

# Análise de Estimadores de Canal Assistidos para Sistemas CDMA com Múltiplas Portadoras

Deolinda F. Cardoso, Tiago T. V. Vinhoza, Raimundo Sampaio Neto

**Resumo**—Este trabalho investiga o impacto de estimativa de canal melhorada no desempenho dos sistemas MC-CDMA e MC-DS-CDMA, com intervalo de guarda ZP (*Zero Padding*), no enlace direto. Nós apresentamos modificações nas estimativas de canal MMSE assistidos para os sistemas. Três versões de estimadores são apresentadas. A primeira estratégia consiste em aplicar uma matriz de projeção na estimativa inicial da resposta em frequência do equivalente discreto do canal com o intuito de eliminar componentes indesejáveis do ruído. A segunda estratégia aplica uma restrição inicial na solução MMSE, para obter a estimativa da resposta ao impulso do canal e, a seguir, convertê-la para o domínio da frequência. Os resultados obtidos, por simulação em computador, são apresentados em termos de erro médio quadrático (MSE) e taxa de erro de bits (BER). O desempenho dos sistemas utilizando a estimativa com restrição inicial mostra-se superior para os dois sistemas considerados.

**Palavras-Chave**—Estimação de Canal, Símbolos Piloto, MC-CDMA, MC-DS-CDMA.

**Abstract**—This work investigates the performance of zero-padding MC-CDMA and MC-DS-CDMA downlink transmissions in frequency-selective channels using pilot-aided channel estimation. Three versions of estimators are presented. Analytical expressions for the mean square error (MSE) performance of three estimators are presented and the resulting bit-error rate (BER) performance is analyzed through computer simulations. Mean-square analysis and BER performance for channel estimates are compared. The simulated results demonstrated that the improvement on channel estimate with initial restriction enables high performance in both systems.

**Keywords**—Channel Estimation, Pilot-aided, MC-CDMA, MC-DS-CDMA.

## I. INTRODUÇÃO

Efetiva supressão da interferência e eliminação dos efeitos adversos do canal de propagação com complexidade atrativa são uns dos principais desafios das transmissões sem fio. Considerando a natureza assimétrica da maioria dos serviços móveis, a transmissão em alta taxa no enlace direto é o principal limitador do desempenho. Primeiro, porque em altas taxas os efeitos adversos do multipercurso são, ainda, mais hostis aumentando a interferência entre símbolos (ISI). Segundo, devido ao crescente aumento do número de usuários que tentam, simultaneamente, acessar recursos comuns causando, assim, a interferência de múltiplo acesso (IMA) [1]. Uma técnica considerada bastante promissora é a de múltiplo acesso por divisão de código (CDMA) [2]; na qual os usuários são separados pela

designação de códigos ortogonais, o que permite transmissões simultâneas e em toda a banda disponível. Entretanto, o multipercurso destrói a ortogonalidade dos códigos e a IMA aparece como o principal limitador da capacidade. Considerando que a IMA é essencialmente decorrente do multipercurso, receptores com equalização linear ao nível do *chip* seguida de filtragem por correlação casada ao código são bastante eficazes para suprimi-la. Entretanto, esses receptores atuam de forma estática, e assim, é necessário empregar diversidade para conter os efeitos provocados pelo desvanecimento acentuado do canal. Por outro lado, baseados na proveitosa concepção da modulação em frequências ortogonais, OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), surgiram os sistemas com múltiplas portadoras associados a técnica CDMA [3], [4], [5], [6]. Ainda mais, incorporando a elegante solução do OFDM da inserção de período de guarda, que permite converter o canal seletivo em frequência em um conjunto de sub-canais planos e paralelos. Duas dessas propostas de sistemas multiportadora são foco deste estudo: MC-CDMA e MC-DS-CDMA, ambos incorporando intervalo de guarda do tipo sufixo de zeros *Zero-Padding* (ZP). Contudo, nesses sistemas ainda persiste a IMA que limita fortemente seus desempenhos [7]. Para o enlace reverso existem promissoras propostas de receptores de múltiplos usuários (MUD) sub-ótimos capazes de mitigar a IMA. No enlace direto, somente podem ser empregados receptores de único usuário (SUD) e, assim, a estimação do canal é um fator crucial para a melhoria de desempenho [8]. Para ambos os enlaces várias técnicas foram propostas, desde os métodos cegos, aos assistidos. Estimação assistida apresenta resultados atrativos com menor complexidade sendo, portanto, abordada neste estudo. A modelagem matemática adota a função de custo de mínimo erro médio quadrático MMSE [9] para obter três versões de estimadores assistidos. A primeira melhoria consiste em projetar a estimativa, inicial, no subespaço  $\mathcal{S}$  onde a verdadeira resposta em frequência tem que estar contida. Na segunda fazemos uma otimização na função de custo de erro médio quadrático (MSE) impondo a restrição de que a solução tem que estar contida no subespaço  $\mathcal{S}$ . O objetivo consiste em comparar os desempenhos das versões e investigar o impacto das melhorias nos estimadores refletida no desempenho dos sistemas. O trabalho está organizado da seguinte forma: Na seção II são descritos os modelos dos sistemas MC-CDMA e MC-DS-CDMA. Nas seções III e IV a modelagem matemática dos estimadores de canal e os equalizadores empregados são, respectivamente, abordados. Os experimentos por simulação em computador são apresentados na seção V, e na seção VI são descritas as conclusões.

Centro de Estudos em Telecomunicações (CETUC), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Brasil, E-mails: deolinda@cetuc.puc-rio.br, vinhoza@cetuc.puc-rio.br, raimundo@cetuc.puc-rio.br. Este trabalho foi, parcialmente, financiado pelo Centro de Análises de Sistemas Navais (CASNAV-MB) e Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq)

## II. O MODELO DOS SISTEMAS

A modelagem matemática dos sistemas considera o enlace direto de uma célula com  $K$  usuários ativos com transmissões síncronas e rígido controle de potência. Os símbolos transmitidos são modulados em constelações BPSK.

O canal multipercurso do equivalente discreto do sistema de transmissão e recepção é modelado como um filtro FIR com  $L$  taps cujos ganhos são amostras da resposta ao impulso do equivalente passa-baixa do canal. É suposto que durante a transmissão de um bloco a resposta ao impulso do canal multipercurso permanece constante.

A resposta ao impulso, durante a transmissão do  $i$ -ésimo bloco, é representada por  $\mathbf{h}_c(i) = [h_0(i) \dots h_{L-1}(i)]^T$ .

### A. MC-CDMA

Neste sistema os símbolos de cada usuário são multiplicados por uma seqüência de espalhamento contendo  $N$  chips, que são convertidos de serial para paralelo formando um bloco de  $N$  chips ao qual é aplicada uma IFFT de  $N$  pontos. A seguir, um intervalo de guarda de comprimento  $G$  (no mínimo igual a ordem do canal) é inserido, ao final de cada bloco, antes da transmissão. O bloco resultante de dimensão  $P$ , onde  $P = N + G$  é transmitido através do canal multipercurso, modelado através de uma matriz de convolução Toeplitz  $P \times P$  triangular inferior, na qual a primeira coluna é a resposta ao impulso do canal estendida com zeros  $\mathbf{h} = [h_0 \dots h_{L-1} \ 0 \dots 0]^T$ . Na recepção o intervalo de guarda não é descartado e, assim, o sinal recebido após a aplicação de uma DFT de  $P$  pontos, pode ser expresso por [6]:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_D \mathbf{V} \mathbf{c}_k b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (1)$$

onde  $\mathbf{H}_D = \text{diag}(\tilde{\mathbf{h}})$ , sendo

$$\tilde{\mathbf{h}} = \sqrt{P} \mathbf{F}_P \mathbf{h} = \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,L} \mathbf{h}_c \quad (2)$$

A matriz  $\mathbf{F}_P$  implementa uma FFT de  $P$  pontos e é normalizada de forma que  $\mathbf{F}_P^H \mathbf{F}_P = \mathbf{F}_P \mathbf{F}_P^H = \mathbf{I}_P$  onde  $\mathbf{I}_P$  denota a matriz identidade  $P \times P$ ,  $\mathbf{F}_{P,L}$  é uma matriz  $P \times L$  contendo as primeiras  $L$  colunas da matriz  $\mathbf{F}_P$ . A matriz  $\mathbf{V}$ , de dimensão  $P \times N$ , é definida por  $\mathbf{V} = \mathbf{F}_{P,N} \mathbf{F}_N^H$ ; o símbolo transmitido pelo  $k$ -ésimo usuário  $b_k(i)$  é modulado pela sua respectiva seqüência de espalhamento  $\mathbf{c}_k = [c_{k,0}, \dots, c_{k,N-1}]^T$ , que satisfaz  $\|\mathbf{c}_k\| = 1$ . O vetor  $\mathbf{n}(i) = [n_0(i) \dots n_{P-1}(i)]^T$  corresponde a ruído Gaussiano branco complexo e possui matriz covariância  $E[\mathbf{n}(i)\mathbf{n}^H(i)] = \sigma^2 \mathbf{I}_P$ . O operador  $E[\cdot]$  representa o valor esperado;  $(\cdot)^T$  e  $(\cdot)^H$  denotam, respectivamente, o operador transposto e Hermitiano.

