

# Abordagem Empírica para Determinação da Permissividade Elétrica de Materiais Dielétricos Usando Cavidades Ressonantes

Vinícius Macedo Pereira, Gustavo Hardt, Marcos V. T. Heckler, Luis Enrique Gomez Armas

**Resumo**— Este artigo apresenta um estudo sobre a caracterização da constante dielétrica ( $\epsilon_r$ ) de materiais pelo método da cavidade ressonante. Analisa-se o comportamento da frequência de ressonância ( $f_c$ ) em função da variação do material e da espessura das amostras. Amostras de dois materiais diferentes, PEAD e Nylon, com três espessuras diferentes (3,2 mm, 4,4 mm e 5,5 mm) foram consideradas neste estudo. Observou-se que as amostras com espessuras de 4,4 mm e 5,5 mm propiciam leituras mais precisas de  $f_c$ , e, conseqüentemente, melhores estimativas para  $\epsilon_r$ . Verificou-se, também, que as equações de calibração propostas são ferramentas satisfatórias para o cálculo de  $\epsilon_r$  a partir de medidas de parâmetros  $S$  com auxílio de um analisador vetorial de sinais.

**Palavras-Chave**— Cavidade Ressonante, Frequência de Ressonância, Constante Dielétrica.

**Abstract**— This paper presents a study about the dielectric constant ( $\epsilon_r$ ) characterization of different materials with the resonant cavity method. The analysis of the variation of the resonance frequency ( $f_c$ ) has been carried out for two different factors: material and thickness of samples. Two different materials, PEAD and Nylon, and three different thicknesses (3.2 mm, 4.4 mm e 5.5 mm) have been analyzed. The results indicate that higher precision in the determination of  $f_c$  and  $\epsilon_r$  can be obtained for the samples with thicknesses of 4.4 mm and 5.5 mm. Experimental data collected with measurements of  $S$ -parameters carried out with a vector network analyzer allowed to validate the proposed equations and calibration approach to assess  $\epsilon_r$ .

**Keywords**— Resonant Cavity, Resonance Frequency, Dielectric Constant.

## I. INTRODUÇÃO

As propriedades dielétricas dos materiais são de particular interesse em Telecomunicações, principalmente em teoria de linhas de transmissão e eletromagnetismo. Na indústria de dispositivos de comunicação, dielétricos são empregados na fabricação de alimentadores baseados em lentes eletromagnéticas para antenas refletoras. Outro exemplo é a fabricação de circuitos impressos, que necessitam de laminados com

Vinícius Macedo Pereira, Grupo de Óptica, Micro e Nanofabricação de Dispositivos - GOMNDI, Universidade Federal do Pampa - Unipampa, Alegrete-RS, e-mail: viniciusmp2.aluno@unipampa.edu.br; Gustavo Hardt, Grupo de Óptica, Micro e Nanofabricação de Dispositivos - GOMNDI, Universidade Federal do Pampa - Unipampa, Alegrete-RS, e-mail: gustavohardt35@gmail.com; Marcos Vinício Thomas Heckler, Laboratório de Eletromagnetismo, Micro-ondas e Antenas - LEMA, Universidade Federal do Pampa - Unipampa, Alegrete-RS, e-mail: marcosheckler@unipampa.edu.br; Luis Enrique Gomez Armas, Grupo de Óptica, Micro e Nanofabricação de Dispositivos - GOMNDI, Universidade Federal do Pampa - Unipampa, Alegrete-RS, e-mail: luisarmas@unipampa.edu.br. Este trabalho foi financiado por bolsa de pesquisa nível mestrado da CAPES.

baixas perdas em micro-ondas e elevado controle de suas propriedades físicas e elétricas.

As principais propriedades dielétricas são a permissividade elétrica relativa ( $\epsilon_r$ ) e a tangente de perdas ( $\tan \delta$ ) [1], [2]. A permissividade elétrica consiste em um parâmetro constitutivo dos materiais que relaciona a capacidade de reforço da densidade de fluxo elétrico sob a aplicação de campo elétrico externo, através da polarização das cargas elétricas ou íons no material. Esta propriedade é medida em Farads por metro (F/m) [1], [4].

