

Análise numérica de monopolos de formato arbitrário com plano de terra finito

Luiz Cezar Trintinalia

Resumo—Este artigo descreve a implementação de um programa para o cálculo da distribuição de corrente, impedância de entrada e diagrama de radiação de antenas do tipo monopolo sobre um plano de terra. Os monopolos a serem analisados são de formato arbitrário, sendo sua superfície discretizada por faces triangulares. O plano de terra pode ser infinito ou finito com formato arbitrário. Tanto o monopolo como o plano de terra finito podem ser modelados com condutividade finita se desejado. Dois modelos de excitação foram implementados: “Magnetic Frill” e “gaussian delta-gap”. Os resultados de simulação aqui apresentados são comparados com resultados experimentais.

Palavras-chave—Método dos Momentos, monopolos, antenas, métodos numéricos.

Abstract—This article describes the implementation of a computer code to simulate monopole antennas with a ground plane, calculating its current distribution, impedance and radiation pattern. The monopoles may have an arbitrary shape discretized by triangular facets. The ground plane may be infinite or finite and arbitrarily shaped. Both monopole and finite ground plane may have a finite conductivity if desired. Two excitation models were implemented : magnetic frill and gaussian delta-gap. The simulation results are compared with measurements.

Keywords—Moment Method, monopolos, antennas, numerical methods.

I – INTRODUÇÃO.

Antenas cilíndricas grossas e monopolos de formatos arbitrários vêm ganhando grande importância devido a suas características de largura de banda. Esses tipos de antenas podem alcançar altas relações de banda [1][1],[2] em termos de impedância de entrada, sendo portanto bastante atraentes para aplicações de banda larga como por exemplo “Broadband wireless access” (BWA). Enquanto antenas formadas por elementos filamentares são hoje facilmente modeladas por ferramentas de software baseadas no Método dos Momentos, como o NEC, por exemplo, o mesmo não ocorre para essas estruturas mais complexas. Dessa forma, este artigo descreve a implementação de um programa baseado no Método dos Momentos para a análise de antenas cilíndricas grossas ou de outras geometrias arbitrárias discretizadas em faces triangulares, do tipo monopolo com plano de terra finito ou infinito. Embora trabalhos anteriores descrevam programas baseados em MoM para a análise de antenas de formato arbitrário discretizadas em faces triangulares [3],[4], esses trabalhos utilizam as funções de base propostas por Rao et al [5] e excitação do tipo “delta-gap”, enquanto que o presente artigo apresenta uma formulação com outras funções de base [6], que apresentam melhor convergência, e utilizando excitações do tipo “Magnetic-frill” [7] e uma extensão da excitação em “delta-gap” [8] proposta para antenas cilíndricas e aprimorada, neste trabalho, para antenas de formato genérico.

Luiz Cezar Trintinalia, Departamento de Telecomunicações e Controle, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil; e-mail: trinti@lcs.poli.usp.br.

II – FORMULAÇÃO

O código implementado utiliza o Método dos Momentos padrão (MoM-Galerkin procedure) com um conjunto de funções de base de suporte triangular. Essas funções de base, duas para cada aresta, são funções lineares definidas para cada par de triângulos apresentando continuidade da componente normal à aresta comum.

As expressões dessas funções de base são:

$$\vec{f}_1(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l}{(2A^+)^2} \|\vec{\rho}^+ \times \vec{\rho}_c^+\| \vec{\rho}_b^+ & \vec{r} \text{ in } T^+ \\ \frac{l_n}{(2A^-)^2} \|\vec{\rho}^- \times \vec{\rho}_c^-\| \vec{\rho}_b^- & \vec{r} \text{ in } T^- \end{cases}, \quad (1a)$$

$$\vec{f}_2(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{l}{(2A^+)^2} \|\vec{\rho}^+ \times \vec{\rho}_b^+\| \vec{\rho}_c^+ & \vec{r} \text{ in } T^+ \\ \frac{l_n}{(2A^-)^2} \|\vec{\rho}^- \times \vec{\rho}_b^-\| \vec{\rho}_c^- & \vec{r} \text{ in } T^- \end{cases}, \quad (1b)$$

onde A^\pm é a área do respectivo triângulo e $\vec{\rho}^\pm$ é o vetor que vai do vértice a^\pm ao ponto \vec{r} . O gráfico dessas funções está representado na Fig. 1.

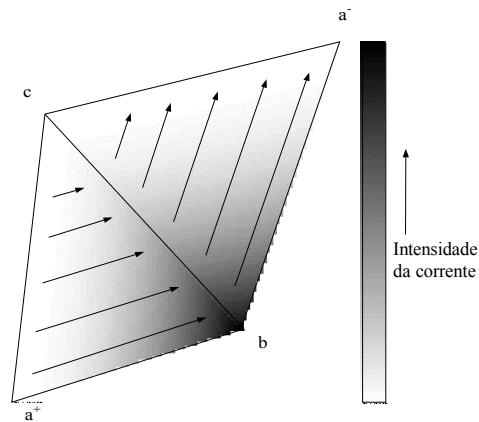


Fig. 1. Função de base triangular (tipo 1): intensidade e direção.

Dessa forma, a estrutura da antena deve ser discretizada em faces triangulares e terá 2 funções de base associadas com cada aresta que conecta dois ou mais triângulos. Assim, para uma estrutura formada por N_f faces triangulares, teremos um máximo de $3N_f$ funções de base, e essa será a ordem do sistema linear a ser resolvido. O equacionamento utiliza a equação integral do campo elétrico (EFIE) e os detalhes dessa formulação com as funções de base utilizadas pode ser encontrado em [6]. A seguir, são descritos alguns detalhes específicos da presente aplicação

Plano de terra finito

Quando a antena do tipo monopolio estiver conectada a um plano de terra finito deve-se discretizar esse plano de terra utilizando-se, também, faces triangulares. Esse plano de terra estará situado em $z = 0$.

Se a superfície de terra não for planar (por exemplo, esférica) a mesma formulação pode ser aplicada, porém testes para validar esse tipo de estrutura ainda não foram realizados.

Condutividade finita

Se a estrutura da antena tiver condutividade finita, essa condição pode ser imposta às faces triangulares utilizadas em sua discretização. Para se impor essa condição, admite-se que a superfície da face é a fronteira entre o ar e o meio de condutividade finita. Admitindo-se, também, que a onda que penetra nesse meio é bastante atenuada e que essa onda se propaga dentro do meio na direção normal à superfície, pode-se determinar a impedância na superfície de separação como sendo

$$Z_s = \frac{E_{\parallel}}{H_{\parallel}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 - j\sigma/\omega}} \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{-j\sigma/\omega}}. \quad (2)$$

Essas hipóteses são bastante razoáveis se a condutividade for elevada ($\sigma \gg \omega\epsilon_0$) e a espessura dos elementos da antena for também maior que a profundidade pelicular ($\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}$). Para a maioria das estruturas com superfícies fechadas (antenas cilíndricas, por exemplo) essas condições são válidas, já que a profundidade pelicular é da ordem de alguns micron para o cobre em freqüências de algumas centenas de MHz. Já para lâminas muito finas ou freqüências mais baixas essa pode não ser uma boa aproximação. Nesses casos, pode-se determinar outras expressões para a condutividade equivalente do material (eventualmente complexa) que podem então ser usadas com o código implementado.

É interessante chamar a atenção para o fato de que pode-se atribuir diferentes condutividades para cada face, se desejado.

Uma vez conhecidos os valores de Z_s para todas as faces, a equação do tipo EFIE resultante pode ser escrita como

$$\vec{E}^i + \vec{E}^s = Z_s \vec{J}_s \Rightarrow \vec{E}^s - Z_s \vec{J}_s = -\vec{E}^i \Rightarrow \overline{G}(\vec{J}_s) - Z_s \vec{J}_s = -\vec{E}^i, \quad (3)$$

que pode ser discretizada pelas funções de base/teste \vec{f}_n descritas em [6], resultando na seguinte equação matricial

$$Z I = V, \quad (4)$$

com

$$\begin{aligned} Z_{mn} &= \iint_{S_m} \overline{G}(\vec{f}_n) \cdot \vec{f}_m dS + \iint_{S_m} Z_s \vec{f}_n \cdot \vec{f}_m dS \\ V_m &= - \iint_{S_m} \vec{E}^i \cdot \vec{f}_m dS \\ \vec{J}_s &= \sum_n I_n \vec{f}_n \end{aligned} \quad (5)$$

Excitação

Para a antena excitada através de um cabo coaxial, com raio externo b e raio interno a , dois modelos diferentes de excitação foram implementados: “Gaussian delta-gap” e “magnetic frill”, descritos a seguir.

Magnetic frill

Nesse modelo admite-se que na abertura coaxial a distribuição do campo elétrico é idêntica a de uma onda TEM, sendo dada por

$$\vec{E}_a = \frac{1}{\rho \ln(b/a)} \vec{u}_\rho. \quad (6)$$

Portanto, toda a estrutura de alimentação pode ser substituída por uma corrente magnética equivalente dada por $\vec{E}_a \times \vec{n}$ e uma corrente elétrica equivalente dada por $\vec{n} \times \vec{H}_a$ como mostrado na Fig. 2.

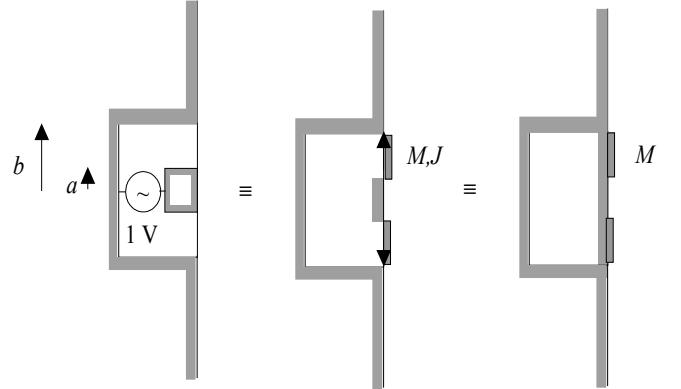


Fig. 2. Modelo de excitação “Magnetic frill”.

Como pode ser visto, apenas a corrente magnética (“magnetic frill”) precisa ser mantida quando se preenche a abertura coaxial com um condutor perfeito. Adicionalmente, se o plano de terra for infinito, pode-se eliminar toda a estrutura de aterramento, dobrando-se a corrente magnética.

O campo elétrico radiado por essa corrente magnética pode ser calculado pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} E_z^i(z, \rho) &= \frac{-1}{2\pi \ln(b/a)} \int_0^b \int_a^b \frac{e^{-jkR}}{R} d\rho' d\phi' ; \\ E_\rho^i(z, \rho) &= \frac{-1}{2\pi \ln(b/a)} \int_0^b \int_a^b \cos\phi' \frac{\partial \frac{e^{-jkR}}{R}}{\partial z} d\rho' d\phi'. \end{aligned} \quad (7)$$

$$R = \sqrt{z^2 + \rho'^2 - 2\rho'\rho \cos\phi'}$$

Essas expressões podem ser aproximadas pelas expressões (18) e (20) dadas em [7] quando $R < \lambda/10$.

Nos outros pontos ($R > \lambda/10$) as seguintes expressões podem ser usadas para calcular o campo elétrico:

$$E_\rho^i(z, \rho) = \frac{k(b^2 - a^2)}{8r^4 \ln(b/a)} \frac{e^{-jkR}(kr - 2j)\rho z}{r^4}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
E_z^i(z, \rho) = & \frac{e^{-jkR_a}}{2\pi \ln(b/a) R_a} \times \\
& \left[\begin{aligned}
& (1+jkR_a - \frac{k^2 R_a^2}{2} - \frac{jk^3 R_a^3}{6}) 2 K(p_a) + \\
& +(k^2 R_a - jk + \frac{jk^3 R_a^2}{2}) R_a \pi - \\
& - k^2 (R_a^2 + jk R_a^3) E(p_a) + \frac{jk^3 R_a \pi}{6} (a^2 + r^2)
\end{aligned} \right] - \\
& - \frac{e^{-jkR_b}}{2\pi \ln(b/a) R_b} \times \\
& \left[\begin{aligned}
& (1+jkR_b - \frac{k^2 R_b^2}{2} - \frac{jk^3 R_b^3}{6}) 2 K(p_b) + \\
& +(k^2 R_b - jk + \frac{jk^3 R_b^2}{2}) R_b \pi - \\
& - k^2 (R_b^2 + jk R_b^3) E(p_b) + \frac{jk^3 R_b \pi}{6} (b^2 + r^2)
\end{aligned} \right] . \quad (9)
\end{aligned}$$

$R_a = \sqrt{z^2 + (\rho + a)^2}$; $R_b = \sqrt{z^2 + (\rho + b)^2}$;
 $p_a = \frac{4\rho a}{R_a^2}$; $p_b = \frac{4\rho b}{R_b^2}$;

$E(p)$ = integral elíptica completa do segundo tipo ;
 $K(p)$ = integral elíptica completa do primeiro tipo

Em todas essas expressões admite-se que $kb \ll 1$.