### B. MC-DS-CDMA

Neste sistema, os símbolos de cada usuário são espalhados no domínio do tempo. Inicialmente ocorre a conversão serial-paralelo de cada símbolo que resulta na formação de blocos de comprimento  $M$ . A seguir, os símbolos em cada bloco são multiplicados pela mesma seqüência de espalhamento,

com ganho de processamento  $N$  e são transmitidos *chip-a-chip* através de modulação OFDM. O símbolo transmitido pelo  $k$ -ésimo usuário na  $j$ -ésima transmissão de *chip* ( $j = 0, 1, \dots, N-1$ ) do  $i$ -ésimo bloco  $\mathbf{b}_k(i)$  é representado por  $\mathbf{b}_k(i) \mathbf{c}_{k,j}$  onde  $\mathbf{c}_{k,j}$  é o  $j$ -ésimo *chip* da seqüência de espalhamento. No caso de inserção de período de guarda do tipo ZP no receptor o intervalo de guarda não é removido e do símbolo OFDM resultante é computada a FFT de  $P$  pontos, onde  $P = M + G$ . Após coletar  $N$  blocos de *chips* consecutivos é possível formar, para o  $i$ -ésimo bloco de símbolos, a matriz  $P \times N$ :

$$\mathbf{X}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_D \mathbf{V} \mathbf{b}_k(i) \mathbf{c}_k^T + \mathbf{N}(i) \quad (3)$$

onde  $\mathbf{V}$ , da mesma forma que em (1) é a matriz estruturada dada por  $\mathbf{V} = \mathbf{F}_{P,M} \mathbf{F}_M^H$  de dimensão  $P \times M$ . Observe que, neste sistema, o número de subportadoras  $M$ , não é obrigatoriamente, igual ao ganho de processamento  $N$ , e  $\mathbf{N}(i) = [\mathbf{n}(i; 0) \dots \mathbf{n}(i; N-1)]$  contém os vetores de ruído presentes em cada transmissão de *chip* do  $i$ -ésimo bloco.

## III. ESTIMAÇÃO DE CANAL E EQUALIZAÇÃO: MC-CDMA

O desempenho do filtro casado a seqüência de espalhamento do usuário  $k$  depende diretamente da qualidade da estimativa de canal. Para obter um estimador de canal definimos o vetor  $\mathbf{p}_k = \mathbf{V} \mathbf{c}_k$  de dimensão  $P \times 1$ . Assim, é possível reescrever a equação (1) da seguinte forma:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k \tilde{\mathbf{h}} b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (4)$$

onde  $\mathbf{P}_k = \text{diag}(\mathbf{p}_k)$  é uma matriz diagonal contendo os *chips* do usuário  $k$  transformados pela matriz estruturada  $\mathbf{V}$ . Seja  $m$  o índice do usuário de interesse. A estimativa de canal corresponde a uma aproximação de mínimo erro médio quadrático [9]:

$$\hat{\mathbf{h}} = \min_{\mathbf{h}} E \left[ \|\mathbf{r}(i) - \mathbf{P}_m \tilde{\mathbf{h}} b_m(i)\|^2 \right] \quad (5)$$

cujas solução é dada pelo estimador despolarizado:

$$\tilde{\hat{\mathbf{h}}} = \mathbf{P}_m^+ E[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] \quad (6)$$

substituindo-se o valor esperado pela média temporal envolvendo os  $N_p$  símbolos piloto transmitidos, obtém-se a estimativa.

$$\tilde{\hat{\mathbf{h}}} = \mathbf{P}_m^+ \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p-1} b_m^*(i-j) \mathbf{r}(i-j) \quad (7)$$

onde o operador  $(\cdot)^+$  denota a pseudo-inversa e  $b_m^*(i-j)$  é o conjugado do símbolo piloto transmitido pelo  $m$ -ésimo usuário.

O erro médio quadrático normalizado, entre a verdadeira e a estimativa da resposta de frequência do canal, é definido por:

$$\varepsilon = \frac{E \left[ \|\tilde{\hat{\mathbf{h}}} - \hat{\mathbf{h}}\|^2 \right]}{\|\tilde{\hat{\mathbf{h}}}\|^2} \quad (8)$$

Para o  $m$ -ésimo usuário, pode ser mostrado que o erro médio quadrático relativo é dado pela seguinte expressão:

$$\varepsilon_m = \underbrace{\frac{1}{N_p} \bar{\mathbf{h}}^H \mathbf{P}_m^{+H} \left( \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{P}_k \right) \mathbf{P}_m^+ \bar{\mathbf{h}}}_{\text{Parcela devido a IMA}} + \underbrace{\frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr} \{ \mathbf{P}_m^+ \mathbf{P}_m^{+H} \}}_{\text{Parcela devido ao ruído}}, \quad (9)$$

onde  $\bar{\mathbf{h}} = \frac{\tilde{\mathbf{h}}}{\sqrt{P}}$  é o vetor normalizado dos coeficientes da resposta em frequência do canal e foi utilizado  $\mathbf{W}_0^H \mathbf{W}_0 = \mathbf{W}_0$

Da mesma forma que em um sistema DS-CDMA padrão, o desempenho do estimador de canal é sensível a IMA.