Considerando o espaço livre, tem-se a permissividade elétrica do vácuo ( $\epsilon_0$ ), que equivale a  $10^{-9}/(36\pi)$  F/m. Esta grandeza pode ser vista como um valor de referência para as constantes de permissividade elétrica dos materiais dielétricos, visto que todos possuem  $\epsilon$  superior a  $\epsilon_0$ , devido à ausência de cargas elétricas e íons no vácuo e, conseqüentemente, à ausência do fenômeno de polarização elétrica. Para fins práticos, é comum definir-se um valor normalizado de permissividade elétrica, tomando-se como fator de normalização  $\epsilon_0$ . Esta grandeza normalizada é denominada permissividade elétrica relativa ou constante dielétrica, sendo, matematicamente, dada por [1], [4],

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}. \quad (1)$$

Um método clássico utilizado para determinação de  $\epsilon_r$  é a técnica da cavidade ressonante, que consiste em um dispositivo cilíndrico ou retangular metálico, oco e hermético, preenchido por ar. Ao se inserir uma amostra dielétrica com  $\epsilon_r > 1$ , a frequência de ressonância ( $f_c$ ) tende a diminuir, devido à perturbação no campo eletromagnético no interior da cavidade. A partir desta alteração em  $f_c$ , extrai-se a informação referente à constante  $\epsilon_r$  da amostra em análise [3], [5], [7].

Rubinger e Costa [6] apresentaram um estudo sobre a influência da variação de volume de amostras dielétricas sobre o comportamento de  $f_c$  de uma cavidade ressonante. Matematicamente, os autores relacionaram, através de uma equação linear, a constante  $\epsilon_r$  e o volume das amostras com a razão  $(f_c - f_a)/f_c$ , onde  $f_a$  representa a frequência de ressonância da cavidade com uma amostra inserida. Os materiais analisados foram os polímeros polianilina (PANI) e teflon (PTFE).

Liu et al. [7] apresentaram um estudo utilizando a cavidade ressonante cilíndrica para a determinação da composição química de compostos formados sob catalisadores de ácido zeólito. Esta informação foi obtida pela estimativa da constante de perdas das amostras, que é dependente da parte complexa de  $\epsilon$  ( $\epsilon''$ ), através da variação de  $f_c$ . Kombolias et al. [8] utilizaram

o princípio da cavidade ressonante com perturbação material como método-base para o desenvolvimento de uma técnica de caracterização de materiais não destrutiva, para a investigação da matéria-prima precursora de diferentes amostras de papel.

Neste artigo, um estudo teórico e experimental foi realizado para verificar a influência da espessura das amostras na precisão da leitura das mudanças da frequência de ressonância de uma cavidade cilíndrica. A seguinte seção apresenta a metodologia adotada para o desenvolvimento do procedimento. Na seção III, os resultados obtidos a partir de simulações eletromagnéticas são apresentados. A validação com os resultados experimentais é apresentada na seção IV. Por fim, apresentam-se as conclusões do trabalho.

## II. METODOLOGIA

Neste estudo, considerou-se a cavidade com geometria cilíndrica. A frequência central foi escolhida como 3,5 GHz, de acordo com o padrão para testes de materiais e dispositivos em desenvolvimento visando a atender a tecnologia de quinta geração de sistemas de comunicações móveis (5G) [9], [10].

As dimensões físicas da cavidade podem ser calculadas a partir de algum dos primeiros modos de ressonância:  $TE_{111}$  ou  $TM_{010}$  [4], [11]. Assim, para o modo TE, e considerando que seu interior seja preenchido por ar,  $f_c$  se relaciona com as dimensões internas da cavidade cilíndrica por

$$(f_c)_{mnp}(TE) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}, \quad (2)$$

onde  $a$  é o raio interno,  $d$  é a altura interna, os parâmetros  $m$ ,  $n$  e  $p$  são índices correspondentes ao modo de operação, e  $\chi'_{mn}$  representa o  $n$ -ésimo zero da derivada da função de Bessel de primeira espécie  $J_m(x)$ , cujos valores tabelados estão disponíveis em [12].

A estimativa inicial das dimensões físicas da cavidade deu-se a partir do primeiro modo de ressonância ( $TE_{111}$ ). Fixou-se também, previamente, que  $d = 65$  mm. Assim, manipulando-se a equação (2) de modo a deixar o raio  $a$  em função das demais variáveis conhecidas, e sendo  $\chi'_{11} = 1,8412$  [12], tem-se que

$$a = \frac{1,8412}{\sqrt{(2\pi \cdot 3,5 \times 10^9 \sqrt{\mu_0\epsilon_0})^2 - \left(\frac{\pi}{65 \times 10^{-3}}\right)^2}} = 33,380 \text{ mm}. \quad (3)$$

Considerando os valores calculados, utilizou-se o software HFSS® para verificação da operação da cavidade projetada. O modelo elaborado é apresentado na Figura 1. Além da cavidade cilíndrica, dois conectores SMA, juntamente com dois excitadores, foram adicionados à estrutura. Optou-se por tais conectores, por apresentarem menores perdas eletromagnéticas na frequência de projeto.

Na extremidade oposta às fontes de excitação, um rebaixo com diâmetro de 30 mm e profundidade de 1 mm foi introduzido, para garantir o correto encaixe das amostras em seu interior. Os monopolos foram dimensionados, inicialmente, com comprimento próximo a  $\lambda_0/4$ , ou, aproximadamente,

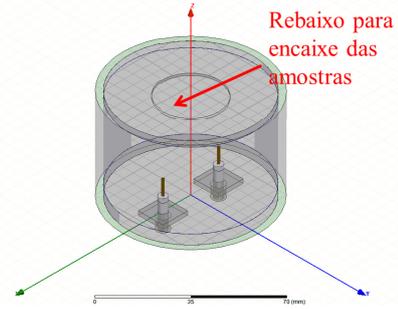


Fig. 1. Modelo de simulação eletromagnética da cavidade cilíndrica.

20 mm. A distância entre os dois pinos foi ajustada de modo a obter-se um acoplamento de energia satisfatório entre as portas.

## III. RESULTADOS SIMULADOS

A Tabela III mostra as dimensões físicas da cavidade, estimadas inicialmente e ajustadas nas simulações eletromagnéticas no HFSS®. Pode-se observar que existe uma considerável diferença entre o parâmetro  $d$  estimado inicialmente e o obtido nas simulações. Estas discrepâncias devem-se, principalmente, à excitação da cavidade ressonante e ao rebaixo inserido, pois estes fatores não são devidamente modelados na equação (2). Esta mesma explicação aplica-se à diferença entre os comprimentos dos pinos de excitação, cujo valor obtido após as simulações foi de 7,560 mm. Para melhorar o acoplamento de energia entre os dois monopolos, estes foram afastados entre si de 12,500 mm.

TABELA I  
DIMENSÕES FÍSICAS DA CAVIDADE RESSONANTE.

Dimensão	Valor estimado	Valor simulado
$a$	33,380 mm	32,250 mm
$d$	65,000 mm	41,500 mm
$l$	20,000 mm	7,560 mm

Na Figura 2, pode-se observar que a máxima concentração de intensidade de campo elétrico no interior da estrutura ocorre em sua região central e é praticamente nula nas paredes laterais do cilindro.

A Figura 3 mostra curvas dos parâmetros  $S_{11}$  e  $S_{21}$  simulados. O nível do coeficiente de reflexão é considerado aceitável ( $S_{11} < -15$  dB, ou seja, apenas 3,1% da energia aplicada às portas da cavidade é refletida à fonte de excitação) e devidamente sintonizado na frequência de projeto,  $f_c = 3,5$  GHz.