As expressões para a componente radial do campo próximo tornam-se numericamente instáveis para valores pequenos de z . Nesses casos essa componente deve ser diretamente calculada como

$$E_\rho^i(z=0^\pm, \rho) = \begin{cases} \frac{\pm 1}{2\rho \ln(b/a)} & a \leq \rho \leq b \\ 0 & \rho < a, \rho > b \end{cases}, \quad (10)$$

e seu valor deve ser interpolado entre (10) e o valor dado em [7] para $0 < |z| < (b-a)/100$.

Quando temos uma superfície de terra finita deve-se considerar que o “magnetic frill” está situado no plano $z=0^+$, portanto, a componente ρ do campo incidente sobre o plano de terra pode ser calculada simplesmente por

$$E_\rho^i(z=0, \rho) = \begin{cases} \frac{-1}{2\rho \ln(b/a)} & a \leq \rho \leq b \\ 0 & elsewhere \end{cases}. \quad (11)$$

Gaussian delta gap

Nesse modelo admite-se que o campo incidente é uma função gaussiana da componente z , dada por

$$E_z^i(z) = \frac{e^{-z^2/2\sigma^2}}{\sigma \sqrt{2\pi}}; \quad \sigma = \frac{a}{2}. \quad (12)$$

Esse modelo foi proposto em [8] para ser usado com dipolos cilíndricos apenas.

Na presente implementação expandiu-se essa formulação adicionando-se uma componente radial e uma variação axial, ou seja,

$$\begin{aligned}
E_\rho^i(z, \rho) = & \begin{cases} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sigma \sqrt{2}}\right) \right] \operatorname{sign}(z) & a \leq \rho \leq b \\ 0 & \rho < a \\ 0 & \rho > b \end{cases} . \quad (13) \\
E_z^i(z, \rho) = & \begin{cases} \frac{e^{-z^2/2\sigma^2}}{\sigma \sqrt{2\pi}} \frac{\ln(b/\rho)}{\ln(b/a)} & a \leq \rho \leq b \\ \frac{e^{-z^2/2\sigma^2}}{\sigma \sqrt{2\pi}} & 0 \leq \rho \leq a \\ 0 & \rho > b \end{cases}
\end{aligned}$$

Novamente, quando tem-se um plano de terra finito considera-se a excitação coaxial situada no plano $z=0^+$, portanto a componente axial do campo incidente pode ser calculada como

$$E_\rho^i(z=0, \rho) = \begin{cases} \frac{-1}{2\rho \ln(b/a)} & a \leq \rho \leq b \\ 0 & \rho < a, \rho > b \end{cases}. \quad (14)$$

Determinação da impedância de entrada

Para se determinar a impedância de entrada utilizou-se a seguinte expressão para a potência complexa entregue pelo campo de excitação:

$$P = \iint_S \vec{E}^i \cdot \vec{J}_S dS = \sum_n J_n \iint_S \vec{E}^{i*} \cdot \vec{J}_n dS = \sum_n I_n V_n^*, \quad (15)$$

onde I_n são os coeficientes utilizados na expansão da corrente e V_n é o campo incidente ponderado pelas funções de teste (que são as mesmas utilizadas como funções de base) como em (5).

Como a potência pode ser também escrita como

$$P = V_{in}^* I_{in} = |V_0|^2 Y_{in}, \quad (16)$$

obtém-se

$$Y_{in} = \frac{\sum_n I_n V_n^*}{|V_0|^2} \Rightarrow Z_{in} = \frac{1}{\sum_n I_n V_n^*} \quad (17)$$

já que estamos admitindo uma excitação de 1V.

Cálculo do campo distante

As componentes normalizadas do campo elétrico distante podem ser calculadas por

$$\begin{aligned}
E_\theta(\theta, \varphi) &= k_0 \eta_0 [\cos \theta (\cos \varphi A_x + \sin \varphi A_y) - \sin \theta A_z] \\
E_\varphi(\theta, \varphi) &= k_0 \eta_0 (\cos \varphi A_y - \sin \varphi A_x)
\end{aligned}, \quad (18)$$

com

$$\begin{aligned}
\vec{A}(\theta, \varphi) &= \iint_S \vec{J}_s(\vec{r}') e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dS' = \\
&= \sum_n I_n \iint_S \vec{f}_n(\vec{r}') e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dS' \quad . \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\vec{k} = k \sin \theta \cos \varphi \vec{u}_x + k \sin \theta \sin \varphi \vec{u}_y + k \cos \theta \vec{u}_z$$

Essas integrais envolvendo as funções de base podem ser escritas numa forma analítica, portanto nenhuma integração numérica é necessária nesse cálculo.

III – RESULTADOS

Inicialmente, simulamos um monopolo grosso com plano de terra infinito. O monopolo tem comprimento $h=50$ cm e diâmetro 22,58 cm. A freqüência foi variada desde

$h/\lambda=0.15$ até $h/\lambda=0.5$. A alimentação coaxial tem diâmetro externo $2b = 26,8$ cm. Ambos modelos de excitação foram testados e os resultados obtidos para a admitância de entrada comparados com valores medidos por King [9], como mostrado na Fig. 3.

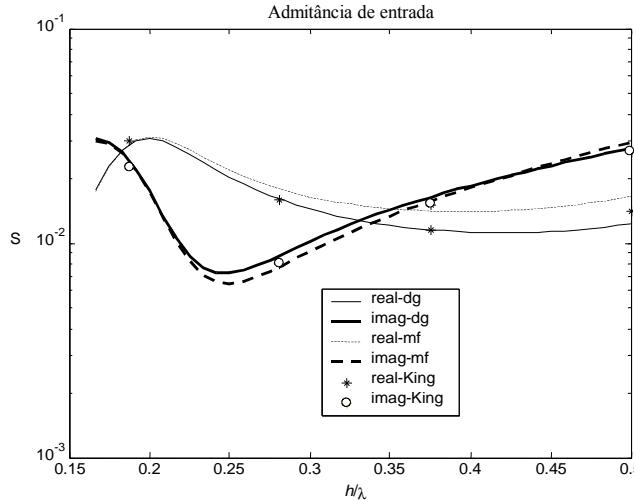


Fig. 3. Admitância de entrada de monopolo de comprimento $h=50$ cm e raio $a=11,29$ cm em função da freqüência, para diferentes modelos de excitação (gaussian delta gap – dg, magnetic frill – mf), com plano de terra infinito, comparados com valores medidos (King).

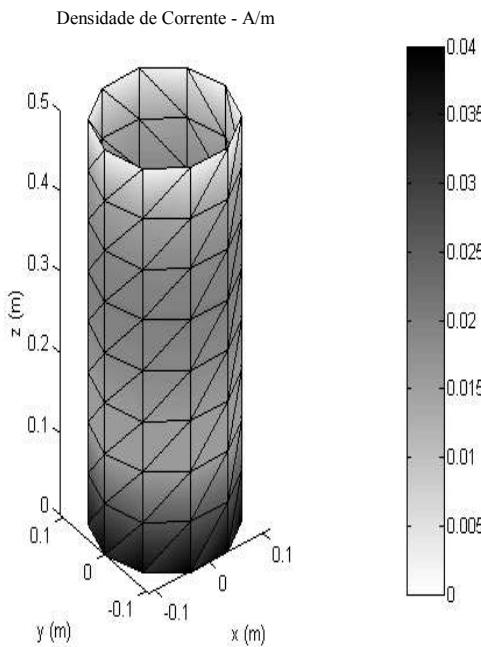


Fig. 4. Distribuição da corrente em monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a=11,29$ cm, $h/\lambda=0,5$, para excitação gaussian delta gap.

Um exemplo da distribuição da corrente obtida para o monopolo está mostrada na Fig. 4.

Vemos que nas freqüências mais baixas ambas excitações produzem excelentes resultados. Em freqüências mais altas algumas discrepâncias podem ser notadas. Essas discrepâncias devem-se ao fato de que a abertura do “magnetic-frill” é, já na freqüência de 120 MHz ($h/\lambda = 0.2$), da ordem de 0.1 λ (perímetro = 0.68 λ). Dessa forma as

expressões utilizadas, dadas em [7], não são mais válidas , já que elas foram derivadas admitindo-se $k b \ll 1$.

Para a excitação Gaussian delta gap [8] (que não depende do valor de b) os resultados são surpreendentemente mais próximos dos medidos que os do magnetic frill em altas freqüências.

