

# Modulações digitais usando portadoras caóticas: uma análise comparativa

Marcio Eisenkraft e Luiz Antonio Baccalá

**Resumo**—Nos últimos anos, foram publicados diversos trabalhos propondo modulações digitais usando portadoras caóticas. Porém, geralmente, essas modulações não apresentam desempenho compatível com o das convencionais em canal com ruído branco gaussiano aditivo. O objetivo deste artigo é fazer comparações entre alguns desses sistemas e com os sistemas convencionais usando equivalentes em banda base de tempo discreto. Em particular, o trabalho concentra-se na comutação caótica, na comutação caótica diferencial e em algumas variantes destes. A partir dessas análises é possível entender os motivos que levam as modulações caóticas a terem fraco desempenho e apontar caminhos para conseguir melhorias.

**Palavras-Chave**—Caos, sistemas de comunicação, esquemas de modulação caótica, comunicações caóticas, desempenho em canal AWGN.

**Abstract**—Recently, many works describing digital modulations using chaotic carriers have been published. However, in general, these modulations do not present the same performance level as equivalent conventional ones under additive white gaussian noise. The objective of this paper is to compare some of these systems with their conventional counterparts using their discrete-time low-pass equivalents. In particular, we focus on chaos shift keying, differential chaos shift keying and some of their variants. From these analyses it is possible to point out the reasons that justify the low performance of chaotic modulation and pave the way for improved results.

**Keywords**—Chaos, communication systems, chaotic modulation schemes, chaotic communications, AWGN performance.

## I. INTRODUÇÃO

Um sinal caótico é determinístico, aperiódico e apresenta dependência sensível às condições iniciais. Esta última condição significa que se o sistema que o gerou for iniciado com uma condição ligeiramente diferente, o sinal obtido pode apresentar valores completamente distintos do sinal anterior após algumas iterações [1].

Os sinais caóticos possuem algumas propriedades interessantes do ponto de vista da Engenharia de Telecomunicações. Em termos espectrais, caracterizam-se por ocuparem uma larga faixa de frequências, terem função de autocovariância com formato impulsivo e função de covariância cruzada com valores muito baixos entre órbitas com condições iniciais diferentes [2]. Por essas características, os sinais caóticos são candidatos naturais a atuarem no espalhamento de sinais de informação. Assim, ao se utilizar um sinal caótico para modular sinais de banda estreita independentes desse, os sinais resultantes adquirem largura de banda maior ao mesmo tempo em que

se atenua o nível de sua densidade espectral, constituindo-se assim um sistema que realiza espalhamento espectral [3]. Dessa forma, os sistemas que utilizam modulação com sinais caóticos possuem as mesmas qualidades dos sistemas de espalhamento espectral convencionais [2].

Apesar do grande número de propostas de modulações digitais utilizando portadoras caóticas publicados, e.g. [2], [4], [5] e suas referências, o desempenho em termos de Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*) em canal com Ruído Branco Gaussiano Aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) destes sistemas ainda deixa a desejar quando comparados aos sistemas convencionais baseados em portadoras senoidais [6].

Este artigo descreve e analisa alguns sistemas de modulação digital propostos recentemente e que usam caos por meio de seus equivalentes passa-baixa de tempo discreto. A partir destas análises buscam-se explicações para seu baixo desempenho em canal com AWGN bem como caminhos para conseguir melhorias. A notação unificada em tempo discreto empregada, que é uma contribuição deste trabalho, é baseada em [7], [8], embora, tais artigos representem os sinais em tempo contínuo, o que é pouco adequado quando se trabalha com sinais caóticos gerados por mapas.

O estudo concentra-se nas modulações Comutação Caótica (CSK - *Chaos Shift Keying*), Comutação Caótica Diferencial (DCSK - *Differential Chaos Shift Keying*) e algumas de suas variantes, em particular a Comutação Caótica Diferencial com Modulação em Frequência (FM-DCSK - *Frequency Modulated DCSK*) [7], [8].

Considera-se aqui a transmissão de símbolos isolados, ou seja, desconsidera-se interferência intersimbólica.

A Seção II define a notação de equivalente passa-baixa em tempo discreto utilizada no restante do artigo. Na Seção III revêem-se os esquemas de modulação CSK e DCSK, supondo canal ideal. Em seguida, o problema da variabilidade da energia por símbolo em sistemas de modulação caótica e o FM-DCSK são tratados na Seção IV. Na Seção V é analisado o desempenho dessas modulações em canal AWGN. Por fim, a Seção VI apresenta as conclusões do artigo.

## II. MODELOS EQUIVALENTES DE TEMPO DISCRETO

Para facilitar as simulações e análises de modulações digitais é usual trabalhar com modelos equivalentes em banda base de tempo discreto, cujos resultados são válidos para os modelos originais [3]. Esta modelagem permite representar os sinais transmitidos por meio de seqüências de comprimento finito.