#### A. Estimativa de Canal Melhorada

É possível melhorar o estimador da resposta em frequência do canal dado por (7). A partir de (2) sabemos que o vetor de coeficientes da resposta em frequência do canal,  $\tilde{\mathbf{h}}$ , pertence ao subespaço gerado pelas  $L$  primeiras colunas da matriz FFT de  $P$  pontos. Como o valor correto do comprimento  $L$  do canal pode não ser conhecido *a priori*, assume-se o intervalo de guarda  $G$ , que é conhecido, como o comprimento do canal. Baseado nessa concepção, dois tipos de abordagens podem ser adotadas com o intuito de refinar a estimativa de canal. Na primeira abordagem, multiplica-se a estimativa inicial (7) por uma matriz de projeção  $\mathbf{W}_0$ , que projeta essa estimativa no subespaço em que a verdadeira resposta de frequência  $\tilde{\mathbf{h}}$  tem que estar. Na segunda, aplica-se uma restrição no problema de otimização em (5), forçando *a priori* a solução a pertencer ao subespaço que contém  $\tilde{\mathbf{h}}$ .

**1) Aplicação da Matriz de Projeção:** A estimativa de canal dada por (7) pode ser melhorada baseando-se na suposição de que as componentes de multipercursos relevantes estão contidas no intervalo de guarda e, portanto, qualquer componente fora desse intervalo pode ser removida. Pode ser mostrado que esta suposição é equivalente a projetar o vetor que contém a estimativa inicial, no subespaço gerado pelas primeiras  $G$  colunas da matriz IFFT  $\mathbf{F}_P$ . A matriz  $\mathbf{W}_0 = \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{F}_{P,G}^H$  projeta o vetor nesse subespaço. A nova estimativa é, então, dada por:

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{W}_0 \mathbf{P}_m^+ \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p-1} b_m^*(i-j) \mathbf{r}(i-j) \quad (10)$$

Pode ser mostrado que o correspondente erro médio quadrático relativo para o  $m$ -ésimo usuário é dado por:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{N_p} \bar{\mathbf{h}}^H \mathbf{P}_m^{+H} \left( \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{W}_0 \mathbf{P}_k \right) \mathbf{P}_m^+ \bar{\mathbf{h}} + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr} \{ \mathbf{W}_0 \mathbf{P}_m^+ \mathbf{P}_m^{+H} \} \quad (11)$$

**2) Minimização com Restrição:** É possível melhorar a estimativa inicial aplicando uma restrição inicial no vetor de

coeficientes da resposta de frequência do canal, expressa por  $\tilde{\mathbf{h}} = \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_c$ . Desta forma, obtém-se primeiro a estimativa da resposta ao impulso do canal, que uma vez convertida para o domínio da frequência, onde ocorre a equalização, resulta em uma estimativa melhorada, na qual a intensidade das componentes ruidosas é reduzida. Aplicando-se a restrição, a função custo dada por (5) torna-se:

$$\hat{\mathbf{h}}_c = \min_{\tilde{\mathbf{h}}} \mathbf{E} [\| \mathbf{r}(i) - \mathbf{P}_m \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_c b_m(i) \|^2] \quad (12)$$

Seja a matriz  $\mathbf{M}_m = \mathbf{P}_m \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G}$  de dimensão  $P \times G$ . A solução do problema de minimização é dada pelo seguinte estimador despolarizado:

$$\hat{\mathbf{h}}_c = \mathbf{M}_m^+ \mathbf{E} [\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] \quad (13)$$

Convertendo a estimativa para o domínio da frequência e aproximando o valor esperado pela média temporal envolvendo os símbolos piloto transmitidos, temos:

$$\hat{\tilde{\mathbf{h}}} = \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p-1} \mathbf{r}(i-j) b_m^*(i-j) \quad (14)$$

onde a matriz  $\mathbf{Y}_m = \mathbf{F}_{P,G} (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \mathbf{F}_{P,G}^H$  representa as diversas transformações aplicadas. Note-se que se o código do  $m$ -ésimo usuário for tal que  $\mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \propto \mathbf{I}_P$ , então a estimativa (14) reduz-se a dada em (10). A expressão do erro médio quadrático relativo para o  $m$ -ésimo usuário pode ser expressa por:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{N_p} \bar{\mathbf{h}}^H \mathbf{P}_m \left( \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{Y}_m^H \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_k \right) \mathbf{P}_m^+ \bar{\mathbf{h}} + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr} \{ \mathbf{Y}_m^H \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \} \quad (15)$$

#### B. Equalização e Detecção

Após a estimação de canal é possível realizar a equalização de (1) seguida da detecção do símbolo; aplicando o equalizador ZF (*zero-forcing*), temos:

$$\mathbf{G}_{zf} = (\hat{\mathbf{H}}_D \mathbf{V})^+ \quad (16)$$

Outra possibilidade é aplicar o equalizador MMSE (*Minimum Mean Square Error*):

$$\mathbf{G}_{mmse} = ((\hat{\mathbf{H}}_D \mathbf{V})(\hat{\mathbf{H}}_D \mathbf{V})^H + \sigma^2 \mathbf{I}_P)^{-1} (\hat{\mathbf{H}}_D \mathbf{V}) \quad (17)$$

O sinal equalizado é da forma  $\mathbf{z}(i) = \mathbf{G}^H \mathbf{r}(i)$ . Após o filtro casado ao código do usuário de interesse o sinal recebido é desespalhado e uma estimativa do símbolo transmitido  $b_m(i)$  é obtida.

$$\hat{b}_m(i) = \text{sgn} \{ \text{Re} [\mathbf{c}_m^H \mathbf{z}(i)] \} \quad (18)$$

#### IV. ESTIMAÇÃO DE CANAL E EQUALIZAÇÃO: MC-DS CDMA

No receptor do usuário de interesse, após o estágio de desespalhamento utilizando um filtro casado ao código do usuário obtém-se a partir de (3) o vetor

$$\mathbf{y}_m(i) = \mathbf{X}(i) \mathbf{c}_m^* = \tilde{\mathbf{H}}_D \mathbf{V} b_m(i) + \mathbf{n}_f(i) \quad (19)$$

onde o vetor de ruído Gaussiano complexo é  $\mathbf{n}_f(i) = \mathbf{N}(i)\mathbf{c}_m^*$  com matriz covariância  $\mathbb{E}[\mathbf{n}_f(i)\mathbf{n}_f^H(i)] = \sigma^2\mathbf{I}_P$  e  $\mathbf{c}_m^*$  é o conjugado do vetor de códigos do  $m$ -ésimo usuário. Para obter um estimador de canal baseado no critério de erro médio quadrático (19) será reescrita como

$$\mathbf{y}_m(i) = \mathbf{Q}_m(i)\tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{n}_f(i) \quad (20)$$

onde  $\mathbf{Q}_m(i) = \text{diag}(\mathbf{V}\mathbf{b}_m(i))$ . É possível observar que o efeito adverso do canal multipercurso não afeta, diretamente, a ortogonalidade dos códigos de espalhamento, o que permite cancelar a IMA antes do procedimento de estimação de canal. Se  $\ell$  blocos consecutivos de símbolos piloto são transmitidos ( $N_p = \ell M$ ), é possível obter o estimador de canal baseado na média de  $\ell$  estimativas:

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{1}{\ell} \sum_{j=0}^{\ell-1} \mathbf{Q}_m^{-1}(i-j)\mathbf{y}_m(i-j) \quad (21)$$

Como a IMA foi removida no desespalhamento, a variância do estimador, para o  $m$ -ésimo usuário é apenas devida ao ruído na entrada do receptor.

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr} \left\{ \sum_{j=0}^{\ell-1} \mathbf{Q}_m^{-1}(j)\mathbf{Q}_m^{-1H}(j) \right\} \quad (22)$$

#### A. Estimativa de Canal Melhorada

**1) Aplicação de Matriz de Projeção  $\mathbf{W}_0$ :** Como descrito anteriormente a estimativa do canal pode ser melhorada aplicando a matriz de projeção  $\mathbf{W}_0$  em (21).

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{1}{\ell} \sum_{j=0}^{\ell-1} \mathbf{W}_0\mathbf{Q}_m^{-1}(i-j)\mathbf{y}_m(i-j) \quad (23)$$

O erro médio quadrático relativo para o  $m$ -ésimo usuário é dado por:

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr} \left\{ \mathbf{W}_0 \sum_{j=0}^{\ell-1} \mathbf{Q}_m^{-1}(j)\mathbf{Q}_m^{-1H}(j) \right\} \quad (24)$$

**2) Minimização com Restrição:** Aplicando a restrição  $\tilde{\mathbf{h}} = \sqrt{P}\mathbf{F}_{P,G}\mathbf{h}_c$ , calculamos a estimativa no tempo e depois na frequência.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_m(i) &= \mathbf{Q}_m(i)\tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{n}_f(i) \\ &= \mathbf{Q}_m(i)\sqrt{P}\mathbf{F}_{P,G}\mathbf{h} + \mathbf{n}_f(i) \end{aligned}$$

A estimativa no domínio do tempo, é expressa por:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}} &= \min_{\mathbf{h}} \mathbb{E}[\|\mathbf{y}(i) - \mathbf{Q}_m(i)\sqrt{P}\mathbf{F}_{P,G}\mathbf{h}\|^2] \\ &= (\mathbf{Q}_m(i)\sqrt{P}\mathbf{F}_{P,G})^+ \mathbf{y}_m(i) \end{aligned} \quad (25)$$

Convertendo a estimativa para o domínio da frequência e tirando a média ao longo das estimativas resulta em

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{1}{\ell} \sum_{j=0}^{\ell-1} \mathbf{D}_m(i-j)\mathbf{Q}_m^H(i-j)\mathbf{y}_m(i-j) \quad (26)$$

onde

$$\mathbf{D}_m(i) = \mathbf{F}_{P,G}(\mathbf{F}_{P,G}^H\mathbf{Q}_m^H(i)\mathbf{Q}_m(i)\mathbf{F}_{P,G})^{-1}\mathbf{F}_{P,G}^H$$

O erro médio quadrático relativo para o  $m$ -ésimo usuário é expresso por:

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr} \left\{ \sum_{j=0}^{\ell-1} \mathbf{D}_m(j)\mathbf{Q}_m^H(j)\mathbf{Q}_m(j)\mathbf{D}_m^H(j) \right\} \quad (27)$$

#### B. Equalização e Detecção

Podem ser aplicados os equalizadores ZF e MMSE descritos, respectivamente, nas equações (16) e (17) para o sinal MC-DS-CDMA dado em (19). Após a equalização, uma estimativa do bloco transmitido  $\mathbf{b}_m(i)$  pode ser obtida.

$$\hat{\mathbf{b}}_m(i) = \text{sgn} \{ \text{Re} [\mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i)] \} \quad (28)$$

onde o operador  $\text{sgn} \{ \cdot \}$  é aplicado a cada componente do vetor  $\mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i)$  de dimensão  $M \times 1$ .

### V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados de simulação consideram para os sistemas, MC-CDMA e MC-DS-CDMA síncronos, modulação BPSK e seqüências ortogonais curtas de Walsh-Hadamard. São assumidos cenários distintos para as transmissões no enlace direto, no qual todos os usuários experimentam as mesmas condições do canal com transmissões a uma mesma potência. Em todas as simulações adotamos equalização *zero-forcing*. Com o objetivo de permitir uma comparação justa entre os dois sistemas, MC-CDMA e MC-DS-CDMA, utilizamos o mesmo número de subportadoras,  $M = 16$ . Assim, no sistema MC-DS-CDMA o número de subportadoras é, obrigatoriamente, igual ao ganho de processamento  $M = N$ . O canal de comunicações é modelado por um filtro FIR com  $L = 3$  taps, cujos coeficientes são do tipo

$$q_k = p_k \alpha_k; \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (29)$$

onde  $\alpha_k$  é uma variável Gaussiana complexa de média nula e  $\mathbb{E}[|\alpha_k|^2] = 1$ . Os valores de  $\alpha_k$  são sorteados no início de cada simulação e mantidos fixos ao longo de cada teste. Os pesos  $p_k$  satisfazem a  $\sum_{k=1}^L |p_k|^2 = 1$ . Neste trabalho os pesos utilizados foram  $p_0 = 0.7581$ ,  $p_1 = 0.5307$  e  $p_2 = 0.3790$ . Em todas as simulações, os resultados correspondem à média ao longo dos usuários ativos no sistema.

Na Figura 1 estão apresentadas, para sistema MC-CDMA, as curvas de desempenho do erro médio quadrático relativo dos três estimadores assistidos descritos na seção III. O período de guarda é  $G = 4$  e foram utilizados  $N_p = 192$  símbolos piloto. Verifica-se que as estimativas melhoradas tanto pela utilização da matriz  $\mathbf{W}_0$  como pela minimização com restrição são menos sensíveis ao aumento de carga do sistema.

Na Figura 2 estão apresentadas, para sistema MC-DS-CDMA, as curvas de desempenho do erro médio quadrático relativo dos três estimadores assistidos descritos na seção IV. O período de guarda é  $G = 4$  e foram utilizados  $N_p = 192$  símbolos piloto. Como era esperado, devido a ortogonalidade entre os códigos dos usuários, as três estimativas de canal apresentaram-se insensíveis à variações na carga do sistema.

