# Novas Propostas Para o Combate à Propagação de Erros em Equalizadores DFE

Arthur Henrique Góes Samary, Ernesto Leite Pinto e Juraci Ferreira Galdino

*Resumo*—Novas propostas de técnicas para combate ao efeito de propagação de erros em equalizadores com realimentação de decisão (DFE), são apresentadas neste trabalho. O desempenho de uma destas propostas é avaliado via simulação computacional e comparado com o de outras três técnicas amplamente difundidas na literatura. Os resultados apresentados mostram que a técnica proposta produz ganhos de desempenho significativos, tanto no que se refere à taxa de erro bit (BER) média, quanto à ocorrência de erros em surtos.

Palavras-Chave—Equalização por realimentação de decisão, propagação de erro, interferência entre símbolos (IES).

Abstract—A New class of techniques for combating the error propagation in decision feedback equalization (DFE) is presented in this work. One of these techniques has its performance evaluated and compared with three other well known proposals. The numerical results herein presented show that the proposed technique provides significant performance improvements, both in terms of the average bit error rate (BER) and the burstiness of error process.

*Keywords*—Decision Feed-back Equalisation, error propagation, intersymbol interference (ISI).

### I. INTRODUÇÃO

Diversas técnicas de equalização, com variados graus de complexidade computacional e desempenho, vêm sendo propostas ao longo do tempo. Uma técnica que se destaca devido ao bom compromisso entre taxa de erro de bit (BER) e complexidade computacional é o equalizador com realimentação de decisão (DFE, *Decision Feedback Equalization*).

O DFE é composto basicamente por dois filtros adaptativos de duração finita (FIR, *Finite Impulse Response*), comumente denominados de filtros avante (FFF, *feedforward filter*) e de realimentação (FBF, *feedback filter*). O FFF opera sobre o vetor de observação na entrada do receptor digital e o FBF sobre os símbolos detectados.

Um dos principais problemas do DFE é a propagação de erros de decisão. Símbolos detectados erroneamente são realimentados através do FBF e podem prejudicar decisões futuras, aumentando os tamanhos dos surtos de erros. Esse distúrbio tende a ser cada vez mais severo à medida que se utiliza esquemas de modulação com elevada eficiência espectral.

Nestes cenários, torna-se indispensável a adoção de códigos corretores de erro cada vez mais eficientes e o uso de *interleavers* mais longos, ocasionado impactos indesejáveis na eficiência espectral e no atraso de processamento, o que é

A.H.G. Samary PGED, IME E.L. Pinto, J. F. Galdino Seção de Engenharia Elétrica, Instituto Militar de Engenharia, Praça General Tibúrcio, 80, Rio de Janeiro, Brasil, 22290-270. Emails:arthurhenrique@uol.com.br, ernesto@ime.eb.br, galdino@ime.eb.br inconveniente para as aplicações que envolvem iteratividade, as quais, em geral, requerem elevada eficiência espectral, vazão relativamente constante e pequena latência.

Diante da importância do DFE e dos efeitos danosos da propagação dos erros em sistemas com elevada eficiência espectral, vários trabalhos propõem técnicas de combate ao efeito de erro de propagação [4], [5], [8]. Neste trabalho uma classe de técnicas é proposta mediante modificações do procedimento apresentado em [13].

O restante desse trabalho é organizado da seguinte maneira. Na Seção II são apresentadas três técnicas de combate à propagação de erros. Na Seção III apresenta-se uma nova técnica de combate a este efeito. Na Seção IV são apresentados resultados de simulação e, por fim, na seção V são sumarizadas as conclusões.

#### II. COMBATE À PROPAGAÇÃO DE ERROS EM DFE

Na Figura 1 é ilustrado o diagrama de blocos de um receptor que emprega equalizadores baseados no DFE. Nessa figura são identificados o decisor, os FFF e FBF. Que compõem a estrutura básica de um DFE convencional; além de um bloco para combater o efeito de propagação do erro que depende da técnica empregada.

O sinal na entrada do DFE  $y_k$  é dada por  $y_k = h^* s_k + \eta_k$ , sendo h a resposta ao impulso (RI) do canal de comunicação, que é modelado por um filtro FIR com L coeficientes espaçados no intervalo de símbolos (T);  $s_k = [s_k, s_{k-1}, \cdots, s_{k-L+1}]^T$  um vetor cujas componentes  $s_i$  são símbolos independentes e identicamente distribuídos, pertencentes a uma constelação M-QAM e  $\eta_k$  representa a késima amostra do ruído aditivo, modelado por um processo gaussiano estacionário em sentido amplo, branco, de média nula e variância dada por  $\sigma_{\eta}^2 = \frac{N_0}{2}$ , sendo  $N_0$  sua densidade espectral de potência.