Nas modulações convencionais, um sinal em banda base, com uma largura de banda  $B$ , é usado para modificar algum parâmetro de uma portadora senoidal com frequência  $f_0 \gg B$ .

O sinal passa-banda resultante pode ser descrito [3] por

$$x(t) = x_c(t) \cos(2\pi f_0 t) - x_s(t) \sin(2\pi f_0 t). \quad (1)$$

A representação passa-baixas de  $x(t)$ , denotada por  $x_l(t)$ , é em geral complexa com parte real  $x_c(t)$  e parte imaginária  $x_s(t)$ :

$$x_l(t) = x_c(t) + jx_s(t). \quad (2)$$

Tanto  $x_c(t)$  quanto  $x_s(t)$  são sinais passa-baixas, normalmente chamados respectivamente de componente em fase e quadratura do sinal passa-banda [3].

A versão em tempo discreto do modelo em banda base é obtida amostrando-se o sinal passa-baixas com um período de amostragem conveniente  $T_a$  [3]. Para simplificar a notação, denota-se  $x_l(nT_a)$  por  $x(n)$ .

O conjunto de seqüências equivalentes das formas de onda empregadas num dado sistema com  $M$  símbolos é representado por  $x_m(n)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , sendo que  $x_m(n)$  assume valores não-nulos apenas para  $0 \leq n \leq N - 1$ . Para se transmitir o  $m$ -ésimo símbolo, o sinal representado em tempo discreto por  $x_m(n)$  é transmitido pelo canal analógico.

Para simplificar o processo de demodulação, é conveniente definir um conjunto com menos sinais, denominado *funções de base*, sendo que os sinais representados por  $x_m(n)$  são combinações lineares dos elementos dessa base [9].

Seja  $s_i(n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_b$ ,  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ , uma base de seqüências ortonormais reais, ou seja,

$$\sum_{n=0}^{N-1} s_i(n)s_j(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}, \quad 1 \leq i, j \leq N_b \quad (3)$$

e  $s_i(n) \in \mathbb{R}$ .

Dessa forma, cada um dos  $M$  sinais  $x_m(n)$  é representado por uma combinação das  $N_b$  seqüências  $s_i(n)$ , sendo  $N_b \leq M$ :

$$x_m(n) = \sum_{i=1}^{N_b} x_{mi}s_i(n), \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (4)$$

Os coeficientes  $x_{mi}$  na Eq. (4) podem ser interpretados como as componentes de um vetor coluna  $N_b$ -dimensional  $\mathbf{x}_m$ .

Como as seqüências de base são ortonormais, o vetor  $\mathbf{x}_m$  pode ser recuperado a partir do sinal transmitido desde que todos os sinais de base  $s_i(n)$  sejam conhecidos. Para isso, basta calcular

$$x_{mi} = \sum_{n=0}^{N-1} x_m(n)s_i(n), \quad i = 1, 2, \dots, N_b. \quad (5)$$

É interessante notar que essa notação aplica-se igualmente para modulações convencionais e caóticas. A diferença entre uma e outra consiste nas seqüências de base escolhidas.

Nas seções seguintes, para gerar as seqüências caóticas utilizou-se  $N$  pontos do mapa tenda  $f_T(\cdot)$  definido por

$$s(n+1) = f_T(s(n)) = 1 - 2|s(n)|, \quad 0 \leq n \leq N - 1, \quad (6)$$

com condição inicial  $s(0)$  distribuída uniformemente no intervalo  $(-1, 1)$ . Esta seqüência é posteriormente multiplicada por  $\sqrt{3/N}$  de forma a manter a sua energia média unitária [6].

### III. O CSK E O DCSK

O CSK é uma modulação digital em que o símbolo a ser transmitido é codificado com os coeficientes de uma combinação linear de sinais caóticos gerados por diferentes atratores [8].

Usando a notação definida na Seção II, as seqüências de base  $s_i(n)$  são trechos de sinais caóticos gerados por  $N_b$  atratores distintos. Como consequência da não-periodicidade, as seqüências  $s_i(n)$  e, portanto,  $x_m(n)$  são diferentes a cada símbolo transmitido.

Impõe-se que as seqüências de base caóticas sejam ortonormais *em média*, ou seja,

$$E \left[ \sum_{n=0}^{N-1} s_i(n)s_j(n) \right] = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}, \quad 1 \leq i, j \leq N_b, \quad (7)$$

em que  $E[\cdot]$  denota esperança matemática. A Eq. (7) identifica importante característica dos esquemas de modulação digital caóticos: a ortonormalidade das funções de base pode ser definida apenas em termos de valores esperados.

