

Decodificação Iterativa Utilizando a Técnica Mitose

Paulo Roberto de Freitas, Valdemar Cardoso da Rocha Jr., Ph.D.

Resumo—Este artigo tem por objetivo mostrar a importância de se reduzir o número de bits checados em cada equação de verificação de paridade em um par de códigos binários, gerados pela técnica de mitose. Como consequência, é mostrado por meio de exemplo que quando tais códigos são utilizados em um canal aditivo, a decodificação iterativa é realizada de modo mais eficiente.

Palavras-Chave—Decodificação iterativa, Mitose.

Abstract—This article discusses the relevance of reducing the number of bits checked by each parity-check equation in a pair of binary codes generated by the mitosis technique. As a consequence, it is shown by means of an example that when such codes are employed in an additive channel, their iterative decoding is performed more efficiently.

Keywords—Iterative decoding, Mitosis.

I. INTRODUÇÃO

A investigação da construção de códigos para decodificação iterativa em um canal aditivo com dois usuários binários (2-BAC) tem despertado grande interesse recentemente [1], [2]. Apesar disso, salientamos que ainda é relativamente pequeno o número de artigos sobre este tema. As construções de códigos para o 2-BAC em geral não fazem referência à decodificação, que via de regra não é de fácil implementação prática. Ao contrário desta tendência, face a resultados preliminares nós vislumbramos a possibilidade de construir códigos eficientes para o 2-BAC cuja decodificação iterativa é viável na prática.

II. ALGUNS CONCEITOS BÁSICOS

O canal 2-BAC sem memória possui duas entradas binárias x e w (uma para cada usuário), $x \in X = \{0, 1\}$ e $w \in W = \{0, 1\}$, e em cada unidade de tempo emite uma única saída s , $s \in S = \{0, 1, 2\}$, ou seja, a saída é ternária. No caso sem ruído, ilustrado na Figura 1, a saída do canal 2-BAC é dada pela soma aritmética das entradas. No caso com ruído todas as transições no canal são possíveis e têm probabilidade de transição dada por $P(S/XW)$. Na nossa investigação consideramos apenas o caso sem ruído, porém as mesmas idéias se aplicam ao caso com ruído.

III. TÉCNICA MITOSE

Denotamos por (n, k, d) um código binário com comprimento de bloco n , com k dígitos de informação e distância mínima d . Consideremos o código $(7, 3, 4)$ com taxa $n/k = 3/7$, matriz geradora G e matriz de verificação de paridade H indicadas a seguir.

Paulo Roberto de Freitas, Valdemar Cardoso da Rocha Jr., Ph.D. Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil, E-mails: pauloalr@hotmail.br, vcr@ufpe.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq, projeto 306612/2007-0.

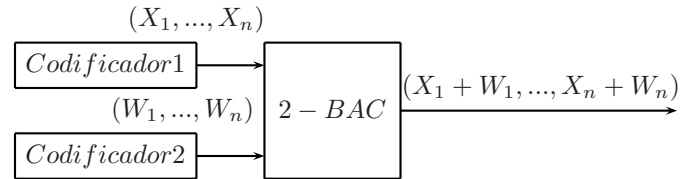


Fig. 1. Canal 2-BAC sem ruído.

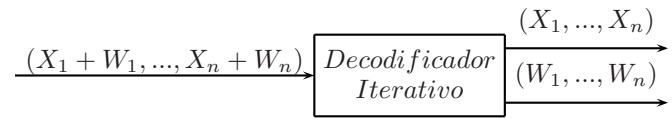


Fig. 2. Decodificador iterativo.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Denotando por (A_1, A_2, \dots, A_7) os bits que compõem uma palavra código, temos da matriz H que:

$$\begin{aligned} A_4 &= A_1 \oplus A_3 \\ A_5 &= A_1 \oplus A_2 \oplus A_3 \\ A_6 &= A_1 \oplus A_2 \\ A_7 &= A_2 \oplus A_3 \end{aligned} \quad (1)$$

A técnica de mitose [1] consiste em particionar o conjunto B de equações de verificação de paridade em dois subconjuntos disjuntos e construir dois novos códigos, como é explicado a seguir. Continuando com o código $(7, 3, 4)$, consideremos uma partição de B em dois subconjuntos, cada um com duas equações de verificação de paridade, alocadas respectivamente para o usuário 1 e para o usuário 2, conforme indicado a seguir:

$$\begin{aligned} X_4 &= X_1 \oplus X_3 \\ X_5 &= X_1 \oplus X_2 \oplus X_3 \\ W_6 &= W_1 \oplus W_2 \\ W_7 &= W_2 \oplus W_3 \end{aligned} \quad (2)$$

As posições 6 e 7 das palavras código do usuário 1 (vide Figura 3) passam a ser ocupadas por bits de informação. Analogamente, as posições 4 e 5 das palavras código do usuário 2 (vide Figura 3) passam a ser ocupadas por bits de informação.

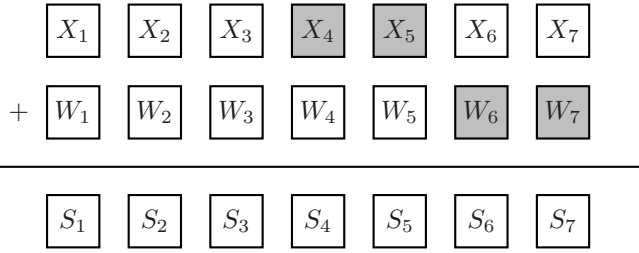


Fig. 3. Saída do canal 2-BAC

Na Figura 3 denotamos por $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7)$ uma palavra código do usuário 1 e $(W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6, W_7)$ uma palavra código do usuário 2. A palavra $(X_1 + W_1, X_2 + W_2, X_3 + W_3, X_4 + W_4, X_5 + W_5, X_6 + W_6, X_7 + W_7)$ é obtida na saída do canal 2-BAC. Desta forma obtemos dois códigos $(7, 5, 1)$ com taxas $R_1 = 5/7$ e $R_2 = 5/7$. Logo, a soma R_t das taxas para dois usuários é $R_t = R_1 + R_2 = 5/7 + 5/7 = 1 + 3/7$.

