Comparação entre Esquemas de Detecção Distribuída e Mensagens Quantizadas

Rodrigo Pereira David, Raimundo Sampaio Neto e César A. Medina

***Resumo-* O problema de detecção distribuída em redes de sensores que utilizam versões quantizadas de suas observações ruidosas vem sendo tema de muitos estudos na última década. Neste artigo é apresentada uma comparação de desempenho de duas estratégias de detecção distribuída que foram resultados dessas pesquisas. A primeira utiliza sensores idênticos e regra da maioria no centro de fusão e a segunda denominada detecção distribuída universal opera sem necessidade de conhecimento da distribuição de probabilidade das observações dos sensores. A comparação é feita com observações perturbadas por ruído gaussiano e com o canal sem distorção entre os sensores e o centro de fusão. Posteriormente a comparação é feita utilizando canal não ideal entre os sensores e o centro de fusão. Os resultados, obtidos via simulação, comprovaram a superioridade do esquema utilizando regra da maioria para canais ideais e não ideias entre os sensores e o centro de fusão.**

Palavras-Chave—Detecção Distribuída, Quantização, Redes de Sensores

Abstract— **The distributed detection problem in wireless sensor networks using versions of been the subject of many studies over the last decade. This paper presents a performance comparison of two strategies for distributed detection which were results of these surveys. The first one uses identical sensors and majority rule in the fusion center and the second one is named universal distributed detection which operates without knowledge of the probability distribution of the observations of the sensors. The comparison is made with observations disturbed by Gaussian noise and the channel with no distortion between the sensors and fusion center. Subsequently, the comparison is made using non-ideal channel between the sensors and fusion center. The results obtained via simulation proved the superiority of the scheme using majority rule for both ideal and non-ideal channels between the sensors and fusion center.**

Keywords—Distributed Detection, Quantization, Wireless Sensor Networks

I. INTRODUÇÃO

Este artigo trata do problema de detecção distribuída com hipóteses binárias, em uma rede de sensores sem fio, utilizando versões quantizadas das observações. Este problema tem sido tema de estudo desde o trabalho seminal [1] com uma longa lista de contribuições desde então [2-9]. É considerado também que os sensores não se comunicam entre si e enviam as versões quantizadas de suas observações para um centro de fusão que realiza a decisão final a partir das informações recebidas.

A maioria dos trabalhos considera as observações dos sensores como sendo condicionalmente independentes uma vez que, na ausência desta suposição a determinação da estratégia de decisão ótima é *NP-har*d [2-4]. Com esta suposição, o resultado fundamental é que neste caso os quantizadores binários ótimos dos sensores realizam testes de máxima verossimilhança, normalmente utilizando limiares diferentes [3,7]. Entretanto, a determinação destes limiares é geralmente difícil por causa da existência de múltiplos ótimos locais [3] e os algoritmos propostos para a busca numérica dos limiares não garantem um mínimo ótimo global [3].

A fim de se restringir mais a busca dos limiares utilizados, as observações dos sensores são consideradas identicamente distribuídas. Neste caso seria razoável admitir que o uso de sensores idênticos levasse à solução ótima, porém, contra intuitivamente os autores em [7] apresentaram exemplos em que a solução ótima é obtida com o uso de sensores não idênticos. Em muitos casos, porém o uso de sensores idênticos apresenta uma perda de desempenho pequena com relação à escolha ótima de sensores não idênticos e desaparece a medida que o número de sensores tende para o infinito [7].

O uso de sensores idênticos simplifica enormemente o problema e a regra de fusão ótima para *n* sensores é a regra *k-out-of-n* com o uso do limiar λ nos sensores [10-11]. Assim a busca pela solução ótima se resume a achar o par (k, λ) que minimiza a probabilidade de erro média final do detector (critério de *Bayes*). Entretanto para encontrar o par (k, λ) que minimiza a probabilidade de erro médio no centro de fusão é necessário ter o conhecimento da distribuição de probabilidade das observações nos sensores. É mostrado em [11] que para observações independentes e igualmente distribuídas (*i.i.d*) gaussianas com média nula e número ímpar de sensores a regra de fusão ótima se torna a regra da maioria e o limiar λ ótimo dos sensores é igual a zero.

Recentemente foram feitos estudos [12-13] de esquemas de detecção distribuída universais onde as observações dos sensores são corrompidas por um ruído aditivo com distribuição de probabilidade desconhecida [12]. Este fato torna estes esquemas atraentes para serem implementados em redes de sensores reais onde as estatísticas do ruído ambiente podem variar. Este esquema necessita apenas do conhecimento do momento de segunda ordem do ruído e a probabilidade de erro médio resultante tem uma taxa de decaimento exponencial.

O objetivo deste artigo é comparar o esquema de detecção distribuída que utiliza a regra *k-out-of-n*, cuja implementação ótima requer o conhecimento da distribuição de probabilidade do ruído aditivo que corrompe a observação no sensor, com o assim chamado detector distribuído universal que requer apenas o conhecimento do momento de segunda ordem deste ruído.

Esse artigo é organizado da seguinte maneira. Na Seção II é apresentado o problema de detecção distribuída com sensores idênticos e conhecimento prévio da distribuição de probabilidade das observações. A Seção III abordado esquema de detecção universal. Comparações de desempenho entre os dois esquemas são apresentados na Seção IV. Na Seção V são feitas as conclusões.

II. DETECÇÃO DISTRIBUÍDA COM SENSORES IDÊNTICOS

O esquema de detecção distribuída de hipóteses binárias H_0 e H_1, cada uma com uma probabilidade *a priori* p_0 e p_1 respectivamente, onde existem *n* sensores e um centro de fusão é ilustrado na Figura 1.

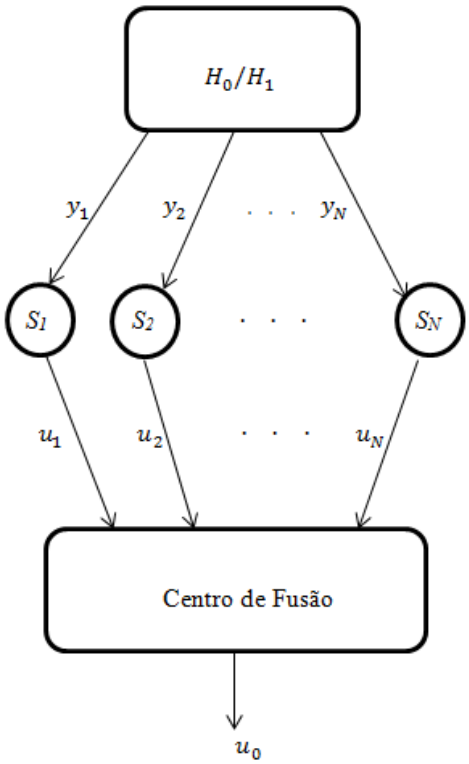

Fig. 1. Esquema de decisão decentralizada

Cada sensor coleta uma observação ruidosa y_k e realiza uma quantização binária, através de um teste de verossimilhança com um limiar λ:

$$\frac{f_{y_k|H_1}(Y_k)}{f_{y_k|H_0}(Y_k)} \underset{u_k=0}{\overset{u_k=1}{\gtrless}} \lambda \qquad (1)$$

onde $f_{y_k|H_i}(.)$ denota a função distribuição de probabilidade (FDP) da observação y_k quando a hipótese H_i é verdadeira.

As versões quantizadas u_k são então transmitidas para o centro de fusão que realiza a decisão final u_0 por meio de uma regra de fusão que é função das mensagens $u_1, u_2, \dots, u_N$ enviadas pelos sensores.

Para sensores idênticos a regra de fusão ótima é a *k-out-of-n* dada em [2,11]:

$$u_0 = \begin{cases} 1 & u_i + \cdots + u_n \geq k \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \qquad (2)$$

com k inteiro, $1 \leq k \leq n$. A decisão global será $u_0 = 1$ caso o centro de fusão decida por H_1 e $u_0 = 0$ caso o centro de fusão decida por H_0. Assim a regra *k-out-of-n* decide por $u_0 = 1$ se *k* ou mais decisões dos sensores for igual a 1.