Usando a Eq. (5), os coeficientes  $x_{mi}$  podem ser recuperados a partir do sinal transmitido por correlação com cópias das seqüências de base  $\hat{s}_i(n)$  geradas localmente como mostrado na Figura 1(a) para o caso  $N_b = 1$ .

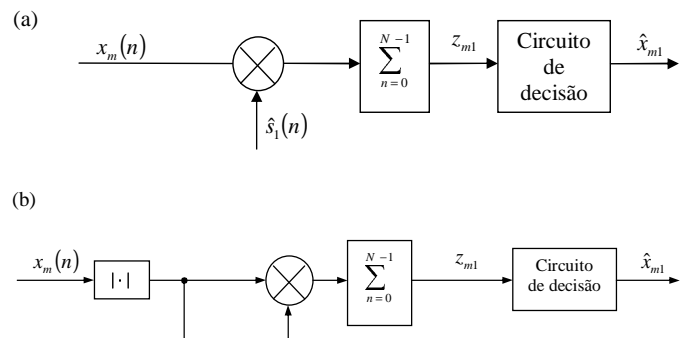


Fig. 1. Receptor (a) coerente e (b) não-coerente para o caso  $N_b = 1$ .

Caso os coeficientes  $x_{mi}$  gerem sinais com energias diferentes para cada  $m$ , a demodulação também pode ser feita estimando-se a energia do sinal recebido no receptor. Nesta demodulação, não-coerente, são desnecessárias cópias das funções de base. Um diagrama de blocos do demodulador não-coerente para  $N_b = 1$  é mostrado na Figura 1(b). O cálculo do módulo é necessário já que os sinais equivalentes passa-baixas de tempo discreto  $x_m(n)$  podem ser complexos.

No caso particular do CSK com uma única função de base, os símbolos são transmitidos usando os sinais  $x_1(n) = x_{11}s_1(n)$  e  $x_2(n) = x_{21}s_1(n)$ . Três casos se destacam na literatura:

- i) **CSK unipolar** [4], em que  $x_{11}$  e  $x_{21}$  são positivos e diferentes;
- ii) **Comutação Liga-Desliga Caótica (COOK-Chaos On-Off Keying)** [8], em que  $x_{11}$  é positivo e  $x_{21} = 0$  e
- iii) **CSK bipolar** [4], em que  $x_{21} = -x_{11} \neq 0$ .

A Figura 2 mostra exemplos de sinais transmitidos  $x(n)$  para a seqüência de símbolos

$\{1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$  utilizando cada um dos tipos de CSK descritos, sendo  $N = 50$  e energia média por símbolo  $E_b = 1$ . Os símbolos “1” e “0” são transmitidos utilizando-se  $x_1(n)$  e  $x_2(n)$  respectivamente.

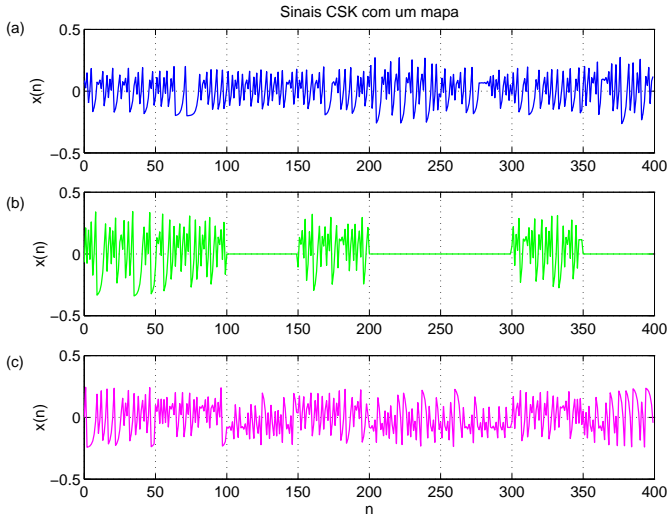


Fig. 2. Sinais CSK transmitidos para a seqüência  $\{1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$ : (a) CSK unipolar; (b) COOK; (c) CSK bipolar. Em cada caso,  $N = 50$  amostras e  $E_b = 1$ .

A comutação caótica diferencial (DCSK) é uma variante do CSK com dois mapas em que as seqüências de base consistem de segmentos de formas de onda caótica repetidos. No DCSK, os sinais transmitidos são:

$$x_m(n) = \begin{cases} \sqrt{E_b} s(n), & 0 \leq n < \frac{N}{2} \\ \sqrt{E_b} (-1)^{m+1} s(n - \frac{N}{2}), & \frac{N}{2} \leq n < N \end{cases} \quad (8)$$

em que  $s(n)$  é um trecho de sinal caótico real e  $N$  é par.

A Figura 3 mostra o diagrama de blocos de um modulador equivalente passa-baixas do DCSK.

