

# Detector SDR com Estimador de Coeficientes de Canal por Filtragem de Partículas

Alex Miyamoto Mussi, Rafael de Oliveira Ribeiro, Taufik Abrão & Paul Jean E. Jeszensky

**Resumo**—Neste trabalho são combinados algoritmos para a detecção por relaxação semi-definida (SDR – *semidefinite relaxation*) em canais MIMO e a estimação dos coeficientes de canal (módulo e fase) baseada na técnica Bayesiana por Filtragem de Partículas (PF - *particle filtering*). Analisa-se o compromisso desempenho  $\times$  complexidade computacional do detector-estimador SDR-PF, evidenciando sua potencialidade de aplicação. Corroborando recentes resultados da literatura, obteve-se um detector-estimador SDR-PF-MIMO cuja complexidade é polinomial de terceira ordem para o detector sub-ótimo SDR e polinomial de segunda ordem para o estimador Bayesiano, sugerindo que a topologia discutida é promissora, justamente por atingir desempenhos muito próximos aos do detector ótimo de máxima-verossimilhança (ML - *maximum likelihood*), porém obtidos em um tempo muito menor que o exponencial. Resultados numéricos de simulação indicaram reduzida perda de desempenho do SDR-PF-MIMO com erros de estimação de até 10% quando comparado a resultados obtidos com estimativas perfeitas de canal.

**Palavras-Chave**—Relaxação semi-definida (SDR), estimador de parâmetros Bayesiano, filtro de partículas, MIMO.

**Abstract**—This paper analyzes algorithms for detection by semidefinite relaxation (SDR) and the estimation of channel coefficients (magnitude and phase) based on Bayesian technique by particle filtering (PF) under MIMO channels. It analyzes the performance  $\times$  computational complexity trade-offs are determined for the SDR-PF detector-estimator, demonstrating its potential application. Corroborating recent literature results, we have obtained a SDR-PF for MIMO channels, whose complexity is polynomial of third order for the sub-optimal SDR detector and of second order polynomial for the Bayesian PF estimator, suggesting that the topology discussed herein is very promising, precisely because it capable to achieve performances very close to the optimal maximum-likelihood (ML) detector, but attainable in a time much shorter than the exponential. Numerical results have indicated reduced loss in the SDR-PF-MIMO performance with estimation errors of up to 10% when compared to results obtained with perfect channel estimates.

**Keywords**—Semidefinite relaxation, particle filtering, Bayesian parameter estimation, MIMO channel.

## I. INTRODUÇÃO

A estratégia de relaxação semi-definida pode resolver uma série de problemas além daqueles inerentes aos sistemas de comunicação digitais [1], [2]. Porém, vem se destacando no cenários relativos à detecção/decodificação de informação por obter resultados bastante promissores, i.e., próximos ao detector ótimo ML (*maximum-likelihood*) [2], porém com

complexidade polinomial. O uso proibitivo do ML se deve ao fato deste resultar em complexidade exponencial com o aumento da dimensão do problema. Desta forma, torna-se inviável sua utilização em aplicações de tempo real em sistemas de múltiplo acesso por divisão de código (CDMA) multitaxas, visto que atualmente os requisitos/características de serviços em sistemas 3G incluem maior qualidade de voz e alta taxa de transmissão de dados. A grande vantagem do SDR se dá na sua complexidade polinomial e independente do nível de SNR (*signal-to-noise ratio*).

O uso do detector SDR na detecção em ambientes de múltiplo acesso por divisão de código (CDMA - *code division multiple access*) foi proposto em [3], [4]. Recentemente, tem havido um grande interesse de aplicação em sistemas e canais com múltiplas antenas transmissoras e receptoras (MIMO). Os primeiros trabalhos de detecção SDR em canais MIMO utilizaram baixas ordens de modulação, como BPSK (*binary phase-shift keying*) [3], [4], sendo os mais recentes esforços direcionados na avaliação de desempenho do SDR sob constelações  $M$ -QAM ( $M$ -*ary quadrature amplitude modulation*) de alta ordem [5]–[8] e canais com desvanecimento. Porém, a maioria dos trabalhos na literatura investiga o detector SDR com estimativas perfeitas dos parâmetros de canal (PCSI - *perfect channel state information*).

O método da estimação por máxima verossimilhança [9] tem sido amplamente utilizado em problemas de estimação, em geral obtendo estimadores consistentes e eficientes, particularmente para problemas de estimação dos coeficientes de canal de rádio móvel. Já a estimação Bayesiana [10] consiste de métodos probabilísticos recursivos para a previsão e atualização dos estados de um sistema a partir de uma base de conhecimento. A metodologia Bayesiana é uma ótima ferramenta para os problemas de estimação de estado de canal, consistindo na reconstrução da função densidade de probabilidade (*pdf*) de estado dos coeficientes de canal com base em informações disponíveis, tais como a informação transmitida e o sinal recebido no receptor.

Em [11] é proposto um método de estimação para os principais parâmetros de canal (coeficientes e atraso), baseando na metodologia de máxima verossimilhança, a qual consiste em encontrar um vetor que maximiza a função de resposta do canal levando em conta tanto a sequência de espalhamento como os bits transmitidos de todos os usuários DS/CDMA sujeitos a canais multipercurso SISO (*single-input single-output*). O espaço de busca do vetor ótimo é então reduzido a partir da utilização do algoritmo genético (GA).

Este trabalho enfatiza a análise de desempenho do SDR com estimativas dos coeficientes de canal obtidas através da técnica Bayesiana por filtragem de partículas (*Particle Filter - PF*). Além de medidas de desempenho, são também avaliados

Este trabalho foi parcialmente financiado pela CAPES (bolsa DS), CNPq (303426/2009-8) e FAP-Araucária (045/2007).

Alex Miyamoto Mussi, Rafael de Oliveira Ribeiro e Taufik Abrão, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil, E-mails: alexmussi@gmail.com, rafael.rib87@gmail.com, taufik@uel.br.

P. J. E. Jeszensky, Depto. de Telecomunicações e Controle, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo; pjj@lcs.poli.usp.br.

os impactos na complexidade quando do uso do estimador PF.

O restante deste trabalho está dividido em seis partes. Na Seção II descreve-se o modelo de sistema e do canal MIMO. Uma revisão do método de estimação Bayesiana por filtragem de partículas e princípios da detecção SDR são apresentados na Seção III e IV, respectivamente. Resultados numéricos de simulação para o detector-estimador SDR-PF analisado sob várias condições de operação de sistema são discutidas na Seção V. Análise de complexidade, em termos da número de operações necessárias, é discutida na Seção VI. Por fim, as principais conclusões deste trabalho estão organizadas na Seção VII.

## II. MODELO DE SISTEMA

Considere um sistema MIMO uniusuário com  $M$  antenas transmissoras e  $N$  antenas receptoras, sendo  $N \geq M$ . Após modulação, um dos  $M$  possíveis símbolos QPSK com período  $T_s$ , i.e.,  $s_m \in \{\pm 1 \pm j\}$ , é transmitido pelas  $M$  antenas transmissoras simultaneamente. O sinal modulado e transmitido se propaga através do canal MIMO sem fio para alcançar cada uma das  $N$  antenas receptoras. Denota-se o coeficiente de ganho de canal de uma antena transmissora  $m$  até uma antena receptora  $n$  por  $h_{n,m}$ . Considerando um modelo em banda-base de tempo discreto para um canal MIMO com desvanecimento Rayleigh plano, o sinal à entrada da  $n$ -ésima antena receptora é dado por:

$$y_n = \sum_{m=1}^M h_{n,m} s_m + v_n \quad (1)$$

sendo  $v_n$  o ruído aditivo branco Gaussiano complexo com média zero e amostras independentes com:

$$\mathbb{E}[v_n^2] = N_0 = \frac{ME_s}{\gamma} \quad (2)$$

sendo  $E_s$  a energia média dos símbolos transmitidos e  $\gamma$  é a SNR média por antena receptora. Os coeficientes de canal  $h_{n,m}$ ,  $\forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$  e  $\forall m \in \{1, 2, \dots, M\}$  podem ser expressos por:

$$h_{n,m} = \beta_{n,m} e^{j\phi_{n,m}} \quad (3)$$

sendo o módulo  $\beta_{n,m}$  modelado através de uma distribuição estatística de Rayleigh, enquanto que a fase  $\phi_{n,m}$  por uma distribuição uniforme no intervalo  $(0, 2\pi]$ . Adicionalmente, adotou-se a hipótese de canal suficientemente lento de forma que não há alteração significativa nos valores dos coeficientes de canal em  $\approx 10T_s$ .

Os sinais recebidos nas  $N$  antenas receptoras são convenientemente reescritos, a partir de (1), na forma vetorial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{v} \quