

Codificações Espaço-Temporais Tensoriais em Sistemas MIMO Sem Fio

Bárbara da Silva Oliveira, Michel Gonzaga dos Santos e Walter da Cruz Freitas Júnior

Resumo— Este artigo de iniciação científica tem como objetivo o estudo da aplicação de técnicas de codificação espaço-temporal baseados em produtos de Khatri-Rao e de Kronecker em sistemas MIMO. O desempenho desses modelos é comparado ao de outros algoritmos clássicos.

Keywords— MIMO, Khatri-Rao, Kronecker

Abstract— This undergraduate paper aims to study the application of space-time coding techniques based on Khatri-Rao and Kronecker products in MIMO systems. The performance of these models are compared to other classic algorithms.

Keywords— MIMO, Khatri-Rao, Kronecker

I. INTRODUÇÃO

Sistemas de comunicação sem fio de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) proporcionam maior robustez e altas taxas de transmissão de dados, características essenciais para as novas gerações de redes móveis sem fio.

Uma comunicação robusta pode ser obtida por meio de diversidade temporal e espacial, por meio de codificações espaço-temporais. Com a diversidade espacial, há a transmissão e/ou recepção por múltiplas antenas com espaçamento físico entre elas. A diversidade temporal consiste na transmissão de um mesmo sinal em diferentes intervalos de tempos. Os códigos espaço-temporais unem essas técnicas, proporcionando ganhos significativos ao sistema.

No presente artigo, estuda-se a aplicação de métodos de codificação espaço-temporal do sistema MIMO, baseados em produtos matriciais dos modos de um tensor. À partir da decomposição tensorial PARAFAC, utilizando produtos de Khatri-Rao, em [1-2], é proposta a denominada codificação espaço-temporal de Khatri-Rao (KRST). Por meio da decomposição tensorial de Tucker, tem-se uma codificação tensorial TST [3] e de Kronecker. A performance dessas codificações é analisada em comparação à codificação espaço-temporal de Alamouti [4] e ao método V-BLAST [5].

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O modelo PARAFAC [6] (*Parallel factors*) decompõe um tensor de ordem N em uma soma de R componentes de posto um. O modelo para o tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I \times J \times K}$ é dado pela equação:

$$\mathcal{X} \approx \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r, \quad (1)$$

Bárbara Oliveira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, e-mail: barbara@gtel.ufc.br; Michel Gonzaga, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, email: michel.gonzaga@hotmail.com; Walter Freitas, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, e-mail: walter@gtel.ufc.br. Este trabalho foi financiado pela CNPq.

em que \circ simboliza o produto externo, r é um inteiro positivo, $\mathbf{a}_r \in \mathbb{C}^I, \mathbf{b}_r \in \mathbb{C}^J$ e $\mathbf{c}_r \in \mathbb{C}^K$, para $1 \leq r \leq R$.

Sua representação elemento a elemento é escrita como:

$$x_{ijk} \approx \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_{ir} \circ \mathbf{b}_{jr} \circ \mathbf{c}_{kr}, \quad (2)$$

para $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K$.

O tensor também pode ser representado por suas formas matriciais, denominados *unfoldings* [6], $\mathbf{X}_{(1)}$, $\mathbf{X}_{(2)}$ e $\mathbf{X}_{(3)}$, em que se utiliza os modos descritos a partir do produto de Khatri-Rao (\diamond), tais que :

$$\mathbf{X}_{(1)} \approx \mathbf{A}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{B})^T; \quad (3)$$

$$\mathbf{X}_{(2)} \approx \mathbf{B}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{A})^T; \quad (4)$$

$$\mathbf{X}_{(3)} \approx \mathbf{C}(\mathbf{B} \diamond \mathbf{A})^T. \quad (5)$$

O modelo Tucker [6] decompõe um tensor em um produto de um tensor *core* com matrizes componentes. A representação do modelo para o tensor \mathcal{X} é dada por:

$$\mathcal{X} \approx \mathcal{G} \times_1 \mathbf{A} \times_2 \mathbf{B} \times_3 \mathbf{C}, \quad (6)$$

em que \times_n representa o produto de modo n , $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times P}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times Q}$ e $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{K \times R}$ são suas matrizes fatores. $\mathcal{G} \in \mathbb{C}^{P \times Q \times R}$ é seu tensor *core*, que multiplica-se pelas matrizes fatores ao longo de cada *unfolding*.