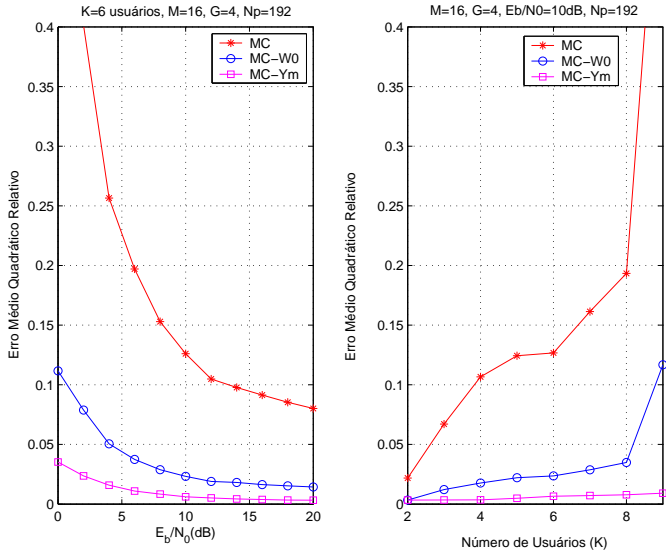


Fig. 1. Desempenho do Erro Médio Quadrático Relativo - MC-CDMA ZP

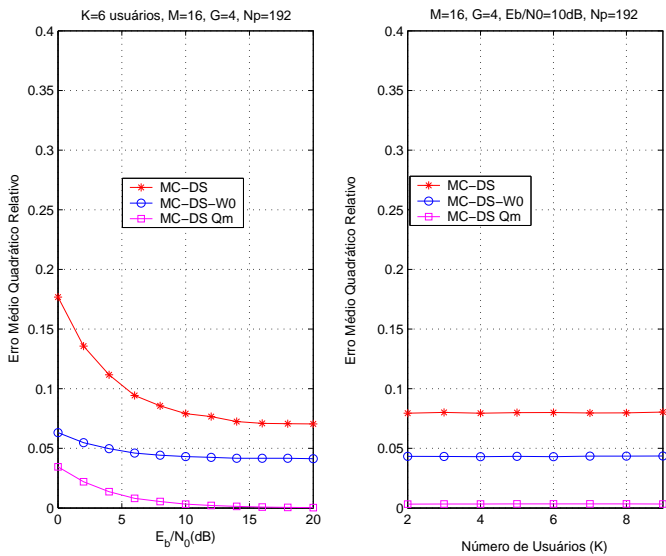


Fig. 2. Desempenho do Erro Médio Quadrático Relativo - MC-DS-CDMA ZP

Notou-se, também, que a qualidade das estimativas foi superior à apresentada no sistema MC-CDMA.

Na Figura 3 são apresentadas as curvas de desempenho em termos de taxa de erro de bit (BER) versus razão sinal-ruído para os dois sistemas. São comparadas as estimativas convencionais e as estimativas que partem de uma restrição inicial. Ambos os sistemas utilizaram  $N_p = 64$  símbolos piloto para estimação de canal. Os resultados mostram que o sistema MC-CDMA com estimativa melhorada apresenta um piso de BER inferior ao apresentado pelo sistema com estimativa convencional. Ademais, observa-se que o sistema MC-DS-CDMA apresenta melhor desempenho que MC-CDMA apenas para baixos valores de  $E_b/N_0$ . Verifica-se que ao aumentar a carga do sistema, a faixa de valores de  $E_b/N_0$  na qual o desempenho do MC-DS-CDMA é superior ao do MC-CDMA, também, aumenta.

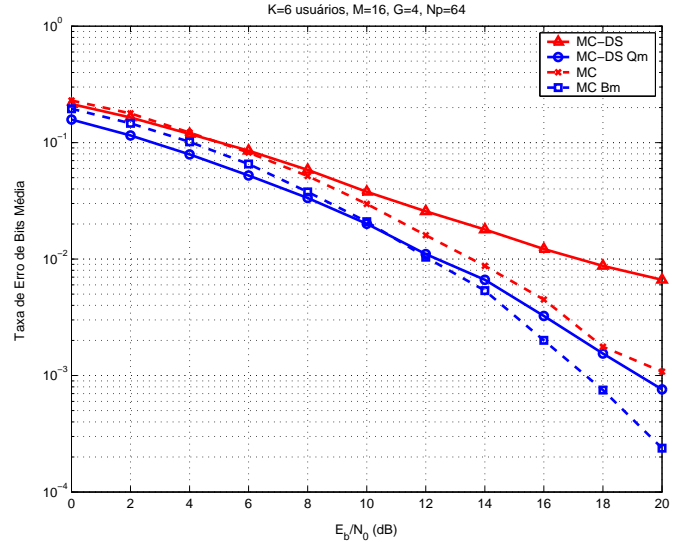


Fig. 3. Desempenho BER - MC-DS-CDMA ZP versus MC-CDMA ZP

## VI. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma análise de estimação de canal assistida, por símbolos piloto, em sistemas MC-CDMA e MC-DS-CDMA. Na análise foram aplicados dois enfoques distintos para obtenção das estimativas de canal dos sistemas. No primeiro enfoque, multiplica-se o vetor que contém a estimativa inicial da resposta em frequência do canal por uma matriz de projeção, que projeta essa estimativa no subespaço em que a verdadeira resposta de frequência tem que estar. No segundo, aplica-se uma restrição no problema de otimização, forçando *a priori* a solução a pertencer ao subespaço que contém a resposta em frequência do canal. Em todos os testes realizados o desempenho dos sistemas utilizando esta última estimativa foi superior. Os resultados mostraram que no sistema MC-CDMA as três estimativas apresentaram desempenho sensível ao aumento de usuários ativos. Contudo, empregando as estimativas melhoradas essa sensibilidade foi reduzida. Além disso, foi verificado que independente do efeito do canal o desempenho do sistema MC-DS-CDMA é insensível ao aumento da carga. Ademais, para baixa razão sinal ruído o sistema MC-DS-CDMA apresenta desempenho superior ao do MC-CDMA, principalmente, quando a carga de usuários ativos aumenta.

## APÊNDICE

Seja  $\hat{\mathbf{q}}$  uma estimativa de um dado vetor de parâmetros  $\mathbf{q}$  de dimensão  $M$ .