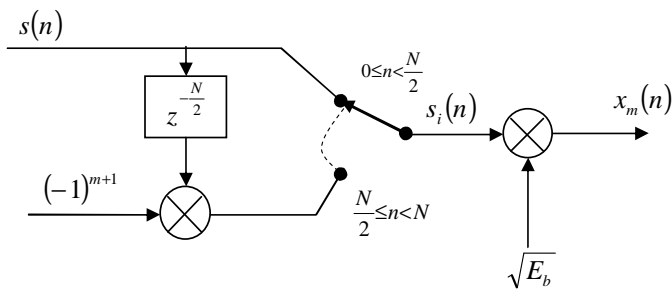


Fig. 3. Diagrama de blocos de um modulador DCSK.

Um sinal  $x(n)$  DCSK típico correspondente à seqüência de símbolos  $\{1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$  utilizando o mapa tenda  $f_T(\cdot)$  da Eq. (6) como gerador caótico é mostrado na Figura 4. Os símbolos “1” e “0” são transmitidos utilizando-se  $x_1(n)$  e  $x_2(n)$  respectivamente. O número de amostras por símbolo é  $N = 50$  e  $E_b = 1$ .

Como no sinal DCSK a informação é mapeada na correlação entre os trechos de referência ( $0 \leq n < N/2$ ) e de informação ( $N/2 \leq n < N$ ), é possível demodular o sinal com um receptor diferencial [3], além do receptor por correlação coerente.

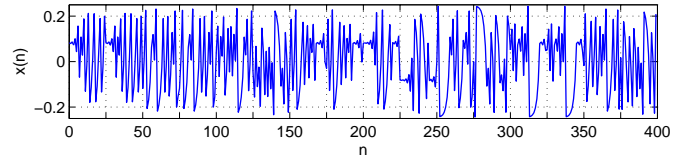


Fig. 4. Sinal DCSK transmitido para a seqüência  $\{1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$  com  $N = 50$  amostras e  $E_b = 1$ .

O diagrama de blocos de um receptor DCSK diferencial é mostrado na Figura 5. O sinal recebido é atrasado de metade de sua duração  $N/2$  e a correlação entre o sinal recebido e sua versão atrasada é determinada. A variável de observação  $z_{m1}$  é obtida amostrando-se a saída do correlador no instante  $(N - 1)$ .

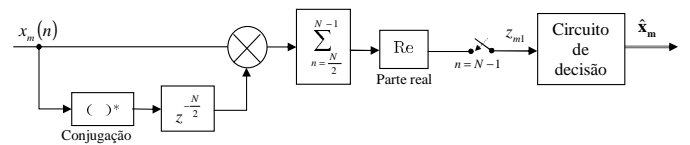


Fig. 5. Diagrama de blocos de um receptor DCSK diferencial.

#### IV. O PROBLEMA DA VARIABILIDADE DA ENERGIA POR SÍMBOLO E O FM-DCSK

Considere-se um esquema de modulação convencional utilizando apenas uma função de base periódica,  $s_1(n)$ . Adota-se um número de amostras por símbolo  $N$  múltiplo inteiro do período de  $s_1(n)$ . Desta forma, a energia por símbolo

$$E_{bm} = |x_{m1}|^2 \sum_{n=0}^{N-1} s_1^2(n) \quad (9)$$

é constante para cada símbolo distinto. Em contrapartida, sinais caóticos são por definição aperiódicos. Assim, ao se utilizar uma base caótica,  $s_1(n)$  é diferente a cada intervalo e

$$E_{s1} = \sum_{n=0}^{N-1} s_1^2(n) \quad (10)$$

é diferente a cada símbolo transmitido.

O fato da energia por símbolo não ser constante é uma das principais desvantagens dos sistemas de comunicação utilizando sinais caóticos discutidos até aqui quando comparados aos sistemas convencionais. Para estes sistemas podem ocorrer erros na recepção mesmo em condições ideais de canal, o que é indesejável na prática. Aumentar o número de pontos utilizados  $N$  não resolve a desvantagem já que o desvio-padrão na estimação de  $E_{s1}$  tem queda lenta com  $N$  [6]. Além disso o aumento do número de pontos transmitidos por símbolo limita a taxa de transmissão máxima.

Uma solução alternativa é modificar o esquema de modulação de forma que a energia transmitida a cada símbolo seja mantida constante. O FM-DCSK [8] é um exemplo dessa última abordagem.

O transmissor FM-DCSK gera um sinal DCSK com energia por símbolo constante. A idéia é aproveitar o fato de que a potência de um sinal modulado em frequência independe do sinal, desde que este varie lentamente em relação à portadora [3]. Desta forma, insere-se o sinal caótico na entrada de

um modulador em frequência. Se a saída desse modulador for utilizada na implementação do DCSK, então a saída do correlator no receptor terá variância nula no caso sem ruído e o problema de imprecisão da estimação da energia está solucionado.

