. Feitoza, Sandro G. Silva, José de Ribamar S. Oliveira e Adaildo G. d'Assunção

Resumo—Neste trabalho são analisadas antenas de microfita com *patches* circulares sobre substratos anisotrópicos uniaxiais. O objetivo principal é avaliar o efeito da utilização do substrato nas características das antenas. A análise é realizada no domínio da transformada de Hankel através dos potenciais vetoriais de Hertz e do método de Galerkin. Resultados numéricos são apresentados para a frequência de ressonância e o diagrama de radiação.

Palavras-Chaves—Antenas de microfita, *patches* circulares de microfita, substratos anisotrópicos, potenciais de Hertz.

Abstract—This work presents an analysis of microstrip antennas with circular patches on uniaxial anisotropic substrates. The objective is to evaluate the effect of the substrate anisotropy on the antenna parameters. The analysis is performed in the Hankel domain by using Hertz vector potentials and Galerkin method. Numerical results are presented for the resonant frequency and radiation pattern.

Index Terms—Microstrip antennas, microstrip circular patches, anisotropic substrates, Hertz potentials.

I. INTRODUÇÃO

As antenas de microfita têm grande aplicação em sistemas de comunicações móveis e comunicações por satélite. A opção por essas estruturas decorre principalmente da demanda do mercado pelo desenvolvimento de antenas com pequenas dimensões, baixo peso, versatilidade e capacidade de instalação em superfícies curvas [1]-[9].

Essas antenas, naturalmente, também apresentam algumas desvantagens que devem ser consideradas, tais como: faixa de passagem estreita, baixa potência e perdas elevadas [1].

O estudo de dispositivos e circuitos integrados de microondas com substratos anisotrópicos, incluindo antenas de microfita, é desenvolvido como o objetivo de melhor caracterizá-los e de aumentar a flexibilidade nos seus projetos.

G. M. Feitoza, S. G. Silva, A.G. d'Assunção, Depto. Engenharia Elétrica, Centro de Tecnologia, UFRN, Natal, RN. E-mails: sandro@ct.ufrn.br, adaildo@ct.ufrn.br. J.R.S. Oliveira, CEFET-RN, Natal, RN. E-mail: ramabir@cefetrn.br.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

Isso se deve ao fato de que os materiais empregados em microondas geralmente apresentam algum grau de anisotropia dielétrica. Além disso, há o aumento do número de graus de liberdade nos projetos, por conta de propriedades inerentes a esses materiais.

Nesse sentido, vários trabalhos foram dedicados à análise de antenas com *patches* retangulares de microfita impressas em substratos dielétricos anisotrópicos [2],[3].

Neste trabalho, a utilização de um procedimento de onda completa, através do método dos potenciais vetoriais de Hertz, combinado com o método de Galerkin, permite determinar a frequência de ressonância e o diagrama de radiação da antena com *patch* circular de microfita. Esta metodologia, exige a utilização da transformada de Hankel [10], em vez da transformada de Fourier usada na análise de antenas com *patch* retangular de microfita [2]. Recentemente, essa metodologia foi usada em [9], mas apenas para a determinação da frequência de ressonância de antenas com *patches* circulares de microfita de uma camada.

II. FORMULAÇÃO TEÓRICA

A Fig. 1 ilustra a geometria da antena *patch* circular de microfita considerada. O *patch* condutor tem formato circular, com raio r , e está impresso sobre um substrato dielétrico anisotrópico uniaxial (região 1), que tem espessura d e permissividade elétrica tensorial dada por:

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde ϵ_{zz} e ϵ_{rr} são as componentes da permissividade relativa nas direções z e r , respectivamente. Considera-se que $\epsilon_{rr} = \epsilon_{\phi\phi}$. A constante ϵ_0 é a permissividade elétrica do espaço livre. A permeabilidade magnética é μ_0 . A região 2 é o ar com permissividade elétrica ϵ_0 e permeabilidade magnética μ_0 . O substrato anisotrópico está montado sobre um plano de terra paralelo ao *patch* condutor circular.