Para as amostras analisadas, considerou-se a geometria cilíndrica (para um melhor encaixe e centralização no rebaixo), com diâmetro de 28 mm e espessura ( $h$ ) variando entre 3,2 mm, 4,4 mm e 5,5 mm para dois materiais distintos ( $\epsilon_r = 3,1$  para o Nylon e  $\epsilon_r = 2,25$  para o PEAD). Sua representação tridimensional é mostrada na Figura 4. Assim, realizaram-se simulações da variação de  $f_c$  com a inserção de amostras de diferentes espessuras e materiais. Para cada combinação de espessura e material, observaram-se 4

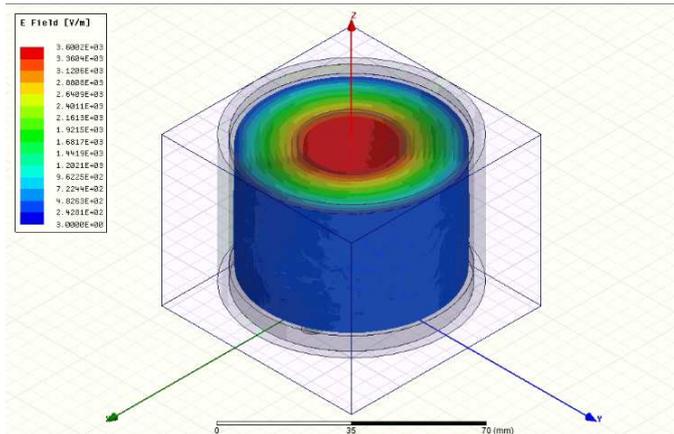
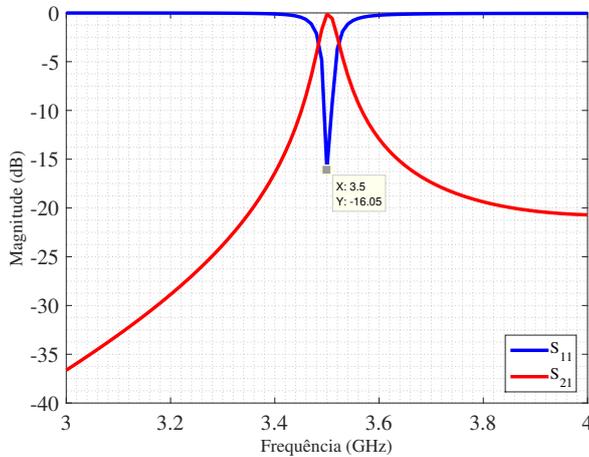


Fig. 2. Distribuição de campo elétrico no interior da cavidade.


 Fig. 3. Parâmetros  $S$  simulados considerando a cavidade vazia.

amostras com  $\epsilon_r$  variando dentro de seu nível de tolerância típico. Nestas simulações, aplicaram-se, então, os conceitos de análise de experimentos fatoriais, descritos em [13]. Com isto, obtiveram-se os termos de soma dos quadrados (SQ), graus de liberdade (GL), média quadrática (MQ) e  $F_0$  calculado (relacionado ao teste de hipótese nula -  $H_0$ ), relacionados ao fator A (material da amostra) e fator B (espessura da amostra). Na Tabela II, mostra-se a análise fatorial deste experimento.

TABELA II  
ANÁLISE ESTATÍSTICA FATORIAL DO EXPERIMENTO COMPUTACIONAL.

Parâmetro	SQ	GL	MQ	$F_0$
Material	$2,185 \times 10^{-3}$	1	$2,185 \times 10^{-3}$	552,011
Espessura	$8,100 \times 10^{-3}$	2	$4,050 \times 10^{-3}$	1023,158
Interação	$0,196 \times 10^{-3}$	2	$0,098 \times 10^{-3}$	24,800
Erro	$0,071 \times 10^{-3}$	18	$0,004 \times 10^{-3}$	
Total	$10,553 \times 10^{-3}$	23		

Considerando-se um nível de significância  $\alpha = 0,01$ , e utilizando-se a tabela  $F$  de distribuições de probabilidades em [14], obtiveram-se os valores tabelados de  $F_0$ . Na Tabela III, demonstram-se, de forma comparativa, os valores de  $F_0$  calculados e tabelados.

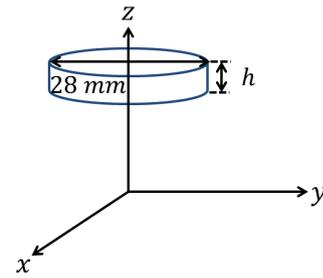


Fig. 4. Representação tridimensional da geometria das amostras.