Como um segundo exemplo, simulamos um monopolo de comprimento $h=50$ cm; raio $a = 4,23$ cm ($b = 5,02$ cm) sobre um plano de terra finito de 1 m de diâmetro. Os resultados obtidos para ambas as excitações estão mostrados na Fig. 5 comparados com resultados obtidos pelo programa NEC e com medidas de King [9]. Novamente, vemos que os resultados são bastante próximos. Um exemplo da distribuição de corrente obtida está mostrada na Fig. 6.

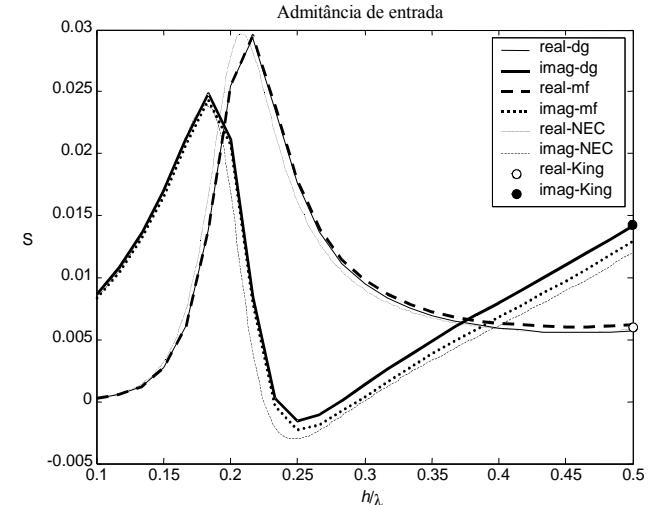


Fig. 5. Admitância de entrada de monopolo de comprimento $h =50$ cm e raio $a=4,23$ cm em função da freqüência, para diferentes modelos de excitação (gaussian delta gap – dg, magnetic frill – mf), com plano de terra circular de diâmetro 1 m, comparados com valores medidos (King[9]) e simulados pelo NEC.

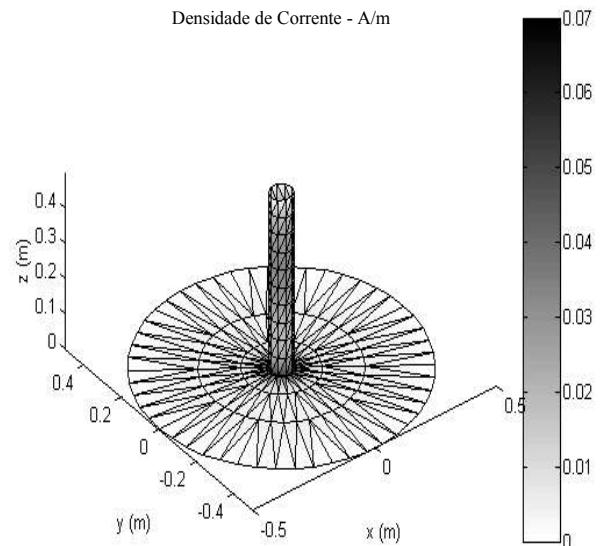


Fig. 6. Distribuição da corrente em monopolo de comprimento $h = 50$ cm e raio $a=4,23$ cm, $h/\lambda=0,5$, com plano de terra de diâmetro 1 m, para excitação por magnetic frill.

Como último exemplo simulamos um monopolo do tipo “bow-tie” com ângulo de abertura de 90 graus, 50 cm de comprimento, sobre um plano condutor infinito. Os resultados obtidos estão comparados com os medido por

Brown and Woodward [10] na Fig. 7 e uma distribuição de corrente é apresentada na Fig. 8. Mais uma vez, os resultados da simulação são bastante próximos dos medidos.

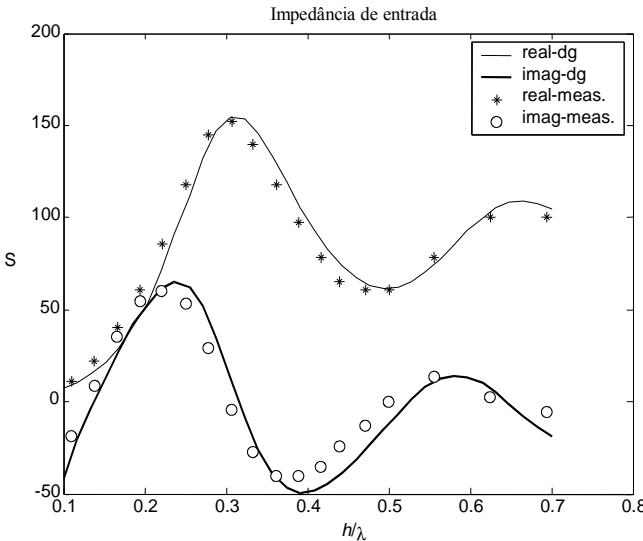


Fig. 7. Impedância de entrada de monopolo “bow-tie” de comprimento $h = 50$ cm e ângulo de abertura de 90° , em função da freqüência, para excitação por gaussian delta gap (dg), com plano de terra infinito, comparados com valores medidos por Brown and Woodward [10](meas).