Outra representação possível é:

$$x_{ijk} \approx \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} a_{ip} \circ b_{jq} \circ c_{kr}, \quad (7)$$

para $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K$.

O modelo pode ser representado por meio de seus *unfoldings* [6] $\mathbf{X}_{(1)}$, $\mathbf{X}_{(2)}$ e $\mathbf{X}_{(3)}$, com produtos de Kronecker (\otimes):

$$\mathbf{X}_{(1)} \approx \mathbf{A} \mathbf{G}_{P \times RQ} (\mathbf{C} \otimes \mathbf{B})^T; \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_{(2)} \approx \mathbf{B} \mathbf{G}_{Q \times RP} (\mathbf{C} \otimes \mathbf{A})^T; \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_{(3)} \approx \mathbf{C} \mathbf{G}_{R \times QP} (\mathbf{B} \otimes \mathbf{A})^T. \quad (10)$$

III. METODOLOGIA

A. Modelo do sistema

O sistema MIMO é composto por M_t antenas transmissoras e M_r antenas receptoras. Tem-se como matriz de símbolo $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{D \times M_t}$, com D símbolos multiplexados em M_t antenas, assumindo um canal com desvanecimento Rayleigh $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M_r \times M_t}$. Os esquemas de codificação propostos para o sistema são descritos a seguir:

1) *Codificação espaço-temporal de Khatri-Rao*: O modelo é baseado na proposta de codificação KRST em [1][2]. A matriz de símbolo \mathbf{S} é codificada pela matriz de código $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{K \times M_t}$. Por meio do produto de Khatri-Rao, espalha-se o sinal transmitido por K blocos de tempo.

A matriz *unfolding* modo 3 do sinal recebido, $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{K \times DM_r}$, definida de acordo com a equação (5), é dada por:

$$\mathbf{Y}_{K \times DM_r} = \mathbf{C}(\mathbf{S} \diamond \mathbf{H})^T + \mathbf{N}_{K \times DM_r}, \quad (11)$$

em que $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{K \times DM_r}$ é a matriz de ruído.

Assumindo a matriz de codificação conhecida, na decodificação, estima-se a matriz de canal \mathbf{H} e a matriz de símbolo \mathbf{S} . Primeiro, toma-se a inversa da equação (11) e, assumindo que \mathbf{C} é uma matriz de colunas ortonormais, de forma que tem-se $\mathbf{C}\mathbf{C}^H = \mathbf{I}$, em que \mathbf{C}^H indica a Hermitiana de \mathbf{C} , obtemos:

$$\mathbf{C}^H \mathbf{Y}_{P \times NM} = (\widehat{\mathbf{S}} \diamond \widehat{\mathbf{H}})^T, \quad (12)$$

omitindo-se a matriz de ruído para simplificação da notação. Realiza-se a fatoração do produto de Khatri-Rao em *Least Squares* (LS), fatorando o tensor em sua solução fechada. Então, estima-se as matrizes \mathbf{S} e \mathbf{H} por meio do algoritmo de decomposição em valores singulares (SVD) de fatoração de Khatri-Rao [2].

2) *Codificação espaço-temporal de Kronecker*: O modelo é baseado na codificação tensorial espaço-temporal (TST) [3]. A matriz de símbolo \mathbf{S} é codificada pelo tensor $\mathcal{G} \in \mathbb{C}^{M_r \times M_t \times Q}$, o código TST, e pela matriz $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{P \times Q}$, o código KronST, ambos gerados à partir de DFT. As dimensões P e Q proporcionam espalhamento no tempo e espaço para a matriz de símbolo \mathbf{S} .

Tomando o terceiro modo do tensor do sinal recebido $\mathbf{Y}_{P \times DM_r}$, definido à partir de (10):

$$\mathbf{Y}_{P \times DM_r} = \mathbf{C}\mathbf{G}_{Q \times M_r^2}(\mathbf{S} \otimes \mathbf{H})^T + \mathbf{N}_{P \times DM_r}. \quad (13)$$

Tomando a transposta da equação (13), fatora-se o produto Kronecker $(\mathbf{S} \otimes \mathbf{H})^T$ por meio do algoritmo LS:

$$(\mathbf{G}\mathbf{C})^\dagger \mathbf{Y}_{P \times DM_r} = (\widehat{\mathbf{S}} \otimes \widehat{\mathbf{H}})^T. \quad (14)$$

Então, de forma semelhante ao modelo com o código KRST, utiliza-se o algoritmo SVD de fatoração de Kronecker [2] para estimar as matrizes \mathbf{S} e \mathbf{H} .

IV. RESULTADOS

O sistema MIMO foi implementado para um cenário de duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras com codificação KRST, KronST, em seu modelo V-BLAST e com codificação Alamouti. Utilizou-se a modulação 4QAM e ruído aditivo Gaussiano branco com variância σ^2 . Foi calculada a relação sinal-ruído (E_s/N_0) em termos da taxa de erro de símbolo (SER) e erro quadrático médio (NMSE) da estimação do canal dos algoritmos KRST e KronST.

Na Figura 1, pode-se ver que os menores valores de SER correspondem ao algoritmo KronST. Para o KRST, temos valores iniciais mais altos, mas que convergem rapidamente em relação aos modelos clássicos. Na Figura 2, temos que o algoritmo KronST possui melhor estimação do canal que o KRST.

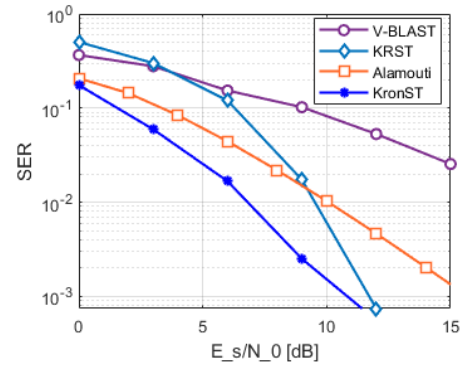


Fig. 1. Performance dos modelos para modulação 4QAM.

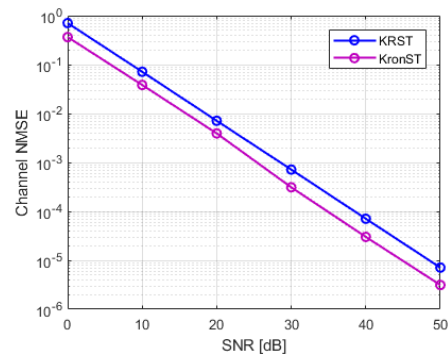


Fig. 2. NMSE da estimação de canal pelo algoritmo KRST e KronST.

V. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos mostram que a utilização de codificações espaço-temporais baseadas em produtos tensoriais aumentam a performance do sistema MIMO em relação a outros algoritmos clássicos. Esse resultado se destaca ainda mais pelo fato de que, na simulação, os algoritmos Alamouti e V-BLAST assumiram canal já conhecido e, os algoritmos tensoriais com estimação de canal apresentaram resultados próximos ou superiores. Dessa forma, o trabalho apresentado confirma a eficácia da aplicação de modelos tensoriais para telecomunicações.

REFERÊNCIAS

- [1] N. D. Sidiropoulos and R. S. Budampati, "Khatri-Rao space-time codes," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 10, Oct. 2002.
- [2] W. Jr, G. Favier, A. de Almeida. Generalized Khatri-Rao and Kronecker Space-Time Coding for MIMO Relay Systems with Closed-Form Semi-Blind Receivers. *Signal Processing*, vol. 151, pp. 19-31, 2018.
- [3] G. Favier, M. N. da Costa, A. de Almeida, J. M. Romano. Tensor space-time (TST) coding for MIMO wireless communication systems, *Signal Processing*, Volume 92, Issue 4, 2012.
- [4] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 8, pp. 1451-1458, 1998.
- [5] V. Bhojak and A. Sharma, "MIMO Wireless Systems: V-BLAST Architecture," 2013 Third International Conference on Advanced Computing and Communication Technologies (ACCT), pp.215-220, 2013.
- [6] T. G. Kolda and B. W. Bader, "Tensor decompositions and applications," *SIAM review*, vol. 51, no. 3, 2009.
- [7] A. Smilde, R. Bro, and P. Geladi, *Multi-way Analysis: Applications in the Chemical Sciences*. New York: John Wiley & Sons Ltd, 2004.