Para efeitos de simulação e análise, é importante obter o modelo equivalente em tempo discreto do sistema FM-DCSK. Para isso, considera-se o trecho de referência que é descrito por

$$x_m(t) = A \cos [2\pi (f_0 + K_f s(t)) t], \quad 0 \leq t < \frac{T}{2}, \quad (11)$$

sendo  $T$  a duração de um símbolo,  $f_0$  a frequência da portadora,  $A$  e  $K_f$  constantes [3]. A constante  $K_f$  que define a intensidade da modulação é considerada unitária no desenvolvimento seguinte. Desta forma, pode-se reescrever a Eq. (11) como

$$x_m(t) = A [\cos(2\pi s(t)t) \cos(2\pi f_0 t) - \sin(2\pi s(t)t) \sin(2\pi f_0 t)], \quad (12)$$

com  $0 \leq t \leq T/2$ . Portanto, de acordo com a Eq. (2), o equivalente passa-baixas de tempo discreto desse trecho de  $x_m(t)$  é

$$x_m(n) = A [\cos(2\pi s(n)n) + j \sin(2\pi s(n)n)] = A e^{j2\pi s(n)n} \quad (13)$$

com  $0 \leq n < N/2$ .

Repare que  $|x_m(n)| = A$  para qualquer  $n$ . Assim, para que um símbolo seja representado com um sinal com energia  $E_b$  adota-se  $A = \sqrt{\frac{E_b}{N}}$  e

$$x_m(n) = \sqrt{\frac{E_b}{N}} e^{j2\pi s(n)n}, \quad 0 \leq n < N/2. \quad (14)$$

O trecho de informação estende-se de  $N/2 \leq n < N$  e repete o trecho de referência para  $m = 1$  ou é igual ao oposto do trecho de referência para  $m = 2$ .

Um diagrama de blocos de um modulador equivalente passa-baixas do FM-DCSK é mostrado na Figura 6.

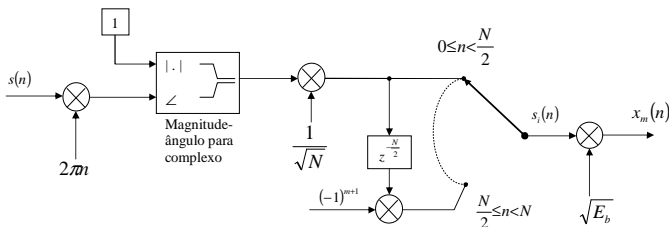


Fig. 6. Diagrama de blocos de um modulador FM-DCSK em tempo discreto.

A demodulação pode ser feita utilizando o mesmo receptor do DCSK mostrado na Figura 5.

A Figura 7 mostra a parte real e a parte imaginária do equivalente passa-baixas  $x(n)$  de um sinal FM-DCSK para a seqüência de símbolos  $\{1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$  utilizando  $N = 50$  amostras por símbolo e  $E_b = 1$ . Novamente os símbolos “1” e “0” são transmitidos utilizando  $x_1(n)$  e  $x_2(n)$  respectivamente.

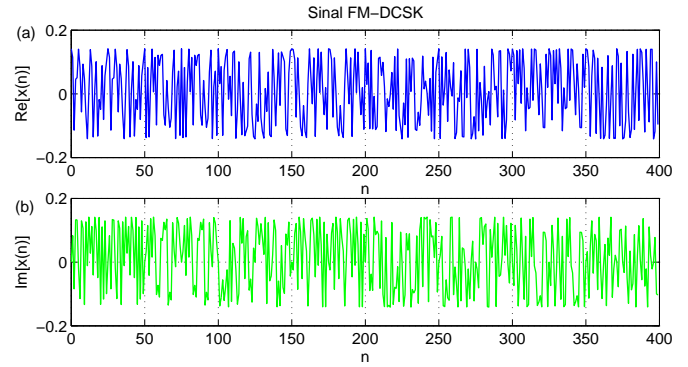


Fig. 7. (a) Parte real e (b) parte imaginária de um sinal FM-DCSK para a seqüência  $\{1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}$  com  $N = 50$  amostras e  $E_b = 1$ .

## V. COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO EM CANAL AWGN

A seguir analisa-se o desempenho em canal AWGN das modulações descritas. Por simplicidade, consideram-se apenas sistemas de transmissão binária utilizando uma única seqüência de base  $s_1(n)$ . Portanto os sinais transmitidos são  $x_m(n) = x_{m1}s_1(n)$ ,  $m = 1, 2$ . Denota-se por  $\hat{s}_1(n)$  o sinal de referência e por  $x'_m(n)$  o sinal ruidoso que chega ao receptor:

$$x'_m(n) = x_m(n) + r(n) = x_{m1}s_1(n) + r(n). \quad (15)$$

sendo  $r(n)$  um processo ruído branco gaussiano complexo com média nula e potência  $\sigma_r^2$ .