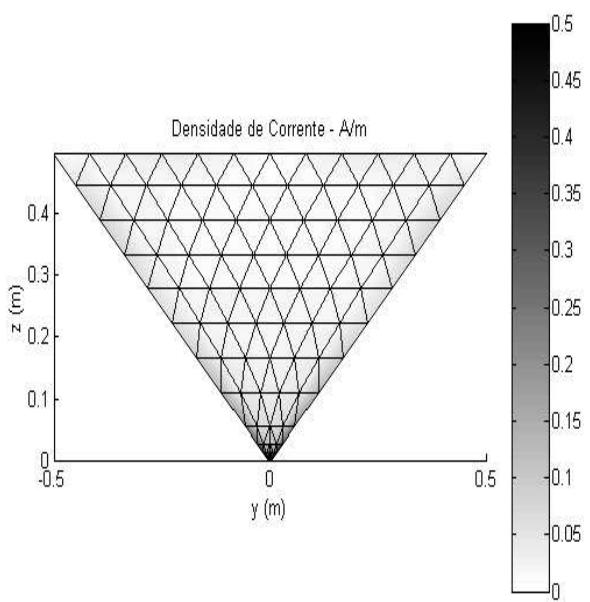


Fig. 8. Distribuição da corrente em monopolo “bow-tie” de comprimento $h = 50$ cm ($h/\lambda=0,7$) e ângulo de abertura de 90° , para excitação por gaussian delta gap (dg), com plano de terra infinito.

IV – CONCLUSÃO

Um programa computacional para a análise de antenas metálicas de formato arbitrário foi implementado e validado para algumas estruturas. Esse programa permite a análise de antenas monopolo ou dipolo, com plano de terra finito ou infinito e com condutividade finita ou infinita. Dois modelos de excitação foram implementados, sendo um deles, o “gaussian delta-gap”, um aprimoramento inédito de um modelo anterior. Esse program provê como saída os valores de impedância de entrada das antenas, sua distribuição de corrente e seu diagrama de radiação.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao Dr. Hao Ling, da University of Texas at Austin, pela motivação para a realização deste projeto e pelas sugestões quanto ao aprimoramento do código aqui apresentado.

REFERÊNCIAS

- [1] K. L. Wong, C. H. Wu e S. W. Su, "Ultrawide-band square planar metal-plate monopole antenna with ...," IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. 53, n. 4, Apr. 2005.
- [2] N. P. Agrawall, G. Kumar e K. P. Ray, "Wide-band planar monopole antennas," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 46, n. 2, Feb. 1998.
- [3] M. Analoui, H. Tsuboi e T. Nakata, "Numerical analysis of antenna by a surface patch modeling," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, n. 2, Mar. 1990.
- [4] S. Makarov, "MoM antenna simulations with Matlab: RWG basis functions," IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 43, n. 5, Oct. 2001.
- [5] S. M. Rao, D. R. Wilton e A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 30, n. 3, May 1982.
- [6] L. C. Trintinalia e H. Ling, "First order triangular patch basis functions for electromagnetic scattering," J. of Electromagn. Waves and Appl., vol. 15, n. 11, Nov. 2001.
- [7] A. Sakitani e S. Egashira, "Simplified expressions for the near fields of a magnetic frill current," IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. 34, n. 8, Aug. 1986.
- [8] G. P. Junker, A. A. Kishk e A. W. Glisson, "A novel delta gap source model for center fed cylindrical dipoles," IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. 43, n. 5, May 1995.
- [9] R. W. P. King, "Measured admittances of electrically thick monopoles," IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. 20, n. 6, Nov. 1972.
- [10] G. H. Brown e O. M. Woodward, "Experimentally determined radiation characteristics of conical and ...," RCA Rev., vol. 13, Dec. 1952.