A qualidade da decisão global u_0 do centro de fusão é dada pela probabilidade de falso alarme global Q_F e pela probabilidade de detecção global Q_D:

$$Q_F = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} P_F^i (1 - P_F)^{n-i} \qquad (3a)$$

$$Q_D = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} P_D^i (1 - P_D)^{n-i} \qquad (3b)$$

onde P_F e P_D são as probabilidades de falso alarme e probabilidade de detecção nos sensores. A probabilidade de erro médio global do sistema é então dada por:

$$P_E = p_0 Q_F + p_1 (1 - Q_D) \qquad (4)$$

Para obter o par (k, λ) ótimo podemos inicialmente determinar o valor de limiar λ que minimiza P_E (critério de *Bayes*) para cada k.

Admite-se que as observações dos sensores sob cada hipótese são descritas por:

$$\begin{aligned} H_0:\ y_k &= -d + n_k \qquad k = 1,2,\dots,n \\ H_1:\ y_k &= \ \ d + n_k \qquad k = 1,2,\dots,n \end{aligned} \qquad (5)$$

Onde, d e $-d$ são sinais determinísticos e $n_1, n_2, \dots, n_N$ são ruídos mutuamente independentes com média zero. Para o caso especial do ruído n_k gaussiano é mostrado em [10] (considerando as hipóteses H_1, H_0 equiprováveis) que (k, λ) ótimo é $(\frac{n+1}{2}, 0)$ para o número de sensores $n$ímpar. Já para n par existem duas soluções ótimas, $(\frac{n}{2} + 1, -0{,}157)$ e $(\frac{n}{2}, 0{,}157)$.

Assim, para o caso de observações y_k gaussianas com média zero e número ímpar de sensores, a regra de decisão ótima global corresponde à aplicação da regra da maioria no centro de fusão com as mensagens u_k sendo geradas por meio de um simples decisor de polarização nos sensores:

$$u_k = \begin{cases} 1 & y_k \geq 0 \\ 0 & y_k < 0 \end{cases} \qquad (6)$$

Na próxima seção será descrito um esquema de detecção distribuída cuja implementação requer apenas o conhecimento do momento de segunda ordem das componentes de ruído n_k.

III. ESQUEMA DE DETECÇÃO DISTRIBUÍDA UNIVERSAL

Considerando o tipo detecção distribuída onde o centro de fusão tem acesso a todas as observações y_k, mas suas funções densidade de probabilidade (*fdp*) são desconhecidas devido ao número insuficiente de estatísticas insuficientes, assim uma estratégia de decisão seria utilizar o estimador universal [12-13]:

$$\bar{y} = \sum_{k=1}^{n} y_k \underset{H_0}{\overset{H_1}{\lessgtr}} \gamma \tag{7}$$

onde o limiar γ deve ser definido.

Esta ideia foi utilizada em outro estudo [12] para definir um esquema de detecção distribuída universal onde as observações y_k são quantizadas por uma função binária. A ideia básica foi a de introduzir uma variável aleatória a_k, em cada sensor, que é utilizada para randomizar sua função de quantização. Cada sensor gera uma mensagem binária que depende não somente da observação y_k, mas também da variável auxiliar a_k.

Considerando-se observações na forma apresentada em (5), o esquema é descrito brevemente a seguir [12]:

i) Cada sensor k gera uma variável aleatória a_k com uma distribuição de probabilidade dada por:

$$P(a_k = i) = 2^{-i} \quad i = 1,2,3 \ldots \tag{8}$$

ii) Admitindo-se que o ruído n_k possui média zero e variância σ^2, a observação y_k é truncada no intervalo $[-W, W]$ onde o limiar W é dado por:

$$W = \frac{\sigma^2 + d^2}{2d} \tag{9}$$

Gerando a observação truncada $y_k{}^*$.

iii) Da observação truncada $y_k{}^*$ gera-se uma nova observação:

$$x_k{}^* = \frac{W + y_k{}^*}{2W} \in [0,1] \tag{10}$$

A nova observação, $x_k{}^*$, que possui uma excursão definida entre 0 e 1, é então quantizada, obtendo-se u_k , por meio de:

$$u_k = m(x_k{}^*; a_k) \tag{11}$$

onde $m(z; i)$ tem como saída o i-ésimo bit da representação binário do número real z.

