

# Algoritmo para Síntese de Diagramas em Redes Planares com Apontamento de Feixe e Controle de Nível dos Lóbulos Secundários

D.C.M. Maciel e J.C. da S. Lacava

**Resumo**— Neste trabalho é descrito um algoritmo para a síntese de diagramas em redes planares de antenas com apontamento de feixe e controle de nível dos lóbulos secundários. Uma ferramenta computacional é codificada e resultados são apresentados e discutidos.

**Palavras-Chave**—Antenas de microfita, redes de antenas, polarização circular, apontamento de feixe, controle de nível de lóbulos secundários.

**Abstract**— This work describes an algorithm for circularly polarized array-pattern synthesis with main beam scanning and prescribed side lobe level. A computational tool is implemented and results are presented and discussed.

**Index Terms**— Microstrip antennas, antenna arrays, circular polarization, main beam scanning, prescribed side lobe level.

## I. INTRODUÇÃO

A síntese de diagramas de irradiação com controle de nível dos lóbulos secundários recebeu grande atenção nas últimas décadas [1-8]. Uma solução fechada para este problema foi apresentada no clássico trabalho de Dolph [1], no qual os polinômios de *Tschebyscheff* foram empregados para determinar os coeficientes de excitação de redes *broadside* de antenas isotrópicas. O diagrama resultante possui todos os lóbulos secundários com mesmo nível e abaixo do lóbulo principal de um determinado valor especificado. Entretanto, em redes com apontamento de feixe e com elementos não isotrópicos, o método de Dolph produz diagramas cujos lóbulos secundários poderão não cumprir as especificações de projeto [8].

Neste trabalho é apresentado um algoritmo para a síntese de diagramas de redes planares com apontamento de feixe e controle de nível dos lóbulos secundários. Tal algoritmo foi desenvolvido com base no trabalho de Tseng e Griffiths [4], o qual foi concebido para a síntese de diagramas em redes lineares. Visando contemplar redes planares, modificações foram introduzidas na proposta original do algoritmo. Embora a abordagem apresentada seja geral, é feita uma aplicação considerando a antena de microfita de canto truncado. Uma ferramenta computacional capaz de fornecer os coeficientes de excitação da rede, de modo que o diagrama cumpra a especificação de projeto, é então implementada.

D.C.M. Maciel e J.C. da S. Lacava, Laboratório de Antenas e Propagação - LAP, ITA, São José dos Campos, SP, E-mails: mangia@ita.br, lacava@ita.br. Website: www.ele.ita.br/lap. Este trabalho foi parcialmente financiado pela FAPESP, CAPES, CNPq, FINEP e projeto CNS-ATM.

## II. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

Seja a rede planar de antenas com  $M \times N$  elementos irradiadores mostrada na Figura 1. Seu diagrama de irradiação pode ser escrito como [8]:

$$s(\theta, \phi) = w^t v(\theta, \phi), \quad (1)$$

onde  $w$  é o vetor contendo a excitação de cada elemento,  $t$  representa a conjugada da transposta e  $v(\theta, \phi)$  é o vetor associado aos diagramas de irradiação dos elementos, na rede, expresso por:

$$v(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} g_1(\theta, \phi) e^{i\psi_1} \\ g_2(\theta, \phi) e^{i\psi_2} \\ \vdots \\ g_T(\theta, \phi) e^{i\psi_T} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde  $T$  é o número de antenas da rede,  $g_m(\theta, \phi)$  representa o diagrama de irradiação do  $m$ -ésimo elemento,  $\psi_m = k_0 \mathbf{r}_m \cdot \hat{\mathbf{r}}$ , sendo  $\hat{\mathbf{r}} = \sin\theta \cos\phi \hat{\mathbf{x}} + \sin\theta \sin\phi \hat{\mathbf{y}} + \cos\theta \hat{\mathbf{z}}$  e o seu vetor de posição dado por  $\mathbf{r}_m = x_m \hat{\mathbf{x}} + y_m \hat{\mathbf{y}}$ . No caso de elementos idênticos com a mesma orientação espacial,  $g_m(\theta, \phi) = g(\theta, \phi)$ , de modo que  $g(\theta, \phi)$  pode ser colocada em evidência em (2).

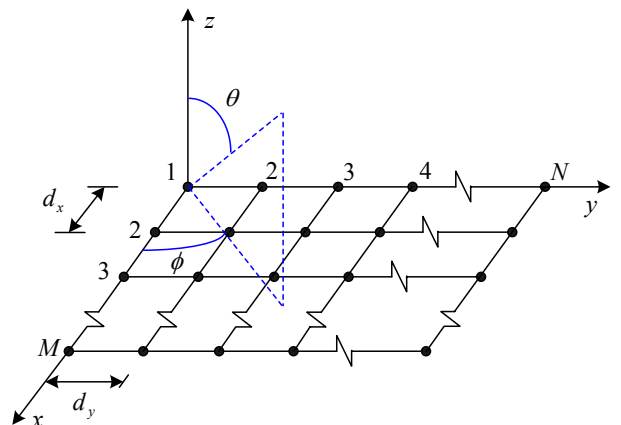


Fig. 1. Geometria para a rede planar de antenas de microfita de canto truncado.

A síntese consiste em encontrar o vetor de excitação  $w$  que forneça a magnitude do diagrama de irradiação normalizado

$|s(\theta, \phi)|$  a mais próxima possível da especificação de lóbulo secundário desejada, mantendo o lóbulo principal na direção de apontamento  $(\theta_0, \phi_0)$ . O método iterativo apresentado é baseado na solução de uma seqüência de problemas de mínimos quadrados com restrições lineares, denotado por:

$$\min_w w^t A w, \quad (3)$$

sujeito a  $K$  restrições lineares ( $K \leq T$ ):

$$C^t w = f. \quad (4)$$

Nestas expressões,  $A$  é a matriz covariância de dimensão  $T \times T$  e  $C$  é uma matriz de dimensão  $T \times K$  que contém as restrições do problema. O vetor coluna  $f$  possui dimensão  $K \times 1$  e contém os valores a serem alcançados correspondentes às restrições.

A solução fechada para este problema é dada por:

$$w = A^{-1} C (C^t A^{-1} C)^{-1} f, \quad (5)$$

onde

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^F v(\theta_i, \phi_i) [v(\theta_i, \phi_i)]^t, \quad (6)$$

com os pares  $(\theta_i, \phi_i)$  pertencentes às regiões dos lóbulos secundários. Estabelecido o par inicial  $(\theta_1, \phi_1)$ , os demais são calculados recursivamente por  $\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta\theta$  e  $\phi_{i+1} = \phi_i + \Delta\phi$ . O limite superior  $F$  corresponde ao número de amostras utilizadas, todas contidas na região dos lóbulos secundários [8].

#### A. Inicialização dos Coeficientes de Excitação

O primeiro passo do algoritmo gera um conjunto de coeficientes de excitação que fornece baixo nível de irradiação nas regiões dos lóbulos secundários e diagrama de irradiação normalizado. Estes coeficientes são encontrados resolvendo-se o problema dos mínimos quadrados sujeito às seguintes restrições lineares:

$$[v(\theta_0, \phi_0)]^t w = 1, \quad (7)$$

$$\text{Re}\{[v_\theta(\theta_0, \phi_0)]^t w\} = 0, \quad (8)$$

$$\text{Re}\{[v_\phi(\theta_0, \phi_0)]^t w\} = 0, \quad (9)$$

onde  $\text{Re}\{\}$  denota “a parte real de”,  $v_\theta$  e  $v_\phi$  são as derivadas do vetor  $v$  em relação a  $\theta$  e  $\phi$ , respectivamente.

#### B. Procedimento Iterativo

O diagrama inicial calculado segundo o item anterior apresenta lóbulos secundários de baixo nível na região especificada, e o valor desejado provavelmente não foi alcançado. Para se atingir esses objetivos, utiliza-se do procedimento iterativo seguinte, que consiste em adicionar um vetor residual  $\Delta w$  ao vetor de excitação inicial  $w$ , ou seja:

$$w = w + \Delta w. \quad (10)$$

O termo  $\Delta w$  é definido como a solução de um novo problema de mínimos quadrados, sujeita a novas restrições lineares. Neste caso:

$$[v(\theta_0, \phi_0)]^t \Delta w = 0, \quad (11)$$

$$\text{Re}\{[v_\theta(\theta_0, \phi_0)]^t \Delta w\} = 0, \quad (12)$$

$$\text{Re}\{[v_\phi(\theta_0, \phi_0)]^t \Delta w\} = 0, \quad (13)$$

$$[v(\theta_j, \phi_j)]^t \Delta w = f_j, \text{ para } j = 1, 2, 3, \dots, p. \quad (14)$$

A primeira restrição (11) assegura que o nível do diagrama na direção de apontamento não seja alterado enquanto (12) e (13) mantêm a presença de um pico nesta direção [4].

As  $p$  restrições restantes em (14) controlam o nível dos lóbulos secundários (*SLL*). Esta expressão considera a existência de  $p$  picos dentro da região especificada que foram identificados na iteração anterior, sendo  $(\theta_j, \phi_j)$  a posição do  $j$ -ésimo pico. A quantidade escalar  $f_j$  é calculada de forma a assegurar que o nível do diagrama nas posições dos picos seja igual ao nível desejado após a atualização em (10). Os valores para  $f_j$  são obtidos pela expressão:

$$f_j = (SLL - |c_j|) \frac{c_j}{|c_j|}, \quad (15)$$

onde  $c_j$  é o nível atual do pico  $j$ .

O algoritmo não converge em um único passo. Repetindo o procedimento algumas poucas vezes, consegue-se a convergência desejada.

Para se obter uma solução fechada para  $\Delta w$ , o sistema formado pelas equações (11)-(14) deve ser determinado. Logo, no máximo,  $p_{\max} = T - 3$  picos podem ser controlados a cada iteração. Quando o número de picos excede esse valor, é necessário um procedimento para selecionar um subconjunto destes. Embora outras estratégias sejam possíveis, a decisão foi controlar os  $p_{\max}$  maiores picos.

A etapa de solução de  $\Delta w$  pode encontrar dificuldades numéricas se houver restrições linearmente dependentes entre si. Neste caso, é necessário um passo adicional onde essas restrições dependentes são excluídas. O método usado é a decomposição  $QR$  da matriz  $C$ , ou seja:

$$C = QR. \quad (16)$$

Nesta decomposição, a matriz  $Q$  é unitária e  $R$  é triangular superior. Se um ou mais elementos da diagonal principal de  $R$  possuir pequeno valor absoluto (relativo ao maior elemento desta diagonal), a coluna correspondente em  $C$  apresenta dependência linear com outras colunas. Aquela que apresentar o menor valor é então eliminada e a decomposição  $QR$  é repetida até que a relação entre os termos máximo e mínimo da diagonal atinja um valor estabelecido. Esta etapa é de fundamental importância, sem a qual o algoritmo pode divergir.

## III. APLICAÇÃO

A geometria para a rede em análise é mostrada na Figura 2(a). A primeira dificuldade deste algoritmo é a necessidade de se conhecer a expressão do campo distante irradiado pelo elemento que compõe a rede. Conforme as equações (8) e (9), as derivadas desta expressão, em relação às variáveis  $\theta$  e  $\phi$ , também devem ser determinadas. Entretanto, não se conhece uma expressão fechada para o campo elétrico distante irradiado pela antena de microfita de canto truncado. Uma boa aproximação é utilizar a antena de microfita quase quadrada [9] em substituição à de canto truncado (Figura 2(b)).

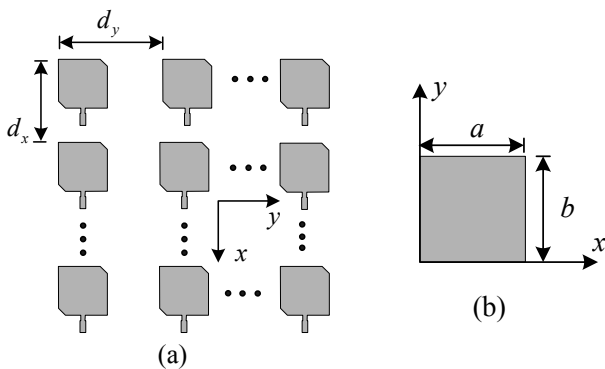


Fig. 2. Antenas de microfita: (a) canto truncado e (b) quase quadrada.

Para a geometria quase quadrada, o modelo da cavidade ressonante [10] possibilita determinar as seguintes expressões para as componentes normalizadas de campo elétrico distante:

$$\begin{aligned}
 |E_{\theta}| = & 2k_0^2 |\sin\theta \sin\phi \cos\phi| \\
 & \times \left| \cos^2 \frac{m\pi}{2} \sin\left(\frac{k_0 a}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \right. \\
 & \left. + i \sin^2 \frac{m\pi}{2} \cos\left(\frac{k_0 a}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \right| \\
 & \times \left| \cos^2 \frac{n\pi}{2} \sin\left(\frac{k_0 b}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \right. \\
 & \left. + i \sin^2 \frac{n\pi}{2} \cos\left(\frac{k_0 b}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \right| \\
 & \times \left| \frac{1}{k_0^2 \sin^2\theta \cos^2\phi - (m\pi/a)^2} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\phi - (n\pi/b)^2} \right|, \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |E_{\phi}| = & 2k_0^2 |\sin\theta \cos\theta| \\
 & \times \left| \cos^2 \frac{m\pi}{2} \sin\left(\frac{k_0 a}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \right. \\
 & \left. + i \sin^2 \frac{m\pi}{2} \cos\left(\frac{k_0 a}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \right|
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left| \cos^2 \frac{n\pi}{2} \sin\left(\frac{k_0 b}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \right. \\
 & \left. + i \sin^2 \frac{n\pi}{2} \cos\left(\frac{k_0 b}{2} \sin\theta \sin\phi\right) \right| \\
 & \times \left| \frac{\cos^2\phi}{k_0^2 \sin^2\theta \cos^2\phi - (m\pi/a)^2} \right. \\
 & \left. - \frac{\sin^2\phi}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\phi - (n\pi/b)^2} \right|, \quad (18)
 \end{aligned}$$

onde  $a$  e  $b$  são as dimensões da antena. Para irradiar ondas circularmente polarizadas, dois modos de ressonâncias devem ser excitados na cavidade que modela os campos eletromagnéticos internos à estrutura: ( $m = 0, n = 1$ ) e ( $m = 1, n = 0$ ). O diagrama de irradiação da antena circularmente polarizada, que corresponde ao de campo elétrico total, é calculado por:

$$g(\theta, \phi) = \sqrt{|E_{\theta}|^2 + |E_{\phi}|^2}. \quad (19)$$

Antes de executar as derivadas, decidiu-se por estudar o comportamento desta em função da variável  $\phi$ . Na Figura 3 tem-se o diagrama de campo total em vários planos  $\phi = \text{constante}$ . Como se pode observar,  $g(\theta, \phi)$  é praticamente independente de  $\phi$ , de modo que a derivada em relação a esta variável é considerada ser nula, ou seja,  $g'_{\phi}(\theta, \phi) \cong 0$ . Este importante resultado possibilitará uma grande redução no tempo computacional e no esforço despendido no desenvolvimento do algoritmo para redes planares. Assim, a independência de  $g(\theta, \phi)$  com  $\phi$  permitirá o cálculo da derivada do vetor  $v(\theta, \phi)$ , em relação a  $\theta$ , em qualquer plano  $\phi = \text{constante}$ . Assim, escreve-se simplesmente  $g(\theta)$ .

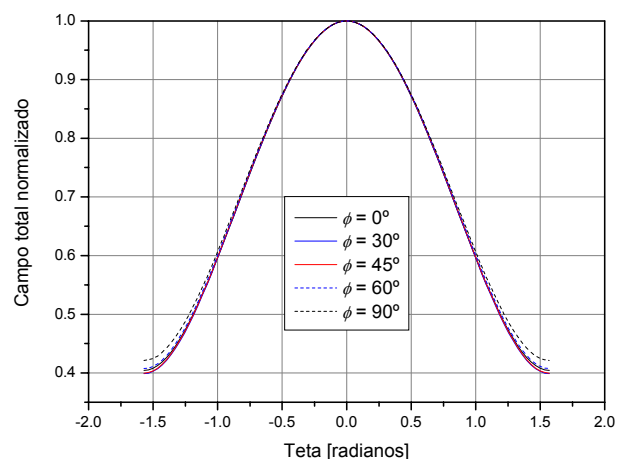


Fig. 3. Campo elétrico total normalizado da antena de microfita de canto truncado em diferentes planos  $\phi = \text{constante}$ .

Realiza-se, agora, o cálculo da derivada de  $g(\theta)$  em relação a  $\theta$ . Ao invés de seguir o caminho natural, ou seja, partir para a determinação da derivada usando as expressões (17)-(19),

uma análise do comportamento de  $g(\theta)$  poderá simplificar sobremaneira a implementação computacional do algoritmo.

A Figura 3 mostra o diagrama retangular de campo total na escala linear. A curva obtida sugere uma função co-senoidal para descrever tal diagrama.

Para comprovar esta expectativa, procede-se à escolha e cálculo da função que descreve o comportamento apresentado na Figura 3. Para isso, utiliza-se a ferramenta *cftool* (do inglês, *Curve Fitting Tool*) do *Matlab*<sup>®</sup> [11]. Neste módulo é sugerida uma expressão com constantes ( $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  e  $p_4$ ) a serem determinadas. A equação geral proposta é a seguinte:

$$g_{\text{mod}}(\theta) = p_1 \cos(p_2\theta + p_3) + p_4. \quad (20)$$

Os valores obtidos, no caso em questão, são:  $p_1 = 0,3022$ ,  $p_2 = 1,918$ ,  $p_3 \cong 0$  e  $p_4 = 0,6983$ . A comparação entre o diagrama obtido pelo método da cavidade ressonante e aquele com a função alternativa é mostrada na Figura 4. Como se pode notar, há uma excelente concordância entre os resultados, sendo praticamente imperceptível diferença entre as curvas. Logo, o cálculo do campo total pelas equações (17)-(19) é substituído por (20), uma expressão bastante simplificada.

Uma vez obtida uma expressão equivalente para o campo elétrico total, a derivada de  $g_{\text{mod}}(\theta)$ , em relação a  $\theta$ , é expressa por:

$$g'_{\text{mod}}(\theta) = -p_1 p_2 \sin(p_2\theta) = -0,5797 \sin(1,918\theta), \quad (21)$$

uma equação também bastante simples.

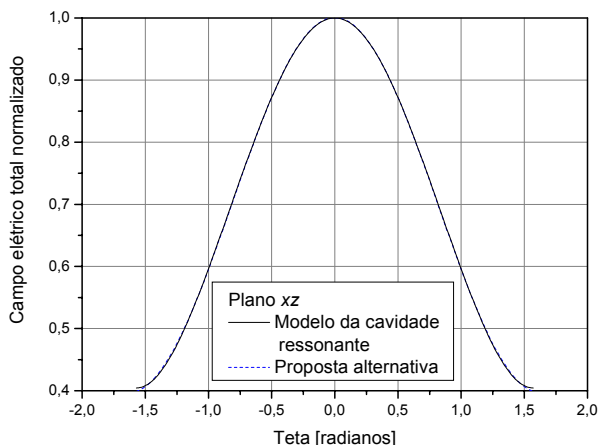


Fig. 4. Comparação entre os resultados obtidos pelo método da cavidade ressonante e a proposta alternativa.

Após esta etapa, procedeu-se à codificação do algoritmo. Neste trabalho, optou-se por implementar a ferramenta computacional usando o *Matlab*<sup>®</sup>. Algumas funções numéricas usadas no algoritmo já estão prontas no ambiente, não se exigindo a programação das mesmas. Outro ponto forte é a sua excelente saída gráfica, facilitando a visualização dos resultados por operações de rotação, translação e *zoom*.

#### IV. RESULTADOS OBTIDOS

Usando a ferramenta computacional desenvolvida, o diagrama de uma rede planar com  $6 \times 6$  antenas de microfita de canto truncado foi sintetizado de modo a estabelecer o máximo do lóbulo principal apontado para a direção definida por  $\theta_0 = 30^\circ$  e  $\phi_0 = 45^\circ$ , com lóbulos secundários 25 dB abaixo do principal. A separação entre elementos nas direções  $x$  e  $y$  é  $d_x = d_y = 0,5\lambda_0$ . A geometria geral é mostrada na Figura 2(a). Após quatro iterações, é satisfeita a especificação acima. Na Figura 6 é mostrado o diagrama de irradiação polar 3D, que facilita a observação do nível dos lóbulos secundários. Neste caso, as seguintes transformações são empregadas:  $x = \theta \cos\phi$ ,  $y = \theta \sin\phi$  e  $z =$  nível de campo. O uso desse sistema tem sido utilizado na saída gráfica de diversos programas, como *IE3D*<sup>TM</sup> [12] e *HFSST*<sup>TM</sup> [13], e também na literatura [14]. Na Figura 7 é mostrado o diagrama de irradiação 3D.

Para efeito de comparação, as excitações dos elementos da rede, obtidas com a ferramenta computacional, foram implementadas no *IE3D*<sup>TM</sup>, por onde se constata que há o correto apontamento e os lóbulos secundários estão pelo menos 25 dB abaixo do principal. A Figura 8 ilustra os diagramas de campo obtidos com a ferramenta e simulação no *IE3D*<sup>TM</sup>, confirmando a boa concordância entre os resultados.

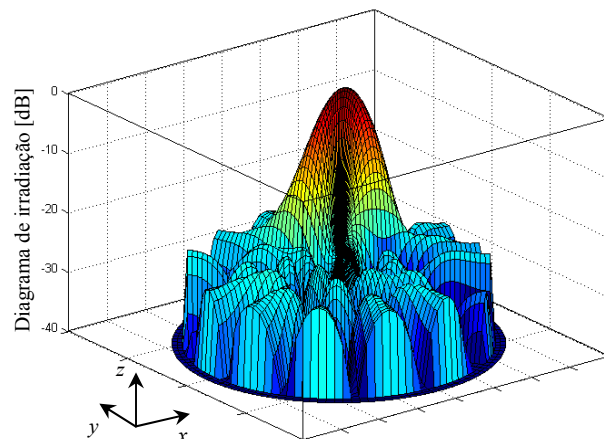


Fig. 6. Diagrama de irradiação polar 3D da rede com  $6 \times 6$  antenas de canto truncado.

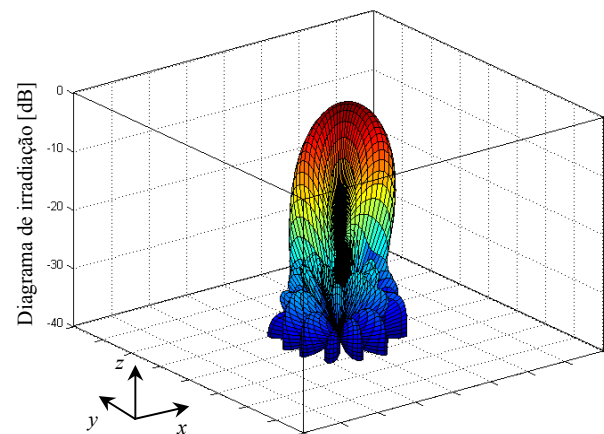


Fig. 7. Diagrama de irradiação 3D da rede com  $6 \times 6$  antenas de canto truncado.

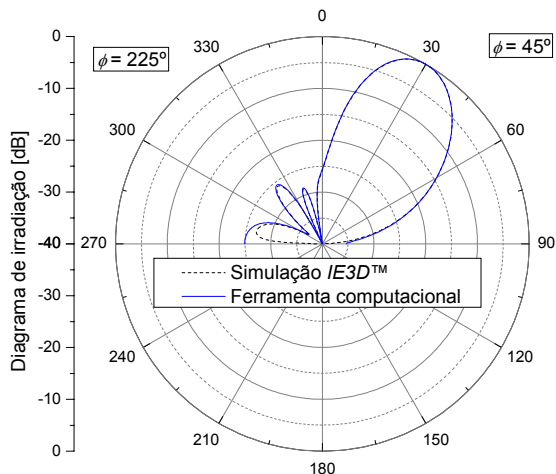


Fig. 8. Comparação entre os diagramas de campo normalizados, obtidos com auxílio da ferramenta computacional e pela simulação no IE3D™.

Como segundo exemplo de aplicação da ferramenta computacional, sintetiza-se o diagrama de uma rede planar de antenas de microfita de canto truncado, com 8 elementos ao longo do eixo  $x$  e 3 ao longo de  $y$ . Após cinco iterações obtém-se um conjunto de coeficientes de excitação que cumpre a especificação da rede: apontamento para  $\theta_0 = 40^\circ$  e  $\phi_0 = 180^\circ$ , com lóbulos secundários 25 dB abaixo do principal. As Figuras 9 e 10 ilustram os diagramas de irradiação nas formas polar 3D e 3D, respectivamente, após a última iteração (as iterações anteriores são mostradas no Apêndice I). A Figura 11 apresenta os diagramas obtidos pela simulação no IE3D™ com os coeficientes de excitação fornecidos: (a) pela ferramenta computacional; e (b) pelo método de *Dolph-Tschebyscheff*. Observa-se que o conjunto de excitações obtido pela ferramenta corrige o apontamento e também o nível dos lóbulos secundários.

Por fim, para validar a saída gráfica da ferramenta computacional, comparam-se os diagramas obtidos com aqueles simulados com auxílio do programa IE3D™. Nota-se excelente concordância entre os referidos diagramas (Figura 12).

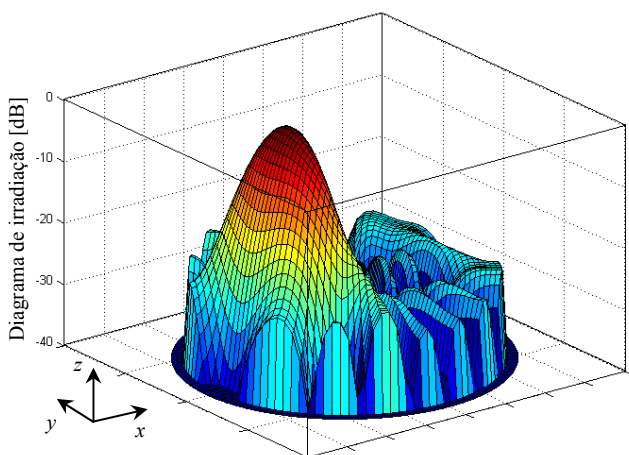


Fig. 9. Diagrama de irradiação polar 3D da rede com  $8 \times 3$  antenas de canto truncado.

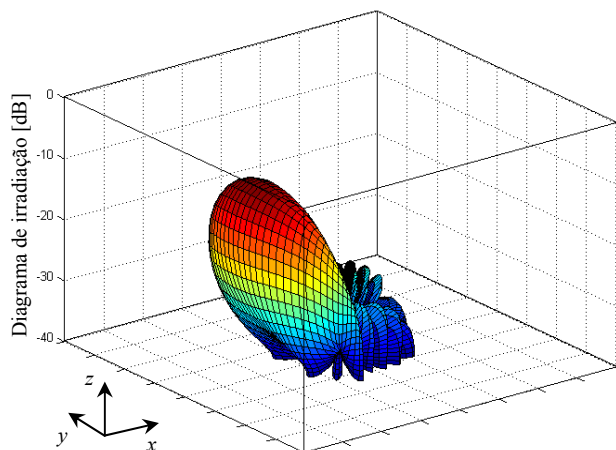


Fig. 10. Diagrama de irradiação 3D da rede com  $8 \times 3$  antenas de canto truncado.

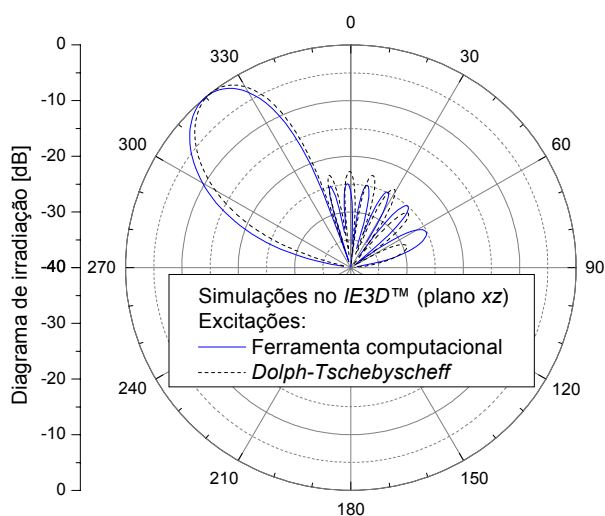


Fig. 11. Comparação entre os diagramas de irradiação obtidos no programa IE3D™ com excitações fornecidas pelo método de *Dolph-Tschebyscheff* e pela ferramenta computacional..

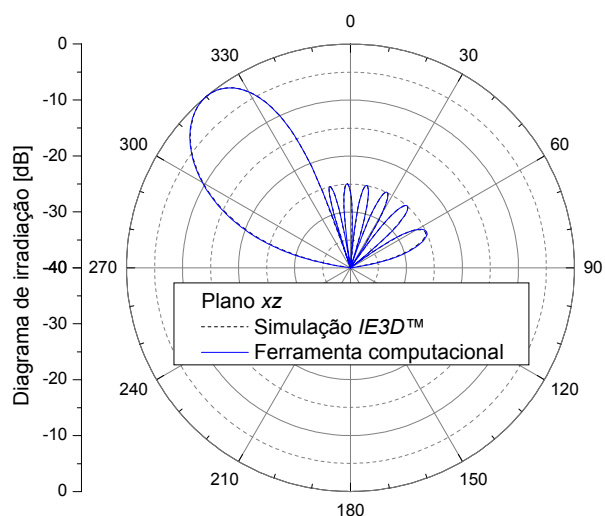


Fig. 12. Comparação entre os diagramas de irradiação obtidos via simulação no programa IE3D™ e pela ferramenta computacional.

## V. CONCLUSÕES

Neste trabalho realizou-se a síntese de diagramas em redes planares de antenas com apontamento de feixe e controle de nível de lóbulos secundários. Descreveu-se o desenvolvimento de um algoritmo geral capaz de realizar esta etapa. Como aplicação, implementou-se uma ferramenta computacional utilizando a antena de microfita de canto truncado como elemento irradiador. Para suprir a necessidade de codificação do algoritmo, emprega-se a expressão de campo distante irradiado pela antena quase quadrada, uma vez que a de canto truncado não possui expressão fechada para a referida grandeza. Nesta etapa, aproximou-se, com êxito, a longa expressão de campo elétrico total da antena quase quadrada por uma simples função do tipo co-senoidal, trazendo facilidade para a codificação e melhorando o desempenho da ferramenta computacional.

Finalmente, diagramas de irradiação simulados comprovaram a eficiência da ferramenta computacional implementada.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. L. DOLPH, A Current Distribution for Broadside Arrays Which Optimizes the Relationship Between Beamwidth and Side-Lobe Level, *Proc. IRE and Waves and Electrons*, June 1946.
- [2] C. A. OLEN, R. T. COMPTON JR., A Numerical Pattern Synthesis Algorithm for Arrays, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 38, No. 10, October 1990, pp. 1666-1676.
- [3] W. A. SWART, J. C. OLIVIER, Numerical Synthesis of Arbitrary Discrete Arrays, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 41, No. 8, August 1993, pp. 1171-1174.
- [4] C. TSENG, L. J. GRIFFITHS, A Simple Algorithm to Achieve Desired Patterns for Arbitrary Arrays, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 40, No. 11, November 1992, pp. 2737-2746.
- [5] G. A. M. RODRIGUES, R. SCHILDBERG, J. C. S. LACAVA and L. CIVIDANES, Circularly polarized microstrip phased array with reduced side lobe level, *Proc. of the 2004 International Workshop on Telecommunications*, Santa Rita do Sapucaí, Minas Gerais, Brazil, pp. 153-159, August 2004.
- [6] K. YAN, Y. LU, Sidelobe Reduction in Array-Pattern Synthesis Using Genetic Algorithm, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 45, No. 7, July 1997, pp. 1117-1122.
- [7] D. MARCANO, F. DURÁN, Synthesis of Antenna Arrays Using Genetic Algorithms, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 42, No. 3, June 2000, pp. 12-20.
- [8] D. C. M. MACIEL, "Redes de Antenas de Microfita Circularmente Polarizadas com Apontamento de Feixe e Controle de Nível dos Lóbulos Secundários," *Tese de Mestrado*, Departamento de Telecomunicações, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Brasil, 2005.
- [9] J. G. ESTEVES, M. V. T. HECKLER, J. C. S. LACAVA, L. CIVIDANES, Rede Planar de Antenas de Microfita Circularmente Polarizada com Apontamento de Feixe, *X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*. Recife, Brasil, Anais: 116-120, agosto 2002.
- [10] F. LUMINI, L. CIVIDANES, J. C. S. LACAVA, Computer aided design algorithm for singly fed circularly polarized circularly rectangular microstrip patch antennas, *Int. J RF and Microwave CAE*, vol. 9, No. 1, pp. 32-41, Jan. 1999.
- [11] Matlab® v. 6.5.0.180913a Release 13, *The Mathworks, Inc.*. Material de divulgação disponível em: <www.mathworks.com>. Acesso em: Jan. 2005.
- [12] IE3D™ versão 11, *Zeland Corporation*. Material de divulgação disponível em: <www.zeland.com>. Acesso em: Abril 2005.
- [13] HFSS™ v. 9.2.1, *Ansoft Corporation*, USA, 2004. Material de divulgação disponível em: <www.ansoft.com/products/hf/hfss/>. Acesso em: Out. 2004.
- [14] C. A. BALANIS, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2<sup>nd</sup> edition, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1997.