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + (\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}) = \mathbf{q} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

O erro médio quadrático é dado por:

$$\sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2 = E[\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2] = E[\boldsymbol{\varepsilon}^H \boldsymbol{\varepsilon}] = \text{tr}\{E[\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^H]\} = \text{tr}\{\mathbf{K}_{\boldsymbol{\varepsilon}}\}$$

Suponha que  $\mathbf{q}$  é da forma  $\mathbf{q} = \mathbf{F}_0 \mathbf{h}$ , ou seja,  $\mathbf{q}$  pertence ao subespaço gerado por  $\mathbf{F}_0$  (dimensão  $L \leq M$ ). Seja  $\mathbf{W}$  a matriz que projeta um vetor  $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^M$  no subespaço gerado por  $\mathbf{F}_0$ , isto é,  $\mathbf{W} = \mathbf{F}_0 (\mathbf{F}_0^H \mathbf{F}_0)^{-1} \mathbf{F}_0^H$ , então

$$\hat{\mathbf{q}}_p = \mathbf{W} \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{W} \mathbf{q} + \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{q} + \boldsymbol{\varepsilon}_p$$

onde  $\varepsilon_p$  é a projeção do vetor erro no subespaço gerado pelas colunas de  $\mathbf{F}_0$ .

- 1)  $E[\|\varepsilon_p\|^2] = E[\varepsilon^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} \varepsilon] = \text{tr}\{E[\mathbf{W} \varepsilon \varepsilon^H \mathbf{W}^H]\} = \text{tr}\{\mathbf{W} \mathbf{K}_\varepsilon \mathbf{W}^H\}$
- 2)  $E[\|\varepsilon_p\|^2] \leq E[\|\varepsilon\|^2]$

Seja  $\mathbf{a}$  um vetor pertencente  $\mathbb{C}^M$ . Pode-se escrever  $\mathbf{a}$  como:

$$\mathbf{a} = \mathbf{W}^\perp \mathbf{a} + \mathbf{W} \mathbf{a}_p = \mathbf{W}^\perp \mathbf{a} + \mathbf{a}_p$$

onde  $\mathbf{W}^\perp = (\mathbf{I} - \mathbf{W})$  representa a projeção no complemento ortogonal do subespaço gerado pelas colunas de  $\mathbf{F}_0$ .

$$\begin{aligned} \|\mathbf{a}\|^2 &= \|\mathbf{W}^\perp \mathbf{a}\|^2 + \|\mathbf{a}_p\|^2 + 2\text{Re}\left[\mathbf{a}^H \underbrace{\mathbf{W} \mathbf{W}^\perp}_{\mathbf{0}} \mathbf{a}\right] \\ &= \|\mathbf{W}^\perp \mathbf{a}\|^2 + \|\mathbf{a}_p\|^2 \geq \|\mathbf{a}_p\|^2 \end{aligned}$$

#### REFERÊNCIAS

- [1] F. Petré, G. Leus, M. Moonen, H. De Man, *Multicarrier Block-Spread CDMA for Broadband Cellular Downlink*, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, v. 2004, n. 10, pp. 1568-1584, 2004, doi:10.1155/S1110865704401048.
- [2] K.S.Guillousen, I.M.Jacobs, R.Padovani, A.J.Viterbi, A.Weaver e C.E.WheatleyL. Lamport, *On the Capacity of a Celular CDMA System*. IEEE Transactions Vehicular Technology, n. 40, p. 303-311, Maio, 1991.
- [3] V. DaSilva and E. S. Sousa, *Performance of orthogonal CDMA codes for quasi-synchronous communication systems*, Proc. IEEE International Conference on Universal Personal Communications, ICUPC 93, pp. 995-999, Outubro, 1993.
- [4] R.Fantacci, D. Marabissi, M.Michelini e G. Bergamini, *Low-Complexity Pilot-Aided Data Detection in MC-CDMA Systems*, Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, v. 1, pp. 277-281, Dezembro, 2003.
- [5] Z. Wang e G.B. Giannakis, *Wireless multicarrier communications*. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 17, no. 3, pp. 29-48, 2000.
- [6] G. Giannakis, P.A. Anghel e Z. Wang, *Generalized Multicarrier CDMA: Unification and Linear Equalization*, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, v. 2005, n. 5, pp. 743-756, 2005, doi:10.1155/ASP.2005.743.
- [7] B. Muquet, Z.Wang, G.B.Giannakis, M. de Courville e P.Duhamel, *Cyclic Prefixing or Zero Padding for Wireless Multicarrier Transmissions?*. IEEE Transactions On Communications, v. 12, n. 50, p. 2136-2148, 2003.
- [8] P. Schniter, *On Doubly Dispersive Channel Estimation for Pilot-Aided Pulse-Shaped Multi-Carrier Modulation*, Proc. Conference on Information Sciences and Systems, Março, 2006.
- [9] A. Scherb, V. Kuehn e K.-D. Kammeyer, *Pilot Aided Channel Estimation for short code DS-SS-CDMA*, Proc. IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA 2002, pp. 39-43, Setembro, 2002.
- [10] J. J. van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. K. Wilson e P. O. Börjesson, *On channel estimation for OFDM systems*, Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, VTC, pp. 815-819, Julho, 1995.