iv) Finalmente a regra de fusão é feita utilizando o estimador universal dado em (7):

$$u_0 = \sum_{k=0}^{n} u_k \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{1}{2} \tag{11}$$

Para justificar o valor de $\frac{1}{2}$ usado em (11) verifica-se que:

$$E[u_k | x_k{}^*] = \sum_{i=0}^{\infty} m(x_k{}^*; a_k) P(a_k = i) = \sum_{i=0}^{\infty} m(x_k{}^*; a_k) 2^{-i} = x_k{}^* \tag{13}$$

Assim,

$$E[u_k] = E\left[E[u_k | x_k{}^*]\right] = E[x_k{}^*] = \frac{W + E[y_k{}^*]}{2W} \tag{14}$$

onde o operador $E[.]$ denota o valor esperado.

Por outro lado, é mostrado em [12] que:

$$\begin{cases} E[y_k{}^* | H_0] \leq \frac{1}{2} \\ E[y_k{}^* | H_1] \geq \frac{1}{2} \end{cases} \tag{15}$$

Substituindo (15) em (14) tem-se:

$$\begin{cases} E[u_k | H_0] \leq \frac{1}{2} - \frac{d^2}{2(d^2 + \sigma^2)} \\ E[u_k | H_1] \geq \frac{1}{2} + \frac{d^2}{2(d^2 + \sigma^2)} \end{cases} \tag{16}$$

Deste modo verifica-se que as médias de u_k condicionadas às hipóteses H_0 e H_1 são simétricas em torno de $\frac{1}{2}$, justificando assim o uso deste limiar do estimador universal em (11).

O esquema de detecção distribuído universal é ilustrado na Figura 2:

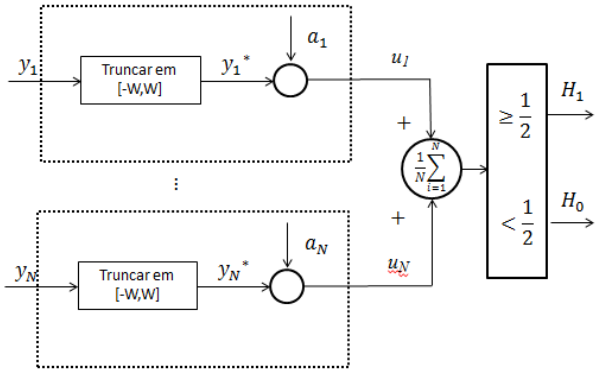

Fig. 2. Esquema de detecção distribuída universal

Os desempenhos dos esquemas de detecção distribuída em presença de perturbações gaussianas abordados nas duas últimas seções são comparados na próxima seção.

IV. COMPARAÇÃO DO DETECTOR DISTRIBUÍDO UNIVERSAL COM O DETECTOR BASEADO NA REGRA DA MAIORIA

Os desempenhos dos esquemas de detecção distribuídas apresentados nas seções anteriores são comparados a partir da taxa de erro de bits estimados por meio de simulações computacionais. Estas simulações consideram hipóteses equiprováveis, canal ideal entre os sensores e o centro de fusão e observações na forma de (5), com $d = 1$ e n_k $k = 1,2,\dots,n$ sendo variáveis aleatórias gaussianas *i.i.d* com média nula e variância σ^2 unitária. As hipóteses binárias foram consideradas equiprováveis. A probabilidade de erro médio dos esquemas de detecção é obtida para um número *n* ímpar de sensores a fim de se comparar o esquema de detecção que utiliza regra da maioria no centro de fusão. Além disso, neste esquema os sensores foram supostos idênticos com limiar de detecção zero.

Na Figura 3 é ilustrado o resultado de 10^6 iterações em cada sensor, utilizados nas simulações, para os dois esquemas de detecção.