A saída do DFE,  $z_k$  é dada por

$$z_k = \boldsymbol{f}^* \boldsymbol{y}_k + \boldsymbol{b}^* \boldsymbol{d}_k + \zeta_k, \qquad (1)$$

sendo  $\boldsymbol{f}$  um filtro FIR com  $N_1$  coeficientes que representa a RI do FFF do DFE;  $\boldsymbol{y}_k = [y_k, y_{k-1}, \cdots, y_{k-N1+1}]^T$  é um vetor formado pelas observações na entrada do DFE  $(y_i)$ ;  $\boldsymbol{b}$  representa a RI do FBF com  $N_2$  coeficientes;  $\boldsymbol{d}_k = [d_k, d_{k-1}, \cdots, d_{k-N2+1}]^T$  é a seqüência de entrada do FBF do DFE, que depende da técnica de combate ao efeito de propagação do erro, em particular, para o DFE convencional, tem-se que  $\boldsymbol{d}_k = \hat{\boldsymbol{s}}_k$ , por fim,  $\zeta_k$  representa o ruído aditivo filtrado pelo FFF.

Em [4] foi proposta uma técnica, denominada de E-DFE (*Erasures in DFE*), que se baseia na idéia de decisão com



Fig. 1. Diagrama de bloco de receptor baseado em equalizadores DFE.

apagamento para combater o efeito de propagação do erro. Nesse caso,  $d_k$  depende apenas de  $z_k$ .

O E-DFE parte da premissa de que se a amostra  $z_k$  está muito próxima de um dos limiares de decisão, há grande possibilidade de que  $\hat{s}_k$  represente uma decisão errônea. Diante disso, o procedimento propõe estabelecer em torno desses limiares novas regiões de decisão, aqui denominadas de regiões de "apagamento". Por exemplo, para um esquema de modulação 4-QAM, além das 4 regiões de um decisor abrupto, tem-se mais cinco que são delimitadas por um parâmetro, aqui denotado por A, que está relacionado com a largura das regiões de apagamento, que são faixas paralelas e centradas nas retas que definem os limiares de decisão do decisor abrupto. Assim sendo a amostra empregada no FBF pode assumir nove possibilidades [4].

O parâmetro A exerce um importante papel no E-DFE. Para A = 0, o equalizador funcionará como um DFE convencional, por outro lado, se o valor de A for muito grande, o desempenho do sistema será similar ao de um equalizador linear, cuja RI é igual a do FFF do DFE. Em geral, a apropriada escolha do limiar A muda de acordo com a RI do canal e a RSR utilizadas e, tende a reduzir com o aumento da RSR. Não se conhece uma forma matemática para a escolha de A.

Em [5], propõe-se a técnica C-DFE (*Constrained DFE*) que combina a idéia de apagamento apresentada anteriormente [4] com a restrição de potência do sinal na saída do FBF [6], [7]. Essa restrição é implementada reduzindo o valor dos coeficientes desse filtro, em relação ao adotado pelo DFE convencional. Portanto, a implementação dessa técnica, assim a do E-DFE também depende apenas do valor de  $z_k$  (Figura 1).

Admitindo-se que w e b representam respectivamente os coeficientes do FFF e do FBF, cujos valores foram estabelecidos no sentido de minimizar o erro médio quadrático (MSE, "*Mean Squared Error*") na saída do DFE (E  $[|z_k - s_k|^2]$ ), onde E  $[\cdot]$ denota o valor esperado. Os coeficientes do FFF do C-DFE são iguais aos do DFE convencional, e os do FBF,  $b_c$ , são dados por  $||b_c||^2 = \gamma ||b||^2$ , sendo  $\gamma$  o parâmetro que controla a restrição de potência, com  $0 \le \gamma \le 1$ . Se  $\gamma = 1$  o equalizador será equivalente ao E-DFE e caso  $\gamma = 0$  ele será equivalente ao equalizador linear.