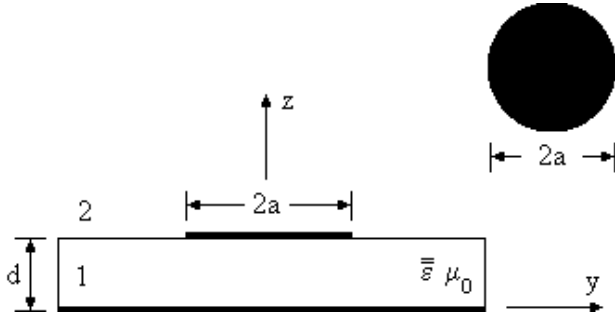


Figura 1 – Antena patch circular de microfita com substrato dielétrico anisotrópico uniaxial.

O desenvolvimento teórico emprega o método dos potenciais vetoriais de Hertz, no domínio da transformada de Hankel, em combinação com o método de Galerkin. Os potenciais de Hertz são definidos como elétrico ($\bar{\pi}_e$) e magnético ($\bar{\pi}_h$) [2].

Para a análise da estrutura da Fig. 1, esses potenciais são definidos ao longo do eixo óptico do substrato anisotrópico da região 2, direção escolhida para coincidir com o eixo z. Assim, os potenciais de Hertz na região dielétrica não-homogênea da Fig. 1 são expressos como [2]:

$$\bar{\pi}_e = \pi_e \bar{a}_z \quad (2)$$

$$\bar{\pi}_h = \pi_h \bar{a}_z \quad (3)$$

Em seguida, os campos são escritos em termos desses potenciais, a partir das equações de Maxwell, o que permite obter para a região 2 as seguintes expressões:

$$\vec{E} = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \bar{\pi}_e + \frac{1}{\epsilon_{rr}} \nabla(\nabla \cdot \bar{\pi}_e) \quad (4)$$

$$\vec{H} = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{rr} \bar{\pi}_h + \nabla \phi_h \quad (5)$$

e

$$\phi_h = \nabla \cdot \bar{\pi}_e, \quad (6)$$

Por sua vez, os potenciais de Hertz, $\bar{\pi}_e$ e $\bar{\pi}_h$, devem satisfazer respectivamente às equações de onda:

$$\nabla^2 \bar{\pi}_e + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{zz} \bar{\pi}_e + \left(\frac{\epsilon_{zz} - \epsilon_{rr}}{\epsilon_{rr}} \right) \frac{\partial \bar{\pi}_e}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla^2 \bar{\pi}_h + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{rr} \bar{\pi}_h = 0 \quad (8)$$

Para a região 1 (Fig. 1), preenchida com ar, as expressões para os campos elétrico e magnético são obtidas como um caso particular do estudo realizado para a região 2, bastando considerar $\epsilon_{zz} = \epsilon_{rr} = 1$, em (1) e de (4) a (7).

A análise, no domínio da transformada de Hankel [10], simplifica a solução do problema de contorno. Como a

estrutura da Fig. 1 possui simetria cilíndrica, o potencial π_e em (7), de acordo com a definição em (2), pode, por exemplo, ser representado em termos de funções cilíndricas, como:

$$\pi_e(r, \phi, z) = e^{in\phi} \int_0^\infty \tilde{\pi}_e(\alpha, z) J_n(\alpha r) \alpha d\alpha \quad (9)$$

onde $J_n(\alpha r)$ é a função de Bessel de primeira espécie e ordem n, e $\tilde{\pi}_e(\alpha, z)$ é a transformada de Hankel de π_e .

As funções de Bessel de primeira espécie são definidas como as soluções da equação diferencial de Bessel, dada por:

$$s^2 \frac{\partial^2 J_n(s)}{\partial s^2} + s \frac{\partial J_n(s)}{\partial s} + (s^2 - n^2) J_n(s) = 0 \quad (10)$$

Substituindo (9) em (7), considerando $s = \alpha r$ e fazendo uso de (10), obtém-se a equação de onda para o potencial de Hertz $\tilde{\pi}_e$ como sendo:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_e^2 \right) \tilde{\pi}_e = 0 \quad (11)$$

onde

$$\gamma_e^2 = \frac{\epsilon_{rr}}{\epsilon_{zz}} (\alpha^2 - k_e^2) \quad (12)$$

Analogamente, a equação de onda para o potencial de Hertz $\tilde{\pi}_h$ é obtida como:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_h^2 \right) \tilde{\pi}_h = 0 \quad (13)$$

onde

$$\gamma_h^2 = \alpha^2 - k_h^2 \quad (14)$$

As soluções para (11) e (13), nas regiões dielétricas 1 e 2 da Fig. 1, são:

$$\tilde{\pi}_{h1} = A_1 \sinh(\gamma_h z) + A'_1 \cosh(\gamma_h z) \quad (15)$$

$$\tilde{\pi}_{e1} = B_1 \cosh(\gamma_e z) + B'_1 \sinh(\gamma_e z) \quad (16)$$

$$\tilde{\pi}_{h2} = A_2 e^{-\gamma_0(z-d)} \quad (17)$$

$$\tilde{\pi}_{e2} = B_2 e^{-\gamma_0(z-d)} \quad (18)$$

Para a solução do problema, são definidas as seguintes componentes de campo:

$$E_\pm = E_r \pm j E_\phi \quad (19)$$

$$H_\pm = H_r \pm j H_\phi \quad (20)$$

Em termos das transformadas dos potenciais de Hertz, as componentes de campo definidas em (19) e (20) são obtidas como:

$$\mathbf{E}_{\pm} = e^{jn\phi} \int_0^{\infty} \alpha \left[\omega \mu_0 \tilde{\pi}_h \mp \frac{1}{\epsilon_{rr}} \frac{\partial \tilde{\pi}_e}{\partial z} \right] J_{n\pm 1}(s) \alpha d\alpha \quad (21)$$

$$\mathbf{H}_{\pm} = e^{jn\phi} \int_0^{\infty} \alpha \left[-\omega \epsilon_0 \tilde{\pi}_e \pm \frac{\partial \tilde{\pi}_h}{\partial z} \right] J_{n\pm 1}(s) \alpha d\alpha \quad (22)$$

Após alguma manipulação algébrica, envolvendo as componentes de campo \mathbf{E}_+ e \mathbf{E}_- na interface dos dois dielétricos, ou seja, em $z = d$ (Fig. 1), as suas transformadas de Hankel são expressas em função das transformadas das correntes $\tilde{\mathbf{I}}_+$ e $\tilde{\mathbf{I}}_-$ na forma seguinte:

$$\tilde{\mathbf{E}}_+ = \tilde{\mathbf{Z}}_{11} \tilde{\mathbf{I}}_+ + \tilde{\mathbf{Z}}_{12} \tilde{\mathbf{I}}_- \quad (23)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_- = \tilde{\mathbf{Z}}_{21} \tilde{\mathbf{I}}_+ + \tilde{\mathbf{Z}}_{22} \tilde{\mathbf{I}}_- \quad (24)$$

onde $\tilde{\mathbf{Z}}_{11}$, $\tilde{\mathbf{Z}}_{12}$, $\tilde{\mathbf{Z}}_{21}$ e $\tilde{\mathbf{Z}}_{22}$ são as transformadas das componentes da função diádica de Green da estrutura. Na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_+ \\ \tilde{\mathbf{E}}_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Z}}_{11} & \tilde{\mathbf{Z}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{Z}}_{21} & \tilde{\mathbf{Z}}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_+ \\ \tilde{\mathbf{I}}_- \end{bmatrix}. \quad (25)$$

As componentes da matriz $\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Z}} \end{bmatrix}$ em (25) são obtidas como:

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{11} = \tilde{\mathbf{Z}}_{22} = \left[\frac{1}{2j} \left(\frac{\omega \mu_0}{\gamma_0 + \gamma_h \coth(\gamma_h d)} - \frac{\gamma_0 \gamma_e}{\omega \epsilon_0 [\gamma_e + \gamma_0 \epsilon_{rr} \coth(\gamma_e d)]} \right) \right] \quad (26)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{12} = \tilde{\mathbf{Z}}_{21} = \left[\frac{1}{2j} \left(\frac{\omega \mu_0}{\gamma_0 + \gamma_h \coth(\gamma_h d)} + \frac{\gamma_0 \gamma_e}{\omega \epsilon_0 [\gamma_e + \gamma_0 \epsilon_{rr} \coth(\gamma_e d)]} \right) \right] \quad (27)$$

Nas equações (23) e (24), $\tilde{\mathbf{E}}_{\pm}$ e $\tilde{\mathbf{I}}_{\pm}$ são funções desconhecidas. Como os campos elétricos e as correntes são diferentes de zero em regiões complementares na interface $z=d$ (Fig. 1), torna-se possível eliminar $\tilde{\mathbf{E}}_{\pm}$ através do método de Galerkin. Neste procedimento, as correntes $\tilde{\mathbf{I}}_{\pm}$ são expandidas em termos de funções de base conhecidas $\tilde{\mathbf{I}}_{\pm i}$, com coeficientes de expansão $\mathbf{a}_{\pm i}$, desconhecidos, de acordo com:

$$\tilde{\mathbf{I}}_{\pm} = \sum_{i=1}^m \mathbf{a}_{\pm i} \tilde{\mathbf{I}}_{\pm i}. \quad (28)$$

Para a solução do problema, adota-se um procedimento similar ao usado na análise de *patches* retangulares de microfita no domínio da transformada de Fourier. Assim, através do método de Galerkin, obtém-se a equação

característica para o caso do *patch* circular de microfita. As raízes complexas desta equação são as frequências de ressonância da estrutura analisada, sendo expressas como [2]:

$$F_{\text{res}} = F_{\text{real}} + jF_{\text{imag}}. \quad (29)$$

A análise também incluiu a determinação do diagrama de radiação para a antena da Fig. 1 e o estudo de antenas de microfita com *patches* circulares suspensos. São geradas curvas para a frequência de ressonância e os diagramas de radiação em função dos parâmetros estruturais da antena, incluindo a razão de anisotropia do substrato dielétrico considerado, que é definida como [2]:

$$\frac{n_r}{n_z} = \sqrt{\frac{\epsilon_{rr}}{\epsilon_{zz}}} \quad (30)$$

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Foram obtidos resultados para antenas de microfita com *patches* circulares sobre vários substratos anisotrópicos uniaxiais.

A Fig. 2 mostra curvas da frequência de ressonância em função do raio do *patch* condutor para os seguintes materiais anisotrópicos: nitreto de boro, ou *pyrolytic boron nitride* – *pbn* ($\epsilon_{rr} = 5,12$; $\epsilon_{zz} = 3,4$), safira ($\epsilon_{rr} = 9,4$; $\epsilon_{zz} = 11,6$) e

Epsilam-10 ($\epsilon_{rr} = 13$; $\epsilon_{zz} = 10,6$). A espessura do substrato, d , é igual a 1,27mm. O resultado de Losada et al. [6], para o nitreto de boro, também foi introduzido para fins de comparação, mostrando uma excelente concordância.

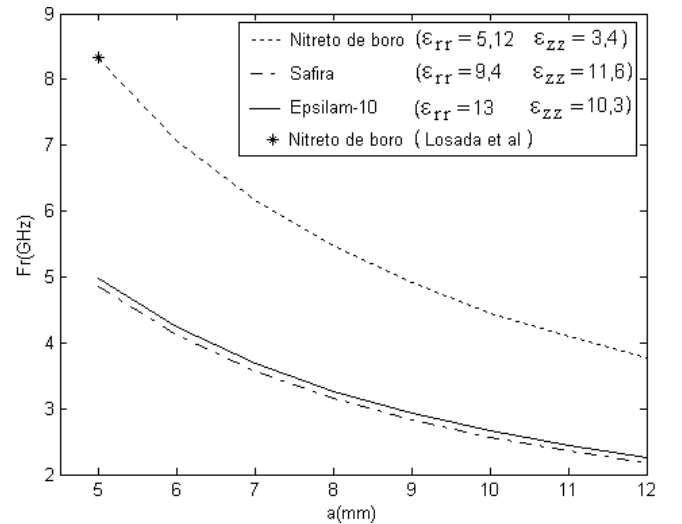


Figura 2 - Frequência de ressonância versus raio do *patch* condutor de antenas de microfita. A espessura, d , do substrato dielétrico é igual a 1,27 mm.

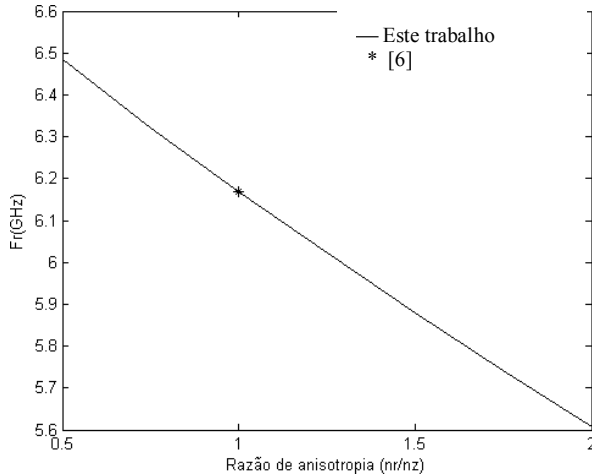


Figura 3 - Frequência de ressonância versus a razão de anisotropia do substrato, com: $a = 7,9375$ mm, $d = 1,5875$ mm e $\epsilon_{zz} = 2,65$.

A Fig. 3 mostra uma curva da frequência de ressonância em função da razão de anisotropia do substrato dielétrico. Considerou-se $a = 7,9375$ mm, $d = 1,5875$ mm e $\epsilon_{zz} = 2,65$. O caso particular de uma antena *patch* circular sobre material isotrópico é reproduzido quando a razão de anisotropia é igual a 1.

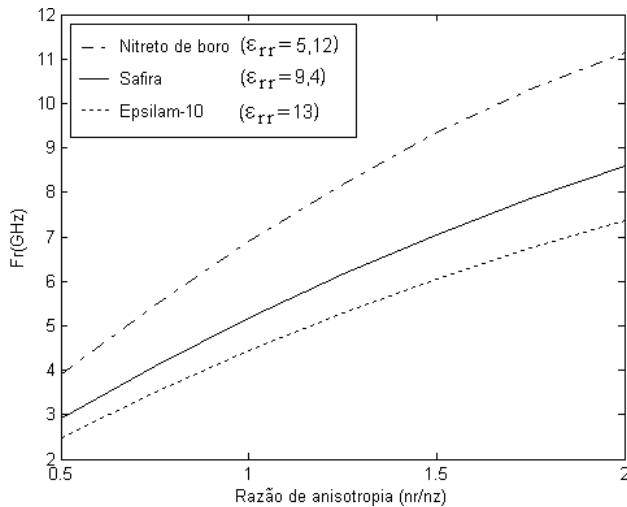


Figura 4 - Frequência de ressonância versus a razão de anisotropia do substrato, com $a = 5$ mm e $d = 1,58$ mm.

Na Fig. 5 são mostradas curvas da frequência de ressonância em função do raio do *patch* circular. Foram considerados os seguintes materiais anisotrópicos: nitreto de boro ($\epsilon_{rr} = 5,12$; $\epsilon_{zz} = 3,4$), safira ($\epsilon_{rr} = 9,4$; $\epsilon_{zz} = 11,6$) e Epsilam-10 ($\epsilon_{rr} = 13$; $\epsilon_{zz} = 10,6$). Observou-se uma ótima concordância com os resultados de Gurel e Yazgan [9].

As Figs. 6 e 7 mostram diagramas de radiação traçados para a antena *patch* circular de microfita sobre vários substratos anisotrópicos.

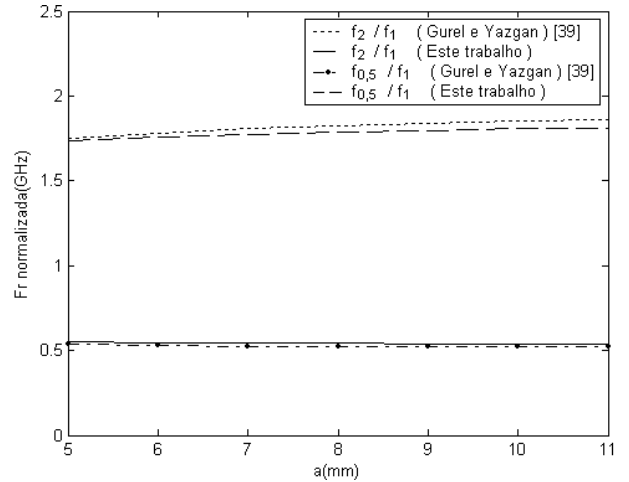


Figura 5 - Frequência de ressonância versus raio do *patch* circular de microfita sobre material isotrópico, com $\epsilon_{rr} = 9,4$ e $d = 1$ mm.

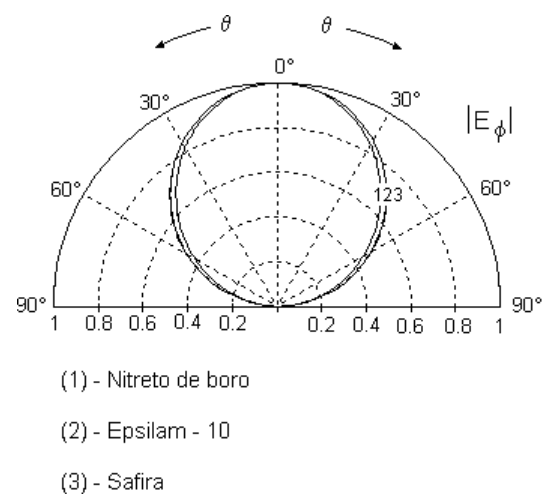


Figura 6 - Diagrama de radiação (campo E_{ϕ}) para diferentes materiais, com $a = 5$ mm e $d = 1,27$ mm.

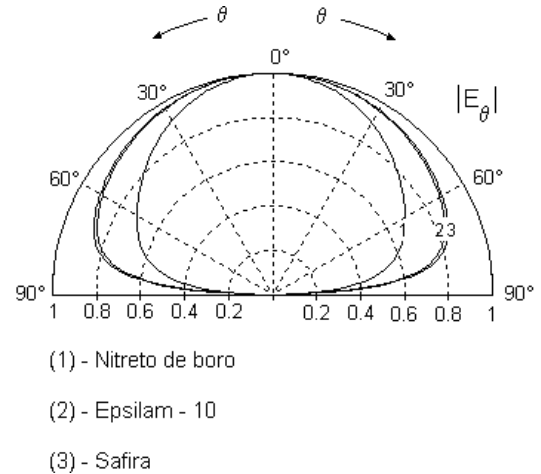


Figura 7 - Diagrama de radiação (campo E_{θ}) para diferentes materiais, com $a = 5$ mm e $d = 1,27$ mm.

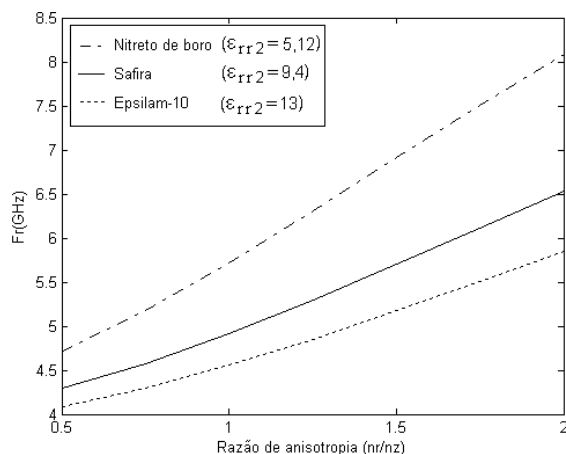


Figura 8 - Frequência de ressonância versus razão de anisotropia para um *patch* de microfita circular sobre duas camadas: $\epsilon_{rr1} = \epsilon_{zz1} = 1$; $a = 8$ mm; $d_1 = 0,254$ mm; $d_2 = 1,016$ mm.

IV. CONCLUSÃO

O estudo do efeito da anisotropia se faz necessário, pois vários materiais usados na fabricação de circuitos de microondas/antenas apresentam alguma grau de anisotropia.

Foram consideradas antenas com uma e duas camadas anisotrópicas, embora a formulação matemática e os resultados apresentados tenham sido concentrados na estrutura de uma camada, por simplicidade.

O estudo de estruturas com duas camadas é importante pois possibilita, por exemplo, a sintonia da frequência de ressonância através da variação dos parâmetros estruturais, especialmente quando uma delas é preenchida com ar.

Para os resultados dos diagramas de radiação, pode-se concluir que o campo E_θ é mais sensível às variações do raio do *patch*, da permissividade elétrica e da altura substrato, quando comparado ao campo E_ϕ .

REFERÊNCIAS

- [1] J. R. JAMES, P. S. HALL e C. WOOD. *Microstrip Antenna Theory Design*. UK: Peter Peregrinus Ltda., 1981.
- [2] R. M. NELSON, D. A. ROGERS e A. G. D'ASSUNÇÃO. Resonant Frequency of a rectangular microstrip patch on a several uniaxial substrates. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, AP-38(7):973-981, julho 1990.
- [3] A. K. VERMA e NASIMUDDIN. Analysis of circular microstrip patch antenna as an equivalent rectangular microstrip patch antenna on iso/anisotropic thick substrate. *IEEE Proc.- Microw. Antennas Propag.*, vol. 150, no.4, pp. 223-229, agosto 2003.
- [4] K. ARAKI e T. ITOH. Hankel transform domain analysis of open circular microstrip radiating structures. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, AP-29(1):84-89, janeiro 1981.
- [5] S. MELLAH, M. DRISSI e J. CITERNE. A rigorous analysis of novel microstrip circular patch antennas. *IEEE*. Pp. 952-955, 1994.
- [6] V. LOSADA, R. MARQUES e M. HORNO. Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 488-498, abril 1999.
- [7] D. GUHA. Resonant frequency of circular microstrip antennas with and without air gaps. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, AP-49(1):55-59, janeiro 2001.

[8] D. GUHA e J. Y. SIDDIQUI. Resonant frequency of circular microstrip antenna covered with dielectric superstrate. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, AP-51(7), pp.1649-1652, julho 2003.

[9] Ç. S. GÜREL e E. YAZGAN. Characteristics of a circular patch microstrip antenna on uniaxially anisotropic substrate. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, AP-52(10):2532-2537, outubro 2004.

[10] M. ABRAMOWITZ e I. A. STEGUN. *Handbook of mathematical functions, with formulas, graphs and mathematical tables*. (New York, Dover), 1970.