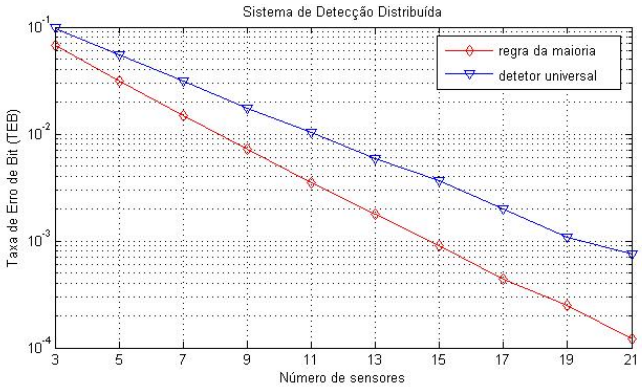

Fig. 3. Comparação de desempenho entre o esquema de detecção distribuída universal e do detector de regra da maioria com canal ideal

Verifica-se que o detector distribuído utilizando a regra da maioria possui um desempenho superior quando comparado com o detector distribuído universal. Isto pode ser explicado pelo fato do esquema da regra da maioria ser ótimo para ruído gaussiano, o que não é garantido no detector universal. O detector universal garante apenas que seu desempenho fique abaixo de um limitante superior para uma dada variância do ruído das observações com qualquer distribuição de probabilidade [12].

O melhor desempenho do esquema de detecção distribuído baseado na regra da maioria pode ser inferido pela distância de *Chernoff* , que caracteriza a maior taxa exponencial com que a probabilidade de erro do esquema de detecção decai para zero à medida que $n \to \infty$. Assim esta métrica pode ser utilizada como referencia para avaliação do desempenho das duas estratégias de detecção. Para o esquema de detecção distribuída baseado na regra da maioria a distância de *Chernoff* é [14]:

$$C_b = -\frac{1}{2} ln\left(4Q\left(-\sqrt{\eta}\right)Q\left(\sqrt{\eta}\right)\right) \qquad (17)$$

onde $Q(.)$ é definida como:

$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_t^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt \qquad (18)$$

Já a distância de *Chernoff* para o esquema de detecção distribuída universal é dado em [12]:

$$C_b = -\frac{1}{2} ln\left(1 + \frac{\eta^2}{2\eta + 1}\right) \qquad (17)$$

onde $\eta = \frac{d^2}{\sigma^2}$ é a relação sinal-ruído (SNR) das observações.

Calculando-se as distâncias dadas em (17) e (19), para η = 1, verifica-se que o esquema de detecção universal apresenta uma distância de *Chernoff* menor que o esquema de detecção baseado na regra da maioria, e portanto o detector universal apresenta assintoticamente uma taxa de decaimento exponencial da probabilidade de erro menor que o esquema de detecção da regra da maioria. Assim é esperado que a medida que o número de sensores aumente, o desempenho do primeiro esquema apresente um desempenho pior que o último, o que é observado nos resultados mostrados na Figura 3.

Verifica-se também, através da Figura 3, que para o detector universal atingir o mesmo desempenho do detector de regra da maioria é necessário um aumento de poucos sensores. Esse número tende a aumentar à medida que o número total de sensores cresce.

A fim de se examinar o desempenho dos esquemas na presença de erros nos canais entre os sensores e o centro de fusão será considerado agora que as mensagens dos sensores são modelados como:

$$z_k = h_k\delta_k + n_{0k} \qquad (20)$$

onde h_k $k = 1,2,..,n$ são variáveis aleatórias *i.i.d*, com distribuição *Rayleigh*, representando um desvanecimento plano no canal entre o sensor k e o centro de fusão, com valor médio quadrático unitário e n_{0k} são variáveis aleatórias gaussianas *i.i.d* com média zero representando o ruído na entrada do centro de fusão para cada sensor. O símbolo transmitido por cada sensor δ_k é um símbolo BPSK $\in \{-1,1\}$ dado por $2u_k - 1$.

Supondo que os canais entre os sensores e o centro de fusão são estatisticamente independentes, a estimativa ótima de u_k é dada por:

$$\hat{u}_k = \frac{sign(z_k) + 1}{2} \qquad (21)$$

Cada estimativa $\hat{u}_k$ é utilizada na regra da maioria dada por (2) e no estimador universal dado por (11). Vale ressaltar em um ambiente de canal não ideal o esquema de detecção que utiliza a regra da maioria não é mais o detector ótimo para sensores idênticos, contudo é mostrado em [15-16] que para valores altos de SNR o desempenho se aproxima ao detector ótimo para canais com desvanecimento plano.

A Figura 4 apresenta o resultado de 10^6 iterações para os dois esquemas de detecção em presença de um canal não ideal conforme representado em (19):

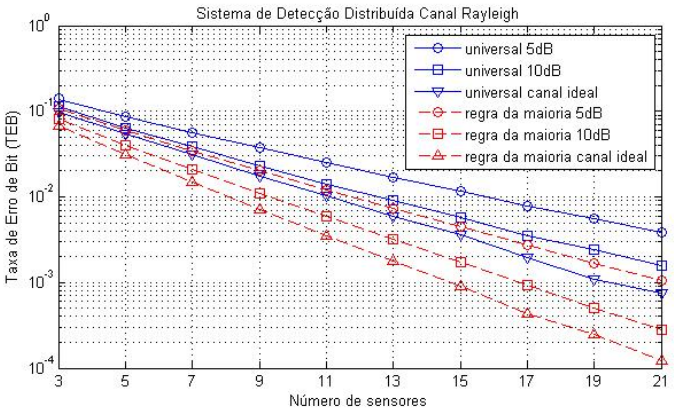

Fig. 4. Comparação de desempenho entre os dois esquemas de detecção distribuída em canal Rayleigh

Nota-se que a perda de desempenho é similar nos dois esquemas e o aumento no número de sensores necessários para que o esquema de detecção universal atinja o mesmo desempenho do esquema de regra da maioria não se altera em relação ao cenário de canal ideal. A Figura 5 apresenta a taxa de erro de bits dos dois esquemas de detecção, em função da SNR no canal, para um número fixo de sensores.

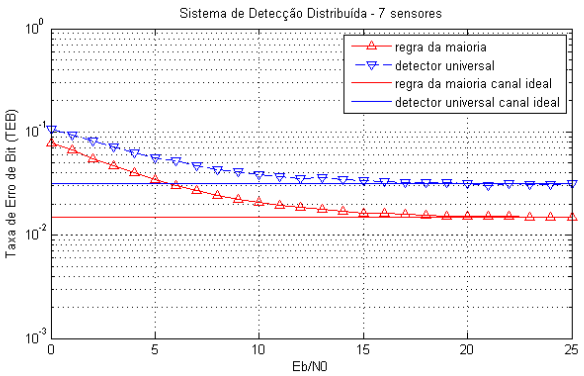

Fig. 5. Probabilidade de erro como função da SNR do canal Rayleigh com 7 sensores nos dois esquemas de detecção distribuída

A partir da Figura 5, verifica-se que a perda de desempenho provocada pelo desvanecimento no canal possui um comportamento similar nos dois esquemas de detecção distribuída. Para valores de SNR acima de 15 dB, os dois esquemas convergem para suas taxas de erro de bits em canal ideal.

Conclui-se, portanto, que os erros introduzidos pelas imperfeições do canal deterioram o desempenho dos dois esquemas de maneira semelhante.

V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi feita uma comparação entre o esquema de detecção distribuída universal onde os limiares dos sensores são aleatórios e o centro de fusão utiliza um estimador universal com o esquemas de detecção distribuídos que utiliza regra da maioria no centro de fusão e limiares de detecção idênticos.

Verificou-se que para observações gaussianas e canal ideal entre os sensores e o centro de fusão o primeiro detector possui um melhor desempenho, tendo em vista que ele é ótimo para o caso gaussiano. Os esquemas de detecção também foram comparados quando o canal entre os sensores e o centro de fusão apresenta imperfeições tais como a presença de ruído e desvanecimento plano. Foi visto que a perda de desempenho devido a erros no canal afetam os dois esquemas de detecção distribuída de maneira similar. Com uma SNR maior que 15 dB os dois esquemas apresentam um desempenho próximo ao obtido no caso de canal ideal entre os sensores e o centro de fusão.