## APÊNDICE I

Neste item são apresentadas as quatro primeiras iterações da ferramenta computacional para a rede  $8 \times 3$ .

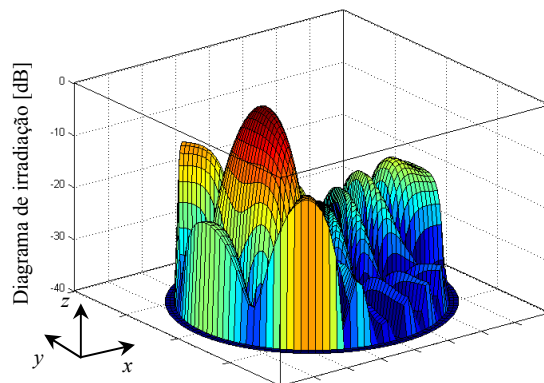


Fig. 13. Diagrama de irradiação polar 3D da rede com  $8 \times 3$ : iteração 1.

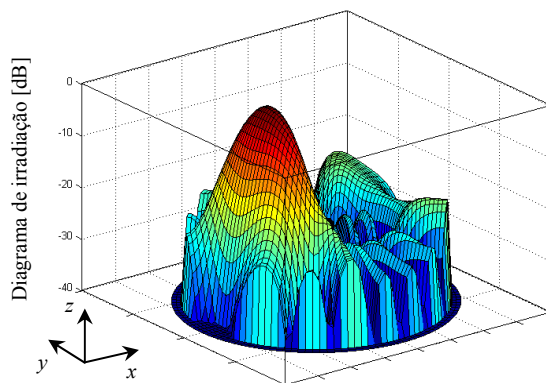


Fig. 14. Diagrama de irradiação polar 3D da rede com  $8 \times 3$ : iteração 2.

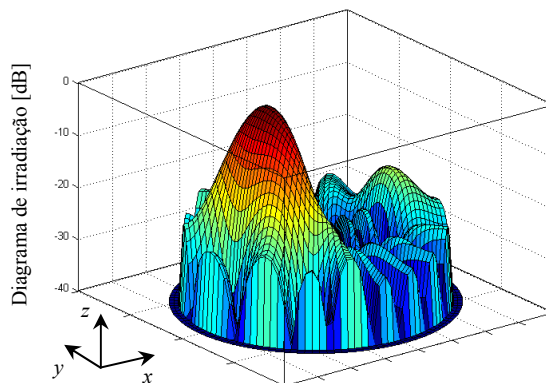


Fig. 15. Diagrama de irradiação polar 3D da rede com  $8 \times 3$ : iteração 3.

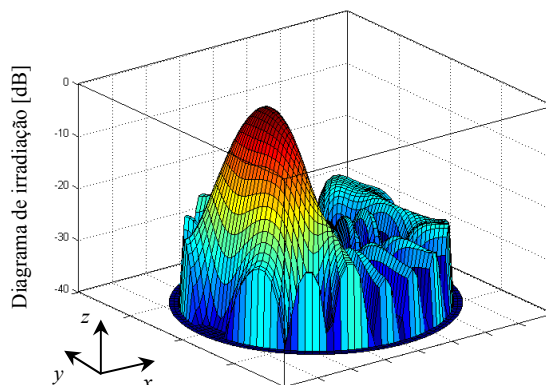


Fig. 16. Diagrama de irradiação polar 3D da rede com  $8 \times 3$ : iteração 4.