Em [8] foi proposta a técnica S-DFE (*Soft Decision DFE*) que usa decisão suave sobre  $z_k$ , empregando uma função nãolinear. Dois critérios de otimização foram estabelecidos para determinar a expressão dessa função: minimização da probabilidade de erro e redução do MSE na entrada do dispositivo de decisão, ou seja  $\psi_{opt}(z_k) = \arg \min_{\psi} \mathbb{E}[|z_k - s_k|^2]$ .

Para o primeiro caso os autores obtêm uma expressão fechada apenas para o esquema de modulação BPSK, porém para o segundo, eles obtêm uma expressão válida para qualquer esquema de modulação bidimensional, cujos símbolos são equiprováveis. Essa expressão é dada por:

$$\psi_{opt}(z_k) = \frac{\sum_{s \in \mathcal{B}} s \exp\left[\frac{-s^* s + z_k^* s + s^* z_k}{\sigma^2}\right]}{\sum_{s \in \mathcal{B}} \exp\left[\frac{-s^* s + z_k^* s + s^* z_k}{\sigma^2}\right]},$$
(2)

sendo  $\mathcal{B}$  o conjunto de símbolos da constelação utilizada e  $\sigma^2$  a variância do ruído presente na entrada decisor devido ao ruído branco filtrado pelo FFF e a IES residual.

Os autores propõem o calculo de  $\sigma^2$  através de média móvel:

$$\sigma^2(k+1) = \beta \sigma^2(k) + (1-\beta)\{|y_k - \hat{s}_k|^2\}.$$
 (3)

em que  $\beta$  é um fator de esquecimento que pode assumir valores entre 0 e 1.

A vantagem dessa técnica em relação as duas apresentadas previamente reside na simplificação do prévio levantamento de parâmetros. A desvantagem está na elevada complexidade computacional associada ao cálculo de (2), principalmente com o aumento da constelação, além disso  $\sigma^2$  precisa ser calculada em tempo real e foram observadas em nossas simulações instabilidades associadas ao cálculo de (2).

## **III. NOVAS PROPOSTAS**

Em [13] foi proposta uma nova classe de técnicas para combater o efeito da propagação do erro, empregando o procedimento de Diversidade em Filtragem (DF) [10] para fornecer ao receptor informação sobre o nível de confiabilidade dos símbolos decididos, e com isso acionar alguma técnica de combate à propagação de erro.

No entanto, as técnicas propostas em [13] apresentam a grande desvantagem de requerer ajuste empírico de vários parâmetros. Motivados pelas excelentes características de desempenho apresentadas em [13], este trabalho propõe modificações no sentido de suplantar a necessidade de ajustes empíricos, procurando manter as excelentes características de desempenho da técnica original.

Assim como em [13], as técnicas aqui propostas realizam um teste estatístico nos símbolos decididos com o intuito de atribuir-lhes "graus de confiabilidade", e com isso selecionar uma estratégia apropriada de realimentação desses símbolos no FBF. O teste estatístico é realizado com base em uma variável aleatória que é obtida a partir de duas estimativas despolarizadas da RI do canal, fornecidas por algoritmos de filtragem adaptativa com diferentes características de robustez a erros na seqüência de referência (símbolos decididos). Assim sendo,  $d_k$  depende de  $y_k$ ,  $z_k$  e  $\hat{s}_k$ .

O teste estatístico proposto em [13] emprega diversos limiares que são estabelecidos empiricamente. Neste trabalho, propõe-se uma nova variável de teste, visando a facilitar a obtenção analítica dos limiares de comparação  $\lambda_i$ , com base em duas estimativas de RI do canal (RIC) obtidas por LMSs (*Least Mean Square*) de passos distintos [12].

As atualizações de coeficientes da RI do canal realizadas pelos algoritmos LMSs, podem ser descritos por:

$$\hat{c}_{1,k+1} = \hat{c}_{1,k} + \mu_1 s_k \varepsilon_{1,k}^* 
\hat{c}_{2,k+1} = \hat{c}_{2,k} + \mu_2 s_k \varepsilon_{2,k}^*$$
(4)

nas quais  $\hat{c}_{i,k}$  é a estimativa de RIC obtida pelo *i*-ésimo algoritmo LMS, que emprega  $\mu_i$  como passo de adaptação e produz o erro de observação  $\varepsilon_{i,k}$ . Nesses parâmetros, k representa o instante de símbolo. Aqui se supõe que as variáveis aleatórias  $\varepsilon_{1,k}$  e  $\varepsilon_{2,k}$  são estatisticamente independentes, para  $\mu_1 \neq \mu_2$ .

Definindo  $riangle oldsymbol{c}_k$  por

$$\Delta \boldsymbol{c}_k = \hat{\boldsymbol{c}}_{2,k} - \hat{\boldsymbol{c}}_{1,k} \tag{5}$$

e  $\varphi_k$  por

$$\varphi_k = \Delta \hat{c}_{k+1} - \Delta \hat{c}_k$$
 (6)

pode-se mostrar que

$$X_{k} = \frac{\|\varphi_{k}\|}{\|s_{k}\|} = |\mu_{2}\varepsilon_{2,k}^{*} - \mu_{1}\varepsilon_{1,k}^{*}|.$$
(7)

Considerando ruído de observação gaussiano, ausência de erros na detecção e de independência estatística entre  $\varepsilon_{2,k}$  e  $\varepsilon_{1,k}$  tem-se que

$$\mu_2 \varepsilon_{2,k}^* - \mu_1 \varepsilon_{1,k}^* \sim \mathcal{N}(0, \sigma_x^2) \tag{8}$$

onde

$$\sigma_x^2 = \mu_1^2 J_{1,k} + \mu_2^2 J_{2,k} \tag{9}$$

em que  $J_{i,k}$  é definido como

$$J_{i,k} = E[|\varepsilon_{i,k}|^2]. \tag{10}$$

Na prática,  $J_{i,k}$  é desconhecido, mas pode ser estimado ao final do período de treinamento.

Denotando-se as estimativas de  $J_{i,k}$  por  $J_{i,k}$ , tem-se uma estimativa de  $\sigma_x^2$ , ao final do treinamento, dada por:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \mu_1^2 \hat{J}_{1,k} + \mu_2^2 \hat{J}_{2,k}.$$
(11)

Havendo símbolos decididos erroneamente no vetor de entrada do algoritmo LMS, é razoável supor que os erros  $\varepsilon_{1,k}$  e  $\varepsilon_{2,k}$  não têm distribuição gaussiana de média nula e as chances de  $X_k$  assumir valores mais elevados são maiores. Assim sendo, a observação dessa variável permite inferir sobre a confiabilidade do símbolo detectado.

Diante disto, pode-se conceber um teste estatístico baseado na comparação da variável  $X_k$  com um limiar, e se definir a probabilidade de falso alarme,  $P_{FA_i}$ , correspondente por

$$P_{FA_{i}} = P_{r} \left[ X_{k} > \lambda_{i} | \hat{s}_{l} = s_{l}, \, \text{p/} \, l = 0, 1, \cdots, k \right]$$
(12)

Considerando a modelagem assumida para  $X_k$  e a ausência de erros, pode-se mostrar que:

$$\hat{\lambda}_i = \hat{\sigma}_x Q^{-1} \left( \frac{P_{FA_i}}{2} \right) \tag{13}$$

sendo  $Q(\cdot)^{-1}$  é a inversa da função  $Q(\cdot)$  [1].

Pode-se verificar, então, que quanto maior o valor de  $\lambda_i$ menor será a  $P_{FA_i}$ . Neste caso, quando  $X_k > \lambda_i$ , para valores baixos de  $P_{FA_i}$ , maiores serão as chances desse evento ter sido provocado por um erro em  $\hat{s}_k$ . Vale ressaltar que essa modelagem da variável de teste permite obter o valor do limiar, de forma analítica, a partir de um parâmetro relacionado ao desempenho da técnica de detecção de erro.

A essência das técnicas aqui propostas reside no emprego de vários limiares de decisão associados a diferentes valores de falso alarme, definindo, dessa forma, várias regiões de decisão, cada qual vinculada a uma específica estratégia de combate a propagação de erro.

Seja  $\lambda_i$ , i = 1, 2, 3, ..., J, com  $\lambda_m > \lambda_n > 0$  para m > n, um conjunto de limiares de decisão. A partir desses limiares são definidas J + 1 regiões,  $\mathcal{R}_i$ , para as quais são atribuídas distintas técnicas de combate à propagação de erro, sendo que a região  $\mathcal{R}_m$  está relacionada com uma técnica "mais severa" do que para  $\mathcal{R}_n$ . De acordo com a nomenclatura adotada,  $X_k \in \mathcal{R}_1$  se  $X_k < \lambda_1$ ,  $X_k \in \mathcal{R}_i$ , para i = 2, ..., J, se  $\lambda_{i-1} \leq X_k < \lambda_i$ , e  $X_k \in \mathcal{R}_{J+1}$  se  $X_k \geq \lambda_J$ .

Portanto, o procedimento aqui proposto define, de fato, uma classe de técnicas de combate à propagação de erros, de acordo com a quantidade de limiares e com a técnica empregada em cada uma das regiões de decisão  $\mathcal{R}_i$ . Sendo que para implementar uma técnica em particular, é preciso estabelecer a quantidade de limiares, os valores de  $P_{FA_i}$  associados a estes limiares e o procedimento vinculado a cada região de decisão.

Para fins de avaliação de desempenho, será doravante considerada uma possível configuração da classe de técnicas de combate à propagação do erro aqui proposta. Essa configuração emprega quatro limiares de decisão e as técnicas C-DFE e E-DFE para definir os procedimentos das regiões  $\mathcal{R}_i$ , para  $i = 2, \dots, 5$ .

Se  $X_k \in \mathcal{R}_1$ , o símbolo  $\hat{s}_k$  é considerado altamente confiável e será realimentado sem nenhuma modificação. Caso  $X_k \in \mathcal{R}_2$  emprega-se o E-DFE. Caso  $X_k \ge \lambda_2$ , além da decisão por símbolos intermediários (E-DFE), será empregada uma restrição de potência ao símbolo detectado, sendo esta restrição tão mais severa ( $\gamma$  menor), quanto maior for o valor do limiar superado.

No que se refere a restrição, adota-se um decaimento exponencial para penalizar mais um símbolo com menor confiabilidade. Desta forma, definem-se os valores das restrições  $\gamma_i$  adotadas pela técnica proposta como

$$\gamma_i = exp(-\alpha(i-2))$$
, para  $i \ge 2$  (14)

Neste trabalho, para fins de investigação inicial considerouse  $\alpha = 90, 70 \text{ e } 50$ , tal que  $\gamma_3 = 0.9$ . Cria-se assim uma forma simples de selecionar os valores das restrições  $\gamma_i$  empregadas nas regiões  $\mathcal{R}_i$ , para i = 3, 4 e 5, a partir de apenas um parâmetro  $\alpha$ .

Vale mencionar que a técnica proposta não é uma simples combinação das técnicas E-DFE e C-DFE. O ajuste dos parâmetros dessas técnicas leva em consideração todos dos símbolos envolvidos na transmissão, com base em uma grande massa de informação, sendo que o valor ótimo escolhido é o melhor para a "maioria". Além disso, no caso do C-DFE todos os símbolos, confiáveis ou não, são penalizados da mesma maneira. Outra desvantagem do C-DFE é que com o aumento de  $E_b/N_0$  o valor da restrição tende para 1 [5]. A técnica aqui proposta, atribui a cada símbolo decidido, individualmente, um grau de confiabilidade. A quantidade de ações diferentes, variando desde estratégias mais brandas até as mais severas, será limitada pela quantidade de limiares  $\lambda_i$ empregados. Desta forma, símbolos pouco confiáveis, independentemente do valor de  $E_b/N_0$ , poderão sofrer ações mais severas, como restrições mais rigorosas, podendo chegar até à não utilização do símbolo na realimentação do DFE.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos através de simulação computacional referente à avaliação de desempenho de técnicas aqui investigadas, sob as mesmas condições de simulação.

Empregou-se esquemas de modulação 4-QAM e 64-QAM, blocos de 1536 símbolos, sendo 512 símbolos de treinamento e 1024 símbolos de dados, a massa de dados total foi variada entre  $2 \times 10^6$  e  $3 \times 10^7$ , dependendo da modulação empregada e do valor da razão  $E_b/N_0$ . Adotou-se um canal de comunicação invariante no tempo, com coeficientes espaçados a intervalos de símbolo e sem a presença de pre-cursores, cuja RI é dada por  $c = [1 - 0, 6 - 0, 3 - 0, 2 - 0, 2 - 0, 1]^T$ . Este modelo foi adotado como cenário de investigação de desempenho da técnica E-DFE em [4].

Para estimar os coeficientes do equalizador empregou-se o LMS, em particular, para a técnica proposta empregou-se dois LMS de passos distintos. Os parâmetros das técnicas E-DFE e C-DFE foram ajustados previamente para produzir as melhores características de desempenho. Isso envolve a adoção de parâmetros ( $A \in \gamma$ ) diferentes para cada valor de  $E_b/N_0$ .

A técnica proposta utiliza quatro limiares  $\lambda_i$ , obtidos para os seguintes valores de probabilidade de falso alarme 0, 7, 0, 5, 0, 3 e 0, 1.

Diferentemente do que ocorre para as técnicas E-DFE e C-DFE, todos os parâmetros empregados na técnica proposta foram fixados em toda a faixa de  $E_b/N_0$ , além disso, não foi realizada busca exaustiva para determinação desses valores. Eles foram estabelecidos a partir dos estudos realizados para as técnicas E-DFE e C-DFE. Esse aspecto representa uma importante vantagem prática da técnica aqui proposta em relação as técnicas C-DFE e E-DFE.

Na Figura 2 são apresentadas as curvas de BER em função de  $E_b/N_0$ , obtidas para 4-QAM para as técnicas investigadas e para o DFE ideal, situação hipotética onde todos os símbolos realimentados são corretos. Os resultados indicam que nenhuma técnica produz ganho de desempenho relevante sobre as demais.

Na otimização empírica, no sentido de minimizar a BER, do C-DFE, obtem-se  $\gamma = 1$  para  $E_b/N_0 \ge 10$ . Assim sendo, as técnicas C-DFE e E-DFE são idênticas para  $E_b/N_0 \ge 10$ . Em [6] a restrição imposta aos símbolos realimentados pelo DFE tem como objetivo a redução de surtos<sup>2</sup> de tamanhos maiores, mesmo que para tanto a BER do sistema assuma um desempenho abaixo do apresentado pelo DFE convencional.



Fig. 2. Taxa de erro de bit para modulação 4-QAM

Assim sendo, aqui optou-se por utilizar uma restrição  $\gamma$  de 0, 9, com intuito de observar o efeito desta escolha nos indicadores de desempenho para  $E_b/N_0 \ge 10$ .



Fig. 3. Tamanho médio de surto para 4-QAM

Na Figura 3 são apresentadas curvas de comprimento médio de surto. Nela vê-se claramente a vantagem das técnicas de combate a propagação de erro em relação ao DFE convencional: a redução do tamanho médio do surto. Dentre as técnicas avaliadas a S-DFE é a que apresenta menores vantagens de desempenho no que se refere a este parâmetro. Apesar disso, ainda se verifica uma redução de 6 para 4 no tamanho médio de surto para a razão de  $E_b/N_0 = 12$  dB. As demais apresentaram comportamento similares à medida que se aumenta a RSR. Nas baixas RSR é possível apontar uma ligeira vantagem do C-DFE.

Conforme apresentado na Figura 3, para  $\gamma = 0, 9$ , os valores de tamanho médio de surto obtidos com o C-DFE mantémse, por toda faixa de RSR, menores que os produzidos pela técnica E-DFE e pelo próprio DFE convencional, sobretudo a partir de 9 dB.

No que diz respeito à distribuição de surto, todas as técnicas de combate à propagação de erro apresentaram uma maior concentração de valores pequenos, em comparação ao DFE

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Neste trabalho o surto será definido como uma seqüência de erros, que terá início com um erro primário e será considerado terminado quando no FBF só existirem símbolos decididos corretamente



Fig. 4. Histograma de comprimento de surtos para  $E_b/N_0 = 9dB$ 

convencional, conforme mostrado na Figura 4. Nesta figura pode-se observar que todas as técnicas apresentam maiores concentrações de surtos de tamanho 1 e 2. A partir do valor 3, o DFE convencional é a que apresenta as maiores concentrações, chegando, algumas vezes a produzir valores até duas vezes maiores aos de outras técnicas.

Nota-se também na mesma figura que a técnica proposta apresenta uma boa concentração de surtos de comprimentos baixos, e as menores concentrações de surtos de comprimentos mais elevados.

É importante mencionar que a análise conjunta dos resultados, apresentados nas Figuras 2, 3 e 4 indicam que as técnicas C-DFE, S-DFE, E-DFE e proposta apesar de apresentarem taxas de erros equivalentes ao DFE convencional, produzem características de erros mais atrativas para o uso de códigos corretores de erros, possibilitando a obtenção de bons resultados com códigos de taxa elevada, beneficiando assim a eficiência espectral do sistema de comunicação.



Fig. 5.  $\hat{P}_{FA}\times\hat{P}_{DET}$  para a modulação 4-QAM, para diversos valores de  $E_b/N_0$ 

A Figura 5 mostra a relação entre a probabilidade de falso alarme empírica  $(\hat{P}_{FA})$  e a probabilidade de detecção empírica  $(\hat{P}_{DET})$ , para o módulo de detecção de erros da técnica

proposta.

Os resultados indicam um bom desempenho da técnica de detecção de erro para a variável de teste aqui proposta (Eq. 7), tendo em vista que observam-se valores expressivos de  $\hat{P}_{DET}$  para baixos valores  $\hat{P}_{FA}$ . Por exemplo, para a RSR de 12 dB obtem-se  $\hat{P}_{DET} \approx 0, 8$  e  $\hat{P}_{FA} \approx 0, 02$ . Ou seja, nessa situação o teste de hipóteses indicou corretamente 80% dos símbolos detectados erroneamente (apenas 20% dos erros não foram detectados) e somente 2% de símbolos corretos foram interpretados erroneamente nessa situação.

Os resultados também indicam uma tendência de melhoria de desempenho do teste de hipóteses com o aumento de  $E_b/N_0$ , uma vez que as curvas de  $\hat{P}_{DET} \times \hat{P}_{FA}$  se afastam da curva de referência (inclinada de 45<sup>0</sup>), ou seja, atinge-se valores de  $\hat{P}_{DET}$  cada vez maiores para uma mesma  $\hat{P}_{FA}$ .

A Figura 6 mostra as curvas de BER em função de  $E_b/N_0$ obtidas para 64-QAM. Neste caso, o procedimento proposto apresenta grandes vantagens de desempenho em relação aos demais esquemas investigados, principalmente com o aumento de  $E_b/N_0$ .



Fig. 6. Taxa de erro de bit para modulação 64-QAM

A técnica S-DFE apresentou um desempenho muito ruim, principalmente pelo agravamento do problema de instabilidade numérico no cálculo de (2), apresentando taxas de erro de bit piores que a do DFE convencional, por quase toda a faixa de razão de  $E_b/N_0$  investigada para esta modulação.

Nota-se também que a técnica C-DFE apresentou um desempenho ruim, para valores de  $E_b/N_0$  abaixo de 19 dB, aproximadamente. A partir daí assume uma configuração idêntica a do E-DFE, devido à escolha do parâmetro  $\gamma$ , e volta a apresentar taxas melhores.

A Tabela I mostra os valores de comprimento médio de surto em cada razão  $E_b/N_0$  avaliada, para todas as técnicas de combate à propagação de erro e modulação 64-QAM.

O C-DFE, apesar de apresentar uma tendência de aumento na BER até 19 dB, produziu bons resultados de tamanho médio de surto. O E-DFE apresentou desempenho melhor que o DFE convencional também no quesito tamanho médio de surto.

O esquema proposto apresentou os melhores resultados para tamanho médio de surto, na faixa de RSR de maior interesse, produzindo valores de tamanho médio de surto menores que o DFE convencional. Pode-se observar que em 22 dB o tamanho médio de surto dessa técnica é igual a 46, 50 enquanto que as demais técnicas apresentam valores próximos a 300.

TABELA I Tamanho médio de surto (64-QAM).

$E_b/N0$	DFE	S-SDFE	E-DFE	C-DFE	Proposto
17 dB	582, 80	1086, 70	436, 40	220, 60	236, 40
18 dB	549,80	914, 30	364, 20	192, 50	194, 30
19 dB	521, 60	711, 30	281,90	281,90	144, 20
20 dB	544,70	582, 10	255, 10	225, 10	113,90
21 dB	554, 19	617, 69	309, 59	309, 59	139, 63
22 dB	933, 36	389,88	295,71	295,71	46,50

Apesar de não terem sido apresentados, os resultados de incidência de surto para 64-QAM indicam que o S-DFE produziu os piores resultados. Além disso, verificou-se uma maior incidência de surtos de tamanhos menores por parte das técnicas E-DFE, C-DFE e o esquema proposto.



Fig. 7.  $\hat{P}_{FA} \times \hat{P}_{DET}$  para a modulação 64-QAM

Por fim constatou-se também a melhora de desempenho do teste de hipóteses com o aumento de  $E_b/N_0$ , em razão de melhores valores de  $\hat{P}_{DET}$  e  $\hat{P}_{FA}$  conforme apresentado na Figura 7, corroborando os resultados obtidos para 4-QAM, e justificando o aumento da vantagem de desempenho do esquema proposto em relação aos demais investigados, com o aumento de  $E_b/N_0$ .

## V. CONCLUSÕES

Neste trabalho novas técnicas para combater o efeito de propagação do erro em equalizadores do tipo DFE foram propostas. Essas técnicas se baseiam no uso de um teste de hipótese para inferir graus de confiabilidade ao símbolo decidido e, com base nesta informação, escolher uma estratégia de combate à propagação do erro.

Para fins de investigação do procedimento proposto, foi avaliado o desempenho de uma possível configuração da classe de estratégias proposta. Essa técnica em particular emprega 4 limiares de decisão e as técnicas E-DFE e C-DFE como mecanismo para combater a propagação de erro.

O desempenho da técnica aqui proposta foi avaliado e comparado com o das técnicas E-DFE, C-DFE e S-DFE. Os resultados de simulação mostram clara vantagem de desempenho da técnica aqui apresentada em relação ao DFE convencional e as técnicas E-DFE, C-DFE, S-DFE, tanto no que se refere à BER na saída do decisor, quanto às características de surtos dos erros: menores tamanhos médios e concentração de surtos de comprimentos menores.

Verificou-se também que essa vantagem de desempenho se acentua ainda mais com o aumento do alfabeto do esquema de modulação. Assim, em nossa opinião, esta técnica pode ser valiosa para a obtenção de baixas taxas de erro em sistemas com elevada eficiência espectral em canais faixa estreita, particularmente nas aplicações em que não se pode empregar *interleavers* com grande profundidade e códigos com baixas taxas.

#### VI. AGRADECIMENTOS

Os autores desejam expressar seus agradecimentos ao CNPq, Fundação Ricardo Franco e FAPERJ pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. G. Proakis, Digital Communications, McGraw-Hill, 1995;
- [2] C. Belfiore, John H. Park Jr., *Decision Feedback Equalization*, Proceedings of the IEEE, vol. 67, no. 8, pp. 1143-1156, August 1979;
- [3] M. Austin, Decision-feedback equalization for digital communication over dispersive channels, M.I.T. Res. Lab Electron., August 1967.
- [4] M. Chiani, Introducing Erasures in Decision-Feedback Equalization to Reduce Error Propagation, IEEE Transactions on Communications, vol. 45, n. 7, pp. 757-760, 1997;
- [5] M. Reuter, J. C. Allen, J. R. Zeidler and R. C. North, *Mitigating Error Propagation Effects in a Decision Feedback Equalizer*, IEEE Transactions on Communications, vol. 49, n. 11, pp. 2028-2041, 2001;
- [6] P. Bednarz and J. Cioffi, Decision Feedback Equalization for Channels with Error Correcting Capabilities, Proc. IEEE Int. Conf. Commun., pp. 1607-1612, 1997;
- [7] G. Mathew, B. Farhang-Boroujeny, R. W. Wood and L. Bin, *Constrainend Equalizer Design for MDFE Detection on the Magnetic Recording Channel*, Proc.IEEE Global Telecommun. Conf.(GLOBECOM 97), pp. 1258-1262, 1997;
- [8] J. Balakrishnan, H. Viswanathan and C. R. Johnson, *Decision Device Optimization for Soft Decision Feedback Equalization*, 2000 Conference on Information Sciences and Systems, March de 2000;
- [9] S. Ariyavisitakul and Y. Li, *Joint coding and decision feedback for* broadband wireless channels, IEEE Vehicular Technology Conference, vol.3, pp.2256-2261, May 1998.;
- [10] J. F. Galdino, E. L. Pinto, M. S. Alencar and E. S. Souza, *Detection of equalization errors in time-varying channels.*, Lecture Notes in Computer Science, 3124:568-577, 2004.;
- [11] F. L. Duarte, E. L. Pinto and J. F. Galdino, A New Decision Feedback Equalizer Using Filtering Diversity do Mitigate Error Propagation., IEEE Proceedings of the 2005 Advanced Conference on Telecommunications, pp.284-288, July 2005.;
- [12] F. L. Duarte, E. L. Pinto and J. F. Galdino, Performance of a New Decision Feedback Equalizer using Filtering Diversity over HF Channels., Proceedings of the 10th IET International Conference on Ionospheric Radio Systems, 2006.;
- [13] A. H. G. Samary, E. L. Pinto e J. F. Galdino, *Técnicas de Combate a Propagação de Erros de Decisão em Equalizadores do Tipo DFE*, MOMAG 2006, 2006.;