

Compressão e Expansão de Amplitude de Sinais em Sistemas OFDM

Erick R. Sousa, José M. L. Filho, Karlo G. Lenzi, Lésnir F. Porto e Luís G. Meloni

Resumo—Este artigo apresenta resultados de simulação de uma técnica para reduzir a distorção causada por saturação abrupta (*hard clipping*) em sistemas OFDM. Através de simulações, foram obtidos ganhos de 3 a 4dB de densidade média de potência na transmissão. A distorção causada por saturação abrupta ocorre com mais frequência conforme o número de portadoras aumenta. Deste modo, esta técnica pode ser aplicada em tecnologias OFDM emergentes, como VDSL e WiMAX.

Palavras-Chave—OFDM, WiMAX, VDSL, PAR (razão pico-média), Rádio definido por software.

Abstract—This paper presents simulation results of a technique to reduce the distortion caused by hard clipping in OFDM systems. Through simulations, were obtained gains of 3 to 4dB of the transmitted signal PSD level. The distortion caused by hard clipping occurs more frequently as the number of carriers rise, therefore this technique can be applied in emerging OFDM technologies, such as VDSL and WiMAX.

Keywords—OFDM, WiMAX, VDSL, PAR (peak to average ratio), Software Defined Radio.

I. INTRODUÇÃO

Pelo fato de um sinal OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) ser resultado de uma soma de várias portadoras, ele possui uma alta razão entre potência instantânea máxima e potência média (PAR - *Peak-to-Average-ratio*) [1] e sua distribuição de amplitude no tempo é aproximadamente gaussiana [2].

É comum que picos de amplitude em um sinal OFDM sejam saturados, tanto no amplificador de potência do transmissor quanto no D/A (conversão digital-analógico, DAC) de sistemas *Software-Defined-Radio*. Neste artigo são apresentados resultados de simulação de uma técnica para redução dos efeitos negativos causados por esta saturação.

Na seção II, são discutidos dois tipos de saturação que ocorrem com frequência em dispositivos eletrônicos digitais em geral. Na seção III, são discutidos dois tipos de saturação que ocorrem em sistemas OFDM usuais: saturação no domínio analógico e saturação no domínio digital. Na seção IV, encontra-se uma apresentação do processamento de sinal utilizado para diminuir os efeitos da saturação no domínio digital. Os resultados do trabalho encontram-se na seção V e posteriormente a conclusão, na seção VI.

II. SATURAÇÃO DE AMOSTRAS

A. Saturação Abrupta

A saturação abrupta (*hard*) é uma saturação com perda de informação de amplitude: se $x[n] > x_{clip}$, $y[n] = x_{clip}$,

conforme ilustrado na Figura 1, onde x_{clip} é o limiar máximo de saturação, $x[n]$ são as amostras antes da saturação e $y[n]$ são as amostras após a saturação.

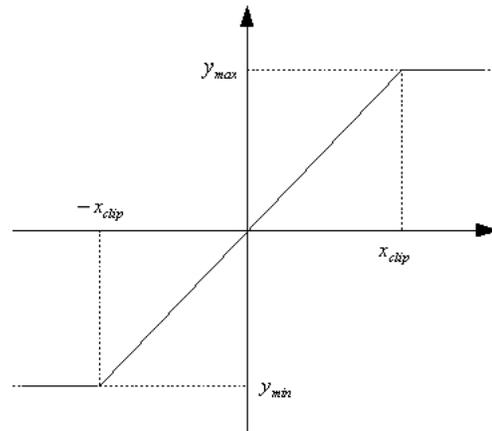


Fig. 1. Função entrada-saída para distorção *hard*.

B. Saturação Suave

Uma saturação suave (*soft*) distorce o sinal de modo gradativo, antes do limiar máximo. Possui uma característica mais suave na função de transferência ilustrada na Figura 2.

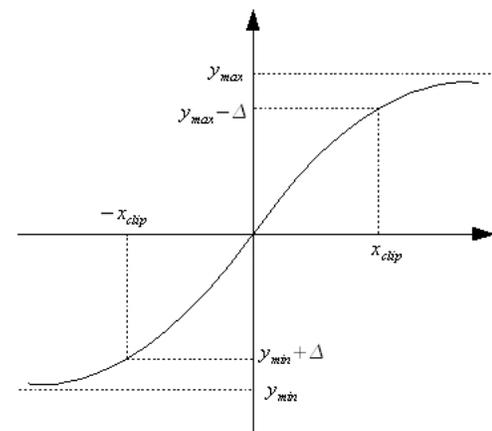


Fig. 2. Função entrada-saída para distorção *soft*.

C. Comparação entre saturação abrupta e suave

Na Figura 3, tem-se o esboço de um sinal saturado abruptamente e suavemente. Na Figura 2 nota-se que a característica

de transferência da saturação suave é bijetora, portanto existe uma função inversa a qual pode ser utilizada no receptor para recuperar o sinal saturado durante a transmissão, ao passo que a saturação abrupta (Figura 1) não tem característica de transferência bijetora, portanto um sinal saturado abruptamente na transmissão não poderá ser recuperado no receptor.

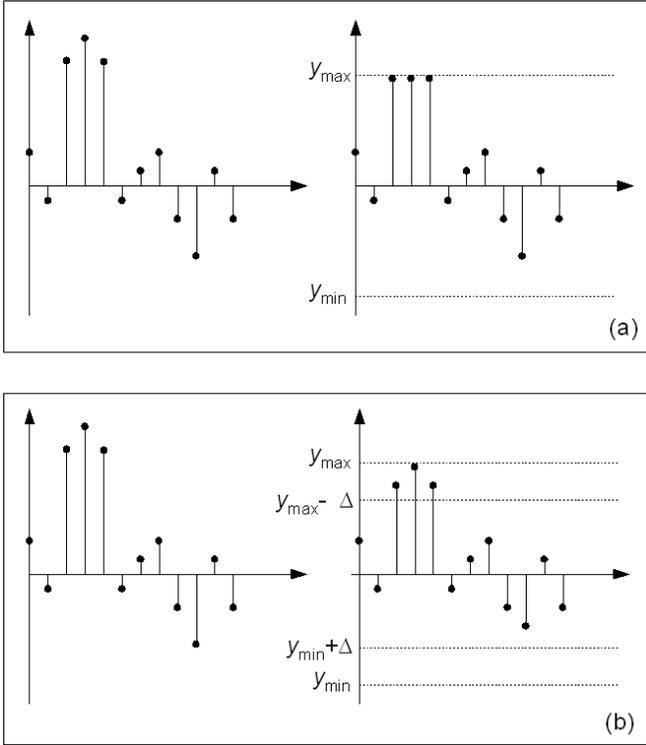


Fig. 3. (a) Sinal original e sinal saturado abruptamente. (b) Sinal original e sinal saturado suavemente. Nota-se que o sinal saturado abruptamente perde informação de amplitude.

III. SATURAÇÃO EM SISTEMAS OFDM USUAIS

Em sistemas OFDM usuais, a saturação abrupta é a mais utilizada. De modo geral, essa saturação pode ocorrer tanto no domínio analógico quanto no domínio digital.

O comportamento espectral de um sinal OFDM saturado abruptamente, tanto na fase pré-D/A (fase anterior ao DAC), quanto na fase de amplificação de potência no transmissor, tem sido objeto de estudo há vários anos [3][4][5][6]: de modo resumido, observa-se uma queda de potência no símbolo OFDM saturado e as bandas de transição laterais decaem mais lentamente.

A. Saturação no domínio digital

Um sinal OFDM é modulado utilizando uma transformada discreta Inversa de Fourier [7], definida pela equação:

$$x[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2\pi kn/N} \quad (1)$$

Deve-se notar que, ao implementar esse algoritmo em *hardware*, é preciso evitar a ocorrência de *overflow* nas amostras

$x[n]$, uma vez que estas são obtidas através de um conjunto de somas em $X[k]$.

Portanto, ao implementar a IFFT em *hardware* é comum empregar uma quantização maior nas amostras $x[n]$ que nas amostras $X[k]$. Idealmente, do ponto de vista meramente teórico, se um sistema de N subcanais usa b bits nas amostras $X[k]$ (b bits para a parte real e b bits para a parte imaginária), então uma resolução de $2Nb$ bits deve ser usada em cada amostra $x[n]$.

Outro problema que ocorre com frequência é o D/A ter uma resolução menor que a resolução do sinal de saída da IFFT, $x[n]$. Nesse caso, podem ser utilizadas duas alternativas, conforme ilustração da Figura 4. Pode-se diminuir a resolução de $x[n]$, cobrindo-se a mesma faixa dinâmica original do sinal o que aumenta o ruído de quantização. A Figura 4(a) ilustra o sinal com 2^4 níveis de quantização que devem ser mapeados em 2^2 . Outra alternativa é manter a resolução original do sinal para as amostras próximas da origem e saturar digitalmente as amostras de níveis elevados. Isto é ilustrado na A Figura 4(b). Este artigo explora uma técnica mais suave de compressão e expansão de sinais. Para o caso de sinais com média em

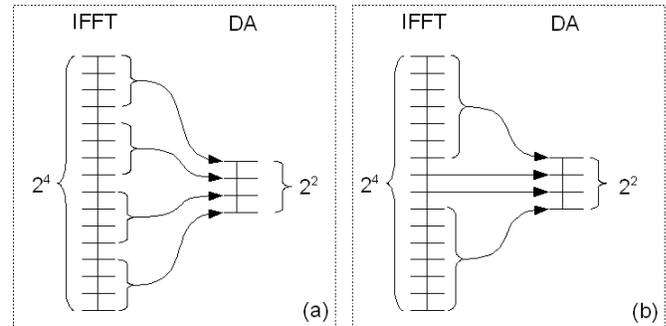


Fig. 4. Exemplo de Perda de resolução(a) e Saturação digital(b), para um sistema que usa 4 bits na saída do núcleo de cálculo de IFFT e 2 bits na interface com o D/A.

torno de zero como OFDM, é preferível saturar digitalmente, como ilustrado na Figura 4(b), pois assim o ruído médio de quantização será menor.

B. Saturação no domínio Analógico

A saturação no domínio analógico ocorre frequentemente em circuitos de amplificação de potência [3][8], pelo fato de o amplificador trabalhar próximo da região não-linear.

IV. PROCESSAMENTO DIGITAL ESTUDADO

Neste trabalho, é estudado um tratamento digital do sinal OFDM: no transmissor, é executada uma compressão do sinal usando um dispositivo com função de transferência suave, e no receptor é executada a operação inversa: a descompressão do sinal recebido (Figuras 5 e 6). Desse modo, o sinal OFDM não será saturado no D/A durante a transmissão.

A equação utilizada para comprimir o sinal no transmissor foi uma $\tanh(x)$:

$$y[n] = x_{\text{clip}} \frac{1 - e^{-ax[n]}}{1 + e^{-ax[n]}} \quad (2)$$

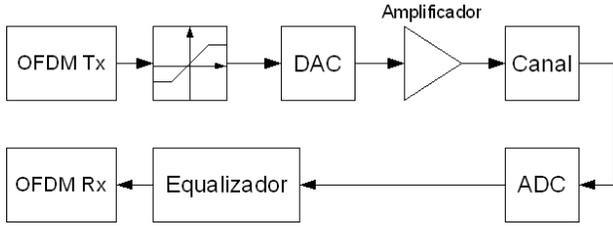


Fig. 5. Sistema OFDM usual.

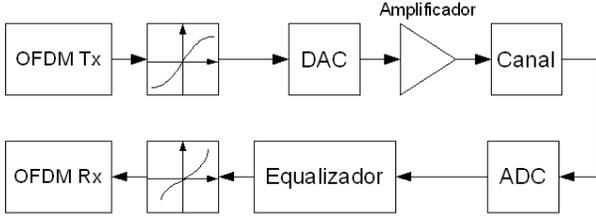


Fig. 6. Compressão ou expansão suave de amplitudes.

com dois parâmetros configuráveis: x_{clip} e a . O primeiro parâmetro determina o máximo valor que o sinal poderá excursionar, enquanto que o segundo parâmetro ajusta a intensidade da saturação.

A função executada no receptor deve ser a inversa da função executada no transmissor, portanto a função empregada será $\text{arctanh}(x)$:

$$\hat{x}[n] = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{x_{clip} - y[n]}{x_{clip} + y[n]} \right). \quad (3)$$

Essa função expande o sinal recebido.

A. Análise do Ruído na saída da Descompressão

Primeiro, considera-se que a entrada no bloco de expansão é $x[n] + w[n]$ e a saída é $y[n] + z[n]$ (Figura 7), sendo $w[n]$ as amostras de uma variável aleatória Gaussiana estacionária com média zero e variância σ_w^2 , $x[n]$ o sinal recebido, $y[n]$ a componente do sinal na saída, e $z[n]$ a componente do ruído na saída.

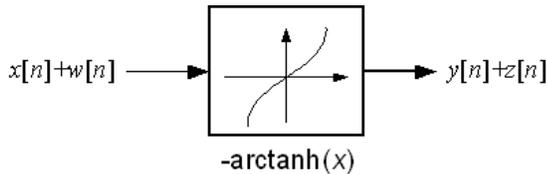


Fig. 7. Entrada e saída do bloco de expansão.

O bloco de expansão pode ser considerado linear ($x[n] + w[n] = y[n] + z[n]$), sempre que $x[n] + w[n]$ for pequeno o suficiente, com amplitudes por volta de $0.9x_{clip}$ no máximo. Sob essa hipótese, o ruído na saída do bloco será aproximadamente igual ao ruído da entrada e

$$\sigma_w^2 \approx \sigma_z^2. \quad (4)$$

Para que a hipótese da equação (4) seja válida, é importante que o parâmetro a seja configurado de modo que a compressão ocorra próximo de x_{clip} . Nas simulações executadas, o parâmetro a foi escolhido, empiricamente, tal que

$$y_{max} - \Delta \approx 0.9x_{clip}, \quad (5)$$

como ilustrado na Figura 2, resultando na equação (6):

$$a = -\frac{1}{x_{clip}} \ln \left(\frac{1 - 0.9}{1 + 0.9} \right). \quad (6)$$

O parâmetro a também não pode ser configurado de modo que $y_{max} - \Delta \approx 0.99x_{clip}$, pois assim será forçada uma saturação praticamente abrupta.

Rigorosamente, se as hipóteses anteriores não forem válidas, o ruído na saída do descompressor será não-gaussiano e a potência do ruído de saída será maior que a do ruído de entrada:

$$\sigma_z^2 \gg \sigma_w^2. \quad (7)$$

Portanto o bloco de expansão poderá amplificar o ruído, caso seus parâmetros não sejam configurados de modo apropriado.

V. RESULTADOS OBTIDOS

Foi simulado um sistema OFDM em banda-base com 256 canais, similar a um sistema ADSL T1.413 [2], em uma banda de 1000kHz, e frequência simbólica de 4kHz.

Ao todo foram feitas 6 simulações, sendo que em cada simulação uma sequência de 100 símbolos OFDM foi analisada. Após estimar as densidades espectrais de potência (PSD) usando o método de Welch [9], foi constatado que o sinal saturado suavemente possui em média de 3 a 4dB de SNR a mais que o sinal saturado abruptamente.

Na Tabela I, tem-se um resumo dos resultados obtidos. O ganho de PSD médio obtido foi da ordem de 3.5dB. Na Figura 8 estão plotados os resultados das estimativas de PSD com saturação suave e sem saturação suave, para uma SNR de 10dB em cada subcanal. Na Figura 9, tem-se os resultados das estimativas de PSD para um sistema OFDM com 25dB de SNR em cada subcanal. Pode-se notar que, em ambos os casos, o sinal com saturação suave obteve um aumento de potência na banda de transmissão, porém ao custo de uma queda mais lenta na banda de transição.

TABELA I
RESULTADOS DE 6 SIMULAÇÕES.

SNR _i	x_{clip}	Ganho de PSD
10dB	0.3	≈3.0dB (Figura 8)
12dB	0.4	≈3.2dB
15dB	0.6	≈3.5dB
18dB	1.0	≈3.8dB
22dB	1.4	≈3.8dB
25dB	2.2	≈4.0dB (Figura 9)

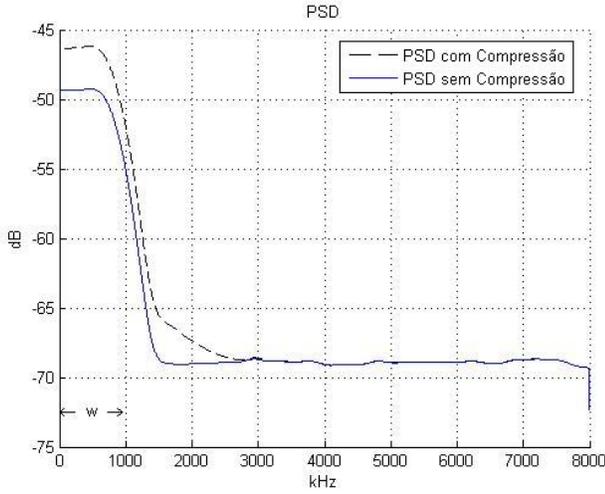


Fig. 8. Linha tracejada: OFDM com saturação suave. Linha contínua: OFDM com saturação abrupta. 10dB de SNR e 3 bits carregados por subcanal.

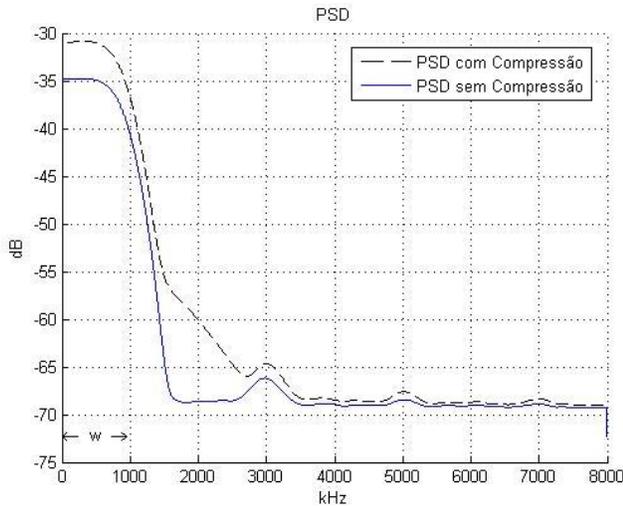


Fig. 9. Linha tracejada: OFDM com saturação suave. Linha contínua: OFDM com saturação abrupta. 25dB de SNR e 8 bits carregados por subcanal.

A. Aumento de taxa

Em um sistema OFDM, o carregamento de bits pode ser calculado utilizando a equação (8):

$$b_i = \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR}_i}{\Gamma} \right), \quad (8)$$

para uma margem de Shannon definida pela equação (9)[7][10]:

$$\Gamma = \frac{1}{3} Q^{-1} \left(\frac{P\{e\}}{4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2^{b_i}}} \right)} \right)^2, \quad (9)$$

onde i é o índice do subcanal, b_i é o número de bits carregados no subcanal, SNR_i é a razão sinal-ruído do subcanal i , Γ é a margem de Shannon, $P\{e\}$ é a probabilidade de erro e $Q^{-1}(\cdot)$

é a função inversa da integral de erro Gaussiana:

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}. \quad (10)$$

De acordo com a equação (8), um aumento de SNR_i da ordem de 2 a 4dB pode significar a possibilidade de adicionar mais um bit em b_i , e mesmo assim manter a mesma probabilidade de erro.

Na Tabela II, pode-se ver algumas comparações de um sistema OFDM com 255 canais usando saturação suave e um sistema com saturação abrupta. Nesta tabela foram considerados $\Gamma = 0\text{dB}$, SNR constante em cada um dos 255 subcanais e os ganhos obtidos nas simulações resumidas na Tabela I.

TABELA II

COMPARAÇÃO DE DOIS SISTEMAS OFDM: COM SATURAÇÃO ABRUPTA E COM SATURAÇÃO SUAVE.

OFDM com Saturação Abrupta			
SNR _i	b _i	bits/símbolo	kbps
10dB	3	765	3060
12dB	4	1020	4080
15dB	5	1275	5100
18dB	6	1530	6120
22dB	7	1785	7140
25dB	8	2040	8160
OFDM com Saturação Suave			
SNR _i	b _i	bits/símbolo	kbps
10dB+3dB	4	1020	4080 (+33%)
12dB+3.2dB	5	1275	5100 (+25%)
15dB+3.5dB	6	1530	6120 (+20%)
18dB+3.8dB	7	1785	7140 (+16%)
22dB+3.8dB	8	2040	8160 (+14%)
25dB+4dB	9	2295	9180 (+12%)

B. Redução da PAR

A PAR de um sinal OFDM com N amostras $x[n]$, pode ser definida pela Equação 11.

$$\text{PAR} = \frac{\max_{1 \leq n \leq N} (x[n]^2)}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x[n]^2} \quad (11)$$

Pelo fato de a compressão ocorrer suavemente, o sinal comprimido possui picos com intensidades menores que o original, causando uma diminuição na PAR do sinal OFDM enviado.

Foram feitas simulações, usando 100 símbolos OFDM, com a finalidade de comparar a melhoria de PAR obtida ao utilizar o processamento digital estudado. Diminuições de PAR entre 3dB e 4dB foram obtidas.

VI. CONCLUSÕES

O esquema estudado neste trabalho pode aumentar a SNR em 3 a 4dB, possibilitando também o aumento de taxa na ordem de até 33%, e uma leve diminuição da PAR, na ordem de 3 a 4db.

Um estudo aprofundado dos efeitos negativos, como a queda mais lenta na banda de transição e amplificação do ruído, foram estudados em casos práticos e são deixados para trabalhos futuros.

As modificações necessárias para implementação do esquema estudado neste trabalho ocorrem no domínio digital, sem a necessidade de hardware adicional.

VII. AGRADECIMENTOS

Agradecemos à FINEP pelo suporte recebido no convênio nº 0.1.06.1179.00 e ao Instituto Eldorado pelo apoio ao laboratório RT-DSP.

REFERÊNCIAS

- [1] J. Tellado-Mourelou, *Peak to Average Power Reduction for Multicarrier Modulation*. Ph.D Thesis, Stanford University, USA, 1999.
- [2] T1.PP.413-2004 - *Network to Customer Installation Interfaces - Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL), Metallic Interface*. 2004.
- [3] Xiaodong Li. *Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM*. IEEE Communications Letters, vol. 2, Issue 5, pp. 131 - 133, 1998.
- [4] Saeedi, Hamid and Sharif, Masoud and Marvasti, Farokh. *Clipping noise cancellation in OFDM systems using oversampled signal reconstruction*. IEEE Communications Letters, 6 (2). pp. 73-75. 2002.
- [5] Wulich, D., Dinur, N., Glinowiecki, A. *Level Clipped High-Order OFDM*. IEEE Transactions on Communications, vol. 48, no. 6. 2000.
- [6] H. Ochiai, H. Imai. *On clipping for peak power reduction of OFDM signals*. Proc. IEEE Vehicular Technology Conf., vol. 2, Tokyo, Japan, pp. 731-735. 2000.
- [7] J. Cioffi, 379C Class Notes. <http://www.stanford.edu/class/ee379a> - acessado em 02/05/2007.
- [8] Heung-Gyoon Ryu. *PAPR reduction using soft clipping and ACI rejection in OFDM system*. IEEE Transactions on Consumer Electronics. Volume 48, Issue 1, pp. 17 - 22 , 2002
- [9] P. D. Welch, *The use of fast Fourier transforms for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short modified periodograms*. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, vol. 15, pp. 70-73, 1967.
- [10] Philip Golden, Hervé Dedieu, Krista S. Jacobsen. *Fundamentals of DSL Technology*. 2006.