Seja o código (n, k, d) para o qual $c = n - k$ e $R = k/n = 1 - c/n$. Aplicando a técnica de mitose obtemos as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} c &= c_1 + c_2 \\ R_1 &= (n - c_1)/n = 1 - c_1/n \\ R_2 &= (n - c_2)/n = 1 - c_2/n \\ R_t &= R_1 + R_2 = 1 + 1 + \frac{c_1 + c_2}{n} = 1 + 1 - \frac{c}{n} \\ R_t &= 1 + R \end{aligned}$$

Portanto, é igual a $1 + R$ a soma R_t das taxas R_1 e R_2 dos códigos produzidos por mitose aplicada ao código (n, k, d) de taxa R . Ressaltamos que embora a taxa resultante seja elevada, o par de códigos gerados pela mitose não forma um par unicamente decodificável no 2-BAC. Isto significa que, a probabilidade de erro após a decodificação não é nula.

IV. ALGORITMO DE DECODIFICAÇÃO

Da relação $S_i = X_i + W_i$ o algoritmo de decodificação atua da seguinte forma:

- Se o decodificador receber 0 na posição i , ou seja, $S_i = 0$, então $X_i = W_i = 0$.
- Se o decodificador receber 2 na posição i , ou seja, $S_i = 2$, então $X_i = W_i = 1$.
- Se o decodificador receber 1 na posição i , ou seja, $S_i = 1$, dizemos que houve um apagamento na posição i , pois não sabemos qual usuário enviou 1 e qual enviou o 0. Neste caso iniciamos o processo de decodificação iterativa, analisando cada equação de verificação de paridade.
- Se em uma dada equação de verificação de paridade, da palavra X , houver apenas um apagamento em uma das posições checadas, conseguimos a correção nesta posição afetada fazendo-a igual à soma ou-exclusivo dos demais dígitos componentes desta equação. Iterativamente, decodificamos esta mesma posição na palavra W , fazendo a posição correspondente W_i igual ao complemento binário do valor corrigido de X_i .

- O processo é repetido até que se decodifique completamente as palavras X e W , ou até quando não se conseguir mais tirar informação das equações de verificação de paridade.

V. ALGUNS RESULTADOS

Utilizando as equações de verificação de paridade em (2), não é possível decodificar 320 das 1024 possíveis palavras ternárias recebidas, i.e., resultantes da adição das palavras X e W . Propomos neste artigo uma combinação de equações de verificação de paridade de modo a reduzir o número de posições checadas nas equações resultantes. Como resultado, verificamos através de simulação em computador um melhor desempenho do processo de decodificação. O melhor resultado foi obtido com as seguintes equações de verificação de paridade:

$$\begin{aligned} X_4 &= X_1 \oplus X_2 \\ X_5 &= X_2 \oplus X_3 \\ W_6 &= W_3 \oplus W_4 \\ W_7 &= W_4 \oplus W_5 \end{aligned} \quad (3)$$

Neste caso, todas as palavras com até 3 apagamentos foram decodificadas corretamente. Não foi possível decodificar 296 das 1024 possíveis palavras ternárias recebidas.

VI. CONCLUSÕES

Podemos observar várias áreas a serem exploradas fazendo o uso da decodificação iterativa utilizando a técnica de mitose. Entre elas podemos citar:

- Aplicação da técnica de mitose em códigos LDPC para o 2-BAC e desenvolvimento de um algoritmo iterativo de decodificação eficiente.
- Desenvolvimento de um algoritmo de decodificação iterativa para o caso em que os usuários tenham códigos LDPC distintos com taxa R_t maior do que 1.
- Utilizando um canal 2-BAC poderemos construir um código de taxa $1 + R$, pela aplicação da técnica de mitose a um código binário LDPC longo cuja taxa é R , $R < 0,5$.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece primeiramente a Deus, a sua família, ao Departamento de Eletrônica e Sistemas e à UFPE. Os dois autores agradecem ao CNPq pelo apoio parcial por meio da bolsa PIBIC e projeto 306612/2007-0.

REFERÊNCIAS

- [1] R. Palanki, A. Khandekar and R. J. McEliece, "Graph-based codes for synchronous multiple access channels". *Proceedings of the Annual Allerton Conference on Communication Control and Computing*, Monticello, USA, vol. 39, part 2, pp. 1263-1271, 2001.
- [2] A. Amraoui, S. Dusad, and R. Urbanke, "Achieving general points in the 2-user Gaussian MAC without time-sharing or rate-splitting by means of iterative coding", *IEEE ISIT 2002*, Lausanne, Switzerland, p. 334, June 30 - July 5, 2002
- [3] J. Castañeira Moreira, P. G. Farrell, *Essentials of Error-Control Coding*, Wiley, 2006.
- [4] V. C. da Rocha Jr., "Non-linear ternary codes with two-level error protection", *Workshop on Advanced Coding Applications to Communications Systems*. Department of Communication Systems, Lancaster University, Lancaster, U.K., 10 - 11 July 2003.
- [5] D. Mackay, "Near Shannon limit performance of low density parity check codes", *IEE Electronics Letters*, vol. 33, no. 6, pp. 457-458, 13 March 1997.