### A. Receptor por correlação não-coerente

Em um receptor de correlação não-coerente (Figura 1(b)) a componente observada pode ser expressa como

$$\begin{aligned} z_{m1} &= \sum_{n=0}^{N-1} |x_m(n) + r(n)|^2 \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} |x_m(n)|^2 + \sum_{n=0}^{N-1} x_m(n)r^*(n) + \sum_{n=0}^{N-1} x_m^*(n)r(n) + \sum_{n=0}^{N-1} |r(n)|^2. \end{aligned} \quad (16)$$

No caso sem ruído,  $r(n) = 0$  e o valor esperado da componente observada é igual à energia média do símbolo transmitido,  $|x_{m1}|^2$ . A presença de ruído no canal faz com que a média da variável  $z_{m1}$  seja diferente de  $|x_{m1}|^2$ . O valor esperado de  $z_{m1}$  depende do sinal caótico e da potência do ruído como expresso pela primeira e quarta parcelas do segundo membro da Eq. (16), respectivamente.

Neste caso,  $z_{m1}$  é um estimador com viés da energia de  $x_m(n)$  e o limiar do comparador usado como circuito de decisão depende explicitamente do nível de ruído. A forma de produzir um estimador não-enviesado com maior distância entre as componentes observadas é o uso do CSK coerente e do DCSK.

### B. Receptor por correlação coerente e a sincronização caótica

Seja  $\hat{s}_1(n)$  a função de base caótica recuperada em que  $\hat{s}_1(n) \approx s_1(n)$  para  $n \geq N_{Sinc}$  (Figura 1(a)).

Uma desvantagem do receptor CSK coerente é que a sincronização é perdida e recuperada toda vez que o símbolo transmitido muda [4]. Portanto,  $N_{Sinc}$  das amostras que compõem cada símbolo são necessárias à sincronização. Assim, o tempo de sincronização limita superiormente a taxa de símbolos e, portanto, a taxa de dados.

Como o transitório de sincronização não pode ser utilizado para transmitir informação, a componente observada é obtida por correlação somente no intervalo  $N_{Sinc} \leq n < N - 1$ . Sejam  $x_m(n)$ ,  $m = 1, 2$ , os sinais transmitidos para a modulação CSK binária com uma única seqüência de base  $s_1(n)$ . Então, a componente observada é dada por

$$\begin{aligned} z_{m1} &= \sum_{n=N_{Sinc}}^{N-1} [x_m(n) + r(n)] \hat{s}_1(n) \\ &= \sum_{n=N_{Sinc}}^{N-1} [x_{m1}s_1(n) + r(n)] \hat{s}_1(n) = \\ &= x_{m1} \sum_{n=N_{Sinc}}^{N-1} s_1(n) \hat{s}_1(n) + \sum_{n=N_{Sinc}}^{N-1} r(n) \hat{s}_1(n). \quad (17) \end{aligned}$$

Supondo que  $r(n)$  e  $\hat{s}_1(n)$  sejam não-correlacionados, o valor médio de  $z_{m1}$  independe do ruído; assim, o receptor é um *estimador não-enviesado* de  $x_{m1}$ ; em particular, o nível de decisão no comparador não depende do ruído no canal.

Como no caso de receptores coerentes convencionais que utilizam funções de base periódicas, o desempenho perante AWGN de um receptor coerente usando funções de base caóticas é teoricamente ótimo [3]. No entanto, a BER também depende da qualidade da sincronização, ou seja, da proximidade entre o sinal de referência  $\hat{s}_1(n)$  e a função de base caótica original  $s_1(n)$ . Qualquer erro de sincronização, especialmente a perda de sincronização, resulta em uma grande degradação do desempenho [11].

As técnicas de sincronização caótica até hoje publicadas são muito sensíveis ao ruído. Em particular, as funções de base  $s_i(n)$  não podem ser recuperadas exatamente quando  $x'_m(n) \neq x_m(n)$  [11]. Desta forma, os receptores baseados em sincronização caótica não são adequados para ambientes de propagação com baixa SNR.

O número de amostras  $N_{Sinc}$  necessário à sincronização é outro fator que degrada o desempenho desses sistemas perante o ruído. Como a informação não pode ser transmitida durante o transitório de sincronização, a energia correspondente a esse trecho de sinal é perdida o que implica degradação na BER.

### C. Receptor diferencial

Em um receptor DCSK ou FM-DCSK diferencial, o sinal de referência  $\hat{s}(n)$  é uma versão atrasada e conjugada do sinal ruidoso que chega ao receptor (Figura 5). Note que amostras diferentes de ruído corrompem as entradas do correlator. A

componente observada é dada por

$$z_{m1} = \text{Re} \left\{ \sum_{n=\frac{N}{2}}^{N-1} [x_m(n) + r(n)] \left[ x_m^* \left( n - \frac{N}{2} \right) + r^* \left( n - \frac{N}{2} \right) \right] \right\}. \quad (18)$$

Substituindo-se a Eq. (8) na Eq. (18) obtém-se a componente observada no caso DCSK como

$$\begin{aligned} z_{m1} &= (-1)^{m+1} E_b \sum_{n=\frac{N}{2}}^{N-1} s^2(n) + \\ &\text{Re} \left\{ \sqrt{E_b} \sum_{n=\frac{N}{2}}^{N-1} r(n) s \left( n - \frac{N}{2} \right) + \right. \\ &(-1)^{m+1} \sqrt{E_b} \sum_{n=\frac{N}{2}}^{N-1} s(n) r^* \left( n - \frac{N}{2} \right) + \\ &\left. \sum_{n=\frac{N}{2}}^{N-1} r(n) r^* \left( n - \frac{N}{2} \right) \right\} \quad (19) \end{aligned}$$

em que adota-se  $s(n) = s \left( n - \frac{N}{2} \right)$  para  $N/2 \leq n < N$ .

Para o DCSK o valor médio da primeira parcela é  $E_b/2$  ou  $-E_b/2$ . No caso equivalente do FM-DCSK, o valor é constante e igual a  $E_b/2$  ou  $-E_b/2$ . Os outros três termos contendo a seqüência AWGN tem média nula. Isso mostra que  $z_{m1}$  é um *estimador não-enviesado* de  $\pm E_b/2$  neste caso. O nível de decisão é zero e independe do nível de ruído no canal.

No caso da modulação DCSK, a variância de  $z_{m1}$  é determinada pela variação da energia por símbolo do sinal caótico e pelo ruído no canal. Por isso, a incerteza de estimação da energia também influencia o desempenho do DCSK.

Para o FM-DCSK, a primeira parcela da Eq. (19) é igual a  $\pm E_b/2$  e a incerteza de estimação da energia não aparece, além do que, o nível de decisão é fixo e não há necessidade da sincronização caótica. Nesse sentido, *o FM-DCSK é superior aos demais esquemas de modulação caótica analisados em termos de desempenho em canal AWGN.*

Na Figura 8 são mostradas curvas de desempenho dos sistemas analisados em termos de BER por  $E_b/N_0$  para o caso  $N = 10$ . A densidade espectral de potência do ruído branco no canal é  $N_0/2$ . Como esperado, percebe-se claramente que o FM-DCSK é o que possui melhor desempenho entre eles e isto se deve basicamente a energia por símbolo ser mantida constante neste sistema. Mesmo assim, o desempenho ainda fica abaixo do seu equivalente utilizando portadoras senoidais, a Comutação de Fase Diferencial (DPSK - *Differential Phase Shift Keying*). No DPSK, o conhecimento das funções de base utilizadas, que são trechos de senóides, permite a utilização de filtros casados o que melhora sua BER para uma dada  $E_b/N_0$  [3].

Apesar do FM-DCSK ter as melhores características entre os sistemas caóticos analisados, é importante ressaltar que informações da dinâmica do mapa caótico não são utilizadas

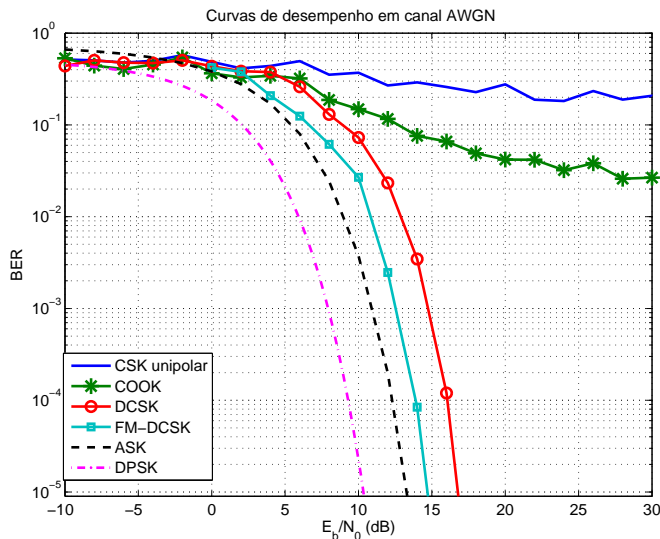


Fig. 8. Taxas de erro de símbolo em canal AWGN de sistemas de comunicação digital usando sinais caóticos para  $N = 10$ .

no processo de demodulação e seu desempenho seria essencialmente o mesmo caso fossem usadas seqüências aleatórias ao invés de seqüências caóticas. Caso o conhecimento da dinâmica do mapa gerador fosse empregado no processo de demodulação, certamente poderiam ser obtidos melhores resultados, como acontece nos sistemas convencionais que usam filtros casados.