TABELA III  
ANÁLISE ESTATÍSTICA FATORIAL DO EXPERIMENTO COMPUTACIONAL.

Parâmetro	$F_0$ calculado	$F_0$ tabelado
Material	552,011	8,285
Espessura	1023,158	6,013
Interação	24,800	6,013

Pode-se observar, pela comparação entre os parâmetros  $F_0$  calculados e tabelados, que, considerando o efeito do fator A, a hipótese nula  $H_0 : \tau_i = 0$  é falsa, pois  $F_0(\text{calculado}) = 552,011 > F_0(\text{tabelado}) = 8,285$ . Ou seja, a variação de  $f_c$  é dependente do material da amostra. Assim, diferentes tipos de materiais podem corresponder a diferentes constantes  $\epsilon_r$ , implicando em diferentes deslocamentos de  $f_c$ . No caso do fator B, observa-se, também, que a hipótese nula  $H_0 : \tau_i = 0$  é falsa, pois  $F_0(\text{calculado}) = 1023,158 > F_0(\text{tabelado}) = 6,013$ . Assim, interpreta-se que a variação de  $f_c$  é dependente, também, da espessura da amostra, pois, diferentes espessuras implicam em diferentes volumes de material dielétrico no interior da cavidade que, por sua vez, propiciam diferentes deslocamentos de  $f_c$ .

Para complementar a análise estatística, mostra-se, na Figura 5, o gráfico de caixas para as médias de  $f_c$  observadas no experimento. Constata-se que, utilizando-se amostras com espessura de 4,4 mm ou 5,5 mm, a variação na resposta de  $f_c$ , considerando diferentes materiais, é mais visível e, conseqüentemente, possibilita maior precisão para o cálculo de  $\epsilon_r$ .

#### IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para validação prática do estudo desenvolvido, construiu-se um protótipo da cavidade cilíndrica (ver Figura 6) e efetuaram-se medições de seus parâmetros  $S$ . Na Figura 7, mostra-se comparação entre os parâmetros  $S$  simulados e medidos, considerando a cavidade vazia.

Como visto na Figura 7, o protótipo construído apresentou  $f_c = 3,49$  GHz, que é ligeiramente inferior à frequência central de projeto (3,5 GHz). Esta pequena diferença pode ser dada pela imprecisão intrínseca ao processo construtivo da cavidade cilíndrica. Porém, ainda assim, a ressonância observada está satisfatoriamente próxima à frequência inicial do projeto.

Em seqüência, prepararam-se amostras de diâmetro 28 mm e com espessuras de  $h = 3,2$  mm,  $h = 4,4$  mm e  $h = 5,5$  mm dos materiais PEAD e Nylon, que foram inseridas, uma por

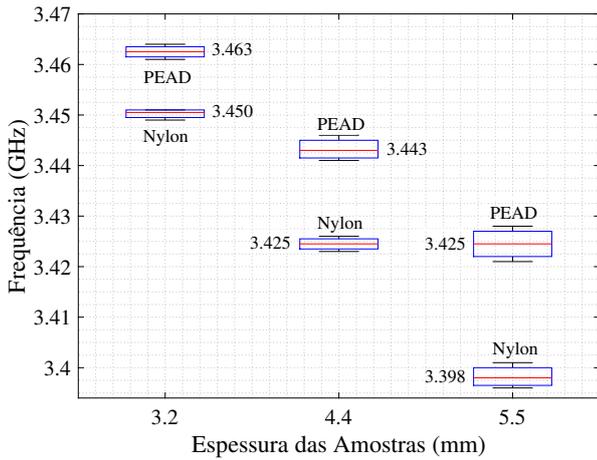


Fig. 5. Análise por gráfico de caixas da variação da frequência da cavidade pela variação de material e espessura das amostras.