Ressalte-se novamente que o esquema de detecção com regra da maioria é ótimo na presença de ruído gaussiano. Assim, para uma comparação mais abrangente entre os dois esquemas, outras distribuições de probabilidade para o ruído nas observações nos sensores estão sendo consideradas.

Rodrigo Pereira David, Raimundo Sampaio Neto e Cesár Augusto Medina Sotomayor ¸ Departamento de Engenharia Elétrica, Pontíficia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, E-mails: rdavidrd@gmail.com, , raimundo@cetuc.puc-rio.br e csmedia@cetuc.puc-rio.br

REFERÊNCIAS

[1] R.R. Tenney and N.R. Sandell, "Detection with distributed sensors" IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 17, no. 4, pp. 501–510, 1981.

[2] Z. Chair and P. K. Varshney, "Optimal data fusion in multiple sensor detection systems," IEEE Trans. Aerospace Elect. Syst.,vol. AES-22, pp. 98–101, Jan. 1986.

[3] J.N. Tsitsiklis, "Decentralized detection," Advs. Statistical Signal Processing, vol. 2, pp. 297–344, 1993

[4] J.N. Tsitsiklis, "Decentralized detection by a large number of sensors," Math.Control, Signals, Syst., vol. 1, no. 2, pp. 167–182, 1988.

[5] I. Y. Hoballah and P. K. Varshney, "Distributed Bayesian signal detection," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 35, pp. 995–1000,Sept. 1989.

[6] M.Longo,T.D. Lookabaugh, and R. M. Gray, "Quantization for de centralized hypothesis testing under communication constraints," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 36, no. 2, pp. 241–255, Mar. 1990

[7] R. Viswanathan and P.K. Varshney, "Distributed detection with multiple sensors: Part I—fundamentals," Proc. IEEE, vol. 85, no. 1, pp. 54–63, Jan. 1997.

[8] R. S. Blum, S. A. Kassam, and H. V. Poor, "Distributed Detection with multiple sensors: Part II—Advanced topics," Proc. IEEE, vol. 85, no. 1,pp. 64–79, Jan. 1997

[9] J.-F. Chamberland and V.V. Veeravalli,, "Decentralized detection in sensor networks," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 51, no. 2, pp. 407–416, Feb. 2003

[10] W. Shi, T.W. Sun, and R.D. Wesel, "Quasiconvexity and Optimal Binary Fusion for Distributed Detection with Identical Sensors in Generalized Gaussian Noise," IEEE Trans. Information Theory, vol. 47, pp. 446-450, 2001.

[11] Q. Zhang, P.K. Varshney, and R.D. Wesel, "Optimal Bi-Level Quantization of i.i.d. Sensor Observations for Binary Hypothesis Testing," IEEE Trans. Information Theory, vol. 48, no. 7, pp. 2105-2111, 2002

[12] J.-J. Xiao and Z.-Q. Luo, "Universal decentralized detection in a bandwidth constrained sensor network," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 53, no. 8, pp. 2617–2624, Aug. 2005

[13] Z.-Q. Luo, "Universal decentralized estimation in a bandwidth con-strained sensor network," IEEE Trans. Information Theory, vol.53,pp.2210-2210, 2005.

[14] J.-F. Chamberland and V.V. Veeravalli,, "Decentralized detection in sensor networks," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 51, no. 2, pp. 407–416, Feb. 2003

[15] B. Chen, R. Jiang, T. Kasetkesam, and P. K. Varshney, "Channelaware decision fusion in wireless sensor networks," IEEE Trans.Signal Process., vol. 52, no. 12, pp. 3454–3458, Dec. 2004.

[16] Kanchumarthy, V.R., Viswanathan, R., Madishetty, M., "Impact of Channel Errors on Decentralized Detection Performance of Wireless Sensor Networks: A Study of Binary Modulations, Rayleigh-Fading and Nonfading Channels, and Fusion-Combiners", Signal Processing, IEEE Transactions on, On page(s): 1761 - 1769, Volume: 56 Issue: 5, Maio 2008