## VI. CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentados alguns dos sistemas de modulação utilizando sinais caóticos mais estudados na literatura. O desempenho desses em canal AWGN foi analisado qualitativa e quantitativamente.

Utilizou-se notação de tempo discreto, de forma consistente com os mapas utilizados na geração de sinais caóticos e, ao mesmo tempo, simplificando as simulações computacionais. O uso dessa notação para esses sistemas é uma contribuição desse artigo.

A Tabela I resume os problemas encontrados nas principais modulações digitais descritas. A coluna **Limiar** diz respeito ao problema da dependência do limiar de decisão com a potência do ruído no canal. A coluna **Energia** representa o problema da variabilidade da energia por símbolo. A coluna **Sincron.** significa a necessidade de recuperação das funções de base caóticas no receptor e a última coluna, **Não uso do mapa**, o não uso das propriedades do atrator caótico na estimação do símbolo transmitido.

Entre as modulações estudadas, o FM-DCSK é a modulação que apresenta melhores resultados por não depender da sincronização caótica, ter nível de decisão independente do ruído e energia média por símbolo constante.

Os receptores não-coerentes e diferenciais analisados apresentam uma característica comum: não utilizam nenhuma característica da dinâmica do sistema gerador de sinais caóticos para fazer a demodulação. Essas técnicas limitam-se a estimar características do sinal recebido e compará-las com um nível de decisão.

TABELA I

PROBLEMAS DAS MODULAÇÕES CAÓTICAS ESTUDADAS NO CAPÍTULO.

Sistema	Limiar	Energia	Sincron.	Não uso do mapa
CSK coerente		X	X	
CSK não-coerente	X	X		X
DCSK		X		X
FM-DCSK				X

O conhecimento *a priori* dos mapas geradores no receptor pode ser utilizado de duas formas:

- por meio de demodulações coerentes utilizando sincronização caótica e
- melhorando a relação sinal-ruído ou diferenciando-os pelo desenvolvimento de técnicas para estimar os sinais caóticos que chegam ao receptor.

A presença de ruído e distorções no canal trazem resultados pouco satisfatórios quando se usa a sincronização caótica devido à dependência sensível às condições iniciais [2], [4], [11]. Resta assim a segunda alternativa. Algumas técnicas de estimação de órbitas e condições iniciais baseadas em maximização de funções de verossimilhança [6], [12] vem sendo propostas ultimamente, obtendo-se resultados melhores que os aqui apresentados. Porém, ainda inferiores aos de sistemas convencionais em canal AWGN.

## REFERÊNCIAS

- [1] K. T. Alligood, T. D. Sauer and J. A. Yorke, *Chaos: an introduction to dynamical systems*. Springer, 1996.
- [2] F. C. M. Lau and C. K. Tse, *Chaos-based digital communication systems*. Springer, 2003.
- [3] B. P. Lathi, *Modern digital and analog communication systems*. Oxford University Press, 1998.
- [4] M. P. Kennedy, R. Rovatti and G. Setti, *Chaotic electronics in telecommunications*. CRC Press, 2000.
- [5] P. Stravroulakis, *Chaos applications in telecommunications*. CRC Press, 2006.
- [6] M. Eisenkraft, *Contribuições da teoria da estimação para modulações digitais que utilizam sinais caóticos*. Tese - (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006.
- [7] G. Kolumbán, M. P. Kennedy and L. O. Chua, "The role of synchronization in digital communications using chaos - part i: fundamentals of digital communications", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I*, v. 44, n. 10, p. 927-946, 1997.
- [8] G. Kolumbán, M. P. Kennedy and L. O. Chua, "The role of synchronization in digital communications using chaos - part ii: chaotic modulation and chaotic synchronization", *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I*, v. 45, n. 11, p. 1129-1140, 1998.
- [9] J. M. Wozencraft and I. M. Jacobs, *Principles of communication engineering*. Wiley, 1965.
- [10] L. M. Pecora and T. L. Carroll, "Synchronization in chaotic systems", *Physical Review Letters*, v. 64, n. 8, pp. 821-824, 1990.
- [11] M. Eisenkraft e M. Gerken, "Comunicação utilizando sinais caóticos: influência de ruído e limitação em banda", *Anais do 18o. Simpósio Brasileiro De Telecomunicações*, 2000.
- [12] A. Kisel, H. Dedieu and T. Schimming, "Maximum likelihood approaches for noncoherent communications with chaotic carriers," *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I*, v. 48, n. 5, p. 533-542, 2001.