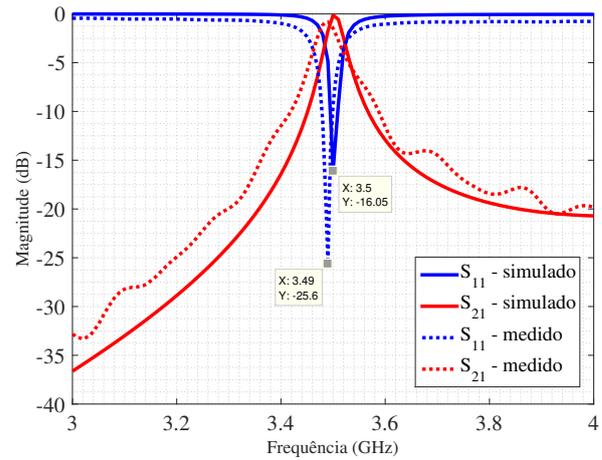


Fig. 7. Comparação entre parâmetros  $S$  simulados e medidos - cavidade vazia.

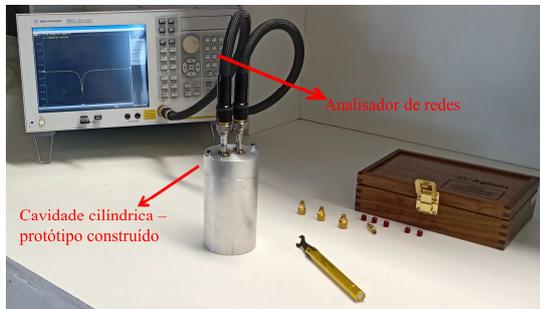


Fig. 6. Setup de medição e protótipo construído.

vez, no interior do protótipo. Os parâmetros  $S_{11}$  medidos para as amostras de PEAD e de Nylon são mostrados nas Figuras 8 e 9, respectivamente. As frequências de ressonância medidas para cada amostra são aproximadamente semelhantes às frequências médias observadas em simulação (Figura 5), visto que a diferença de 10 MHz vista na comparação entre os resultados simulados (*sim*) e medidos (*med*) para a cavidade vazia foi, também, observada na comparação entre os resultados simulados e medidos considerando as amostras (Tabela IV).

TABELA IV  
COMPARAÇÃO ENTRE VALORES DE  $f_c$  SIMULADOS E MEDIDOS.

$h$ (mm)	$f_c$ (GHz) - PEAD		$f_c$ (GHz) - Nylon	
	( <i>sim</i> )	( <i>med</i> )	( <i>sim</i> )	( <i>med</i> )
3,2	3,461	3,450	3,450	3,440
4,4	3,443	3,430	3,425	3,415
5,5	3,425	3,410	3,398	3,390

Como etapa final, desenvolveu-se uma relação matemática entre a razão  $(f_c - f_a)/f_c$  e  $\epsilon_r$  a ser calculado, tomando como base o estudo proposto em Rubinger e Costa [6] e ajustando-se o formalismo para a geometria de cavidade e amostras deste estudo. O modelo de simulação no HFSS® foi modificado, de modo que  $f_c = 3,49$  GHz e, posteriormente, efetuaram-se simulações eletromagnéticas variando  $\epsilon_r$  da amostra de 2

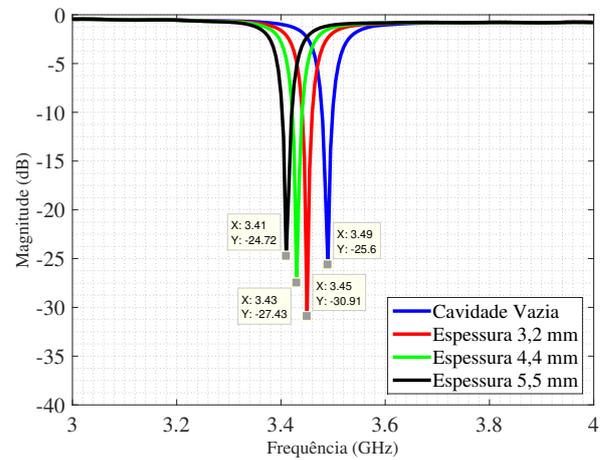


Fig. 8. Parâmetros  $S_{11}$  medidos - amostras PEAD.

até 20 com passo de 1 para cada uma das três espessuras analisadas. Os resultados obtidos foram utilizados para plotar as três curvas de calibração, vistas na Figura 10.

Observa-se que, diferentemente de Rubinger e Costa [6], onde seu experimento foi descrito matematicamente por meio de uma relação linear, o presente experimento, por sua vez, é satisfatoriamente modelado matematicamente através de equações logarítmicas. Com o software Excel®, estimaram-se as equações que modelam cada curva da Figura 10. Assim, para  $h = 3,2$  mm,

$$\frac{f_c - f_a}{f_c} = 0,0051 \ln(\epsilon_r - 1) + 0,0104; \quad (4)$$

para  $h = 4,4$  mm,

$$\frac{f_c - f_a}{f_c} = 0,0094 \ln(\epsilon_r - 1) + 0,0145; \quad (5)$$

para  $h = 5,5$  mm,

$$\frac{f_c - f_a}{f_c} = 0,0155 \ln(\epsilon_r - 1) + 0,0174. \quad (6)$$

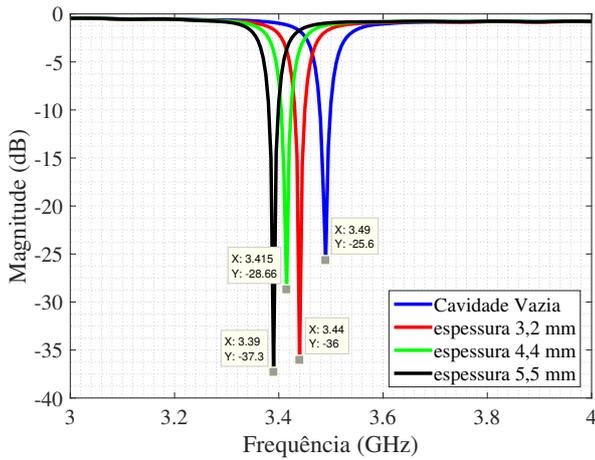


Fig. 9. Parâmetros  $S_{11}$  medidos - amostras Nylon.

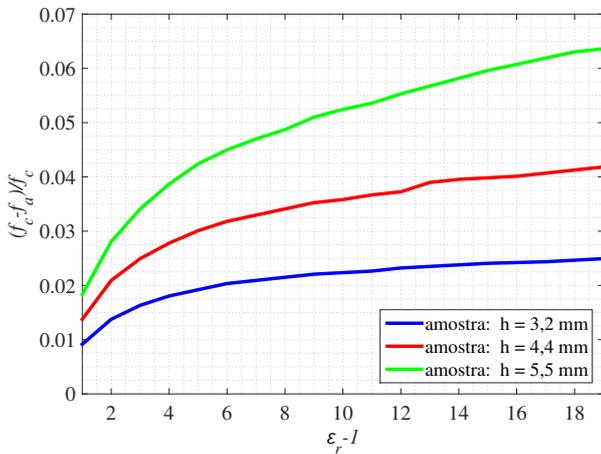


Fig. 10. Curvas de calibração para o cálculo de  $\epsilon_r$  a partir de  $f_c$  medido.

Para o cálculo de  $\epsilon_r$  de cada amostra (de acordo com sua espessura), manipularam-se as equações (4) a (6), de modo a deixar o termo  $\epsilon_r$  em evidência no lado esquerdo da igualdade. Como resultado, a tabela V mostra os resultados de  $\epsilon_r$  calculados para cada amostra medida.

TABELA V

CONSTANTES  $\epsilon_r$  CALCULADAS PARA AS AMOSTRAS ANALISADAS.

$h$ (mm)	PEAD		Nylon	
	$f_a$ (GHz)	$\epsilon_r$	$f_a$ (GHz)	$\epsilon_r$
3,2	3,450	2,231	3,440	3,160
4,4	3,430	2,332	3,415	3,104
5,5	3,410	2,430	3,390	3,067

Os resultados obtidos apresentaram considerável fidedignidade àqueles comercialmente especificados para os materiais analisados. Observou-se, para o caso do PEAD, que houve uma pequena variação entre os valores calculados para cada espessura de amostra, a qual pode ser considerada como dentro dos limites de tolerância que geralmente são especificados pelos fabricantes. Porém, para as amostras de Nylon, pôde-se constatar que, para todas as amostras medidas, a constante

$\epsilon_r$  calculada resultou em valores substancialmente próximos a 3,1, que é o seu valor especificado comercialmente.

## V. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou a caracterização teórica e experimental do método da cavidade ressonante, dimensionado para que  $f_c = 3,5$  GHz (padrão 5G). A validação de seu funcionamento possibilita sua aplicação, em sequência, na caracterização de materiais dielétricos alternativos baseados em matéria-prima oriunda de resíduos vegetais, tais como sílica proveniente da casca de arroz e do capimannoni. Observou-se que as espessuras de amostra mais adequadas são de 4,4 mm e 5,5 mm, dada a mais apurada precisão nas leituras da variação de  $f_c$ . Também constatou-se que as equações propostas para cada espessura de amostra do experimento são confiáveis para o cálculo de  $\epsilon_r$  de materiais cujas propriedades dielétricas ainda não sejam totalmente conhecidas.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal do Pampa (Unipampa) pela estrutura laboratorial oferecida e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro por meio de bolsa de pesquisa em nível de mestrado.

## REFERÊNCIAS

- [1] W. D. Callister. *Ciência e Engenharia de Materiais. Uma Introdução*. 7.ed. LTC, 2008.
- [2] C. Bowick. *RF Circuit Design*. [S.I.]: Newnes, 2011.
- [3] C. W. Sayre. *Complete Wireless Design*. 2.ed. Mc Graw Hill, 2008.
- [4] C. A. Balanis. *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons, 1989.
- [5] Z. Li and E. Li. "Study on Measurement of Dielectric Constant of Partially Filled Material using Modified Cavity Perturbation Technique," in *The 2012 International Workshop on Microwave and Millimeter Wave Circuits and System Technology*, Chengdu, China, Abr. 2012. DOI: 10.1109/MMWCST.2012.6238166.
- [6] C. P. L. Rubinger and L. C. Costa. "Building a Resonant Cavity for the Measurement of Microwave Dielectric Permittivity of High Loss Materials," in *Microwave and Optical Technology Letters*, Jul. 2007, pp. 1687-1690. DOI: 10.1002/mop.
- [7] B. Liu, D. R. Slocumbe, J. Wang, A. Aldawsari, S. Gonzalez-Cortes, J. Arden, V. L. Kuznetsov, H. Al Megren, M. Al Kinany, T. Xiao and P. P. Edwards. "Microwaves Effectively Examine the Extent and Type of Coking over Acid Zeolite Catalysts," in *Nature Communications*, Set. 2017. DOI: 10.1038/s41467-017-00602-8.
- [8] M. Kombolias, J. Obrzut, M. Postek, D. Poster and Y. S. Obeng. "Contactless Resonant Cavity Dielectric Spectroscopic Studies of Cellulosic Paper Aging," in *Analytical Letters*, Ago. 2019. DOI: 10.1080/00032719.2019.1655648.
- [9] ANATEL, Agência Nacional de Telecomunicações. *Frequências Destinadas ao 5G têm Novo Ato e Consulta sobre Requisitos Técnicos. Brasília, DF, 2020*. Disponível em <https://www.anatel.gov.br/institucional/mais-noticias/2610-frequencias-destinadas-ao-5g-tem-novo-ato-e-consulta-sobre-requisitos-tecnicos>. Acesso em: 09 mar. 2021.
- [10] ETSI, European Telecommunications Standards Institute. *Technologies: Mobile – 5G, 2020*. Disponível em <https://www.etsi.org/technologies/mobile/5g>. Acesso em: 09 mar. 2021.
- [11] R. E. Collin. *Foundations for Microwave Engineering*. 2.ed. IEEE Press. John Wiley & Sons, 2001.
- [12] D. M. Pozar. *Microwave Engineering*. 4.ed. John Wiley & Sons, 2011.
- [13] D. C. Montgomery e G. C. Runger. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. 6.ed. LTC, 2016.
- [14] E. A. Reis. *Tabela de Limites Unilaterais da Distribuição F de Fisher*. Disponível em <http://www.est.ufmg.br/edna/Tabela-F.pdf>. Acesso em: 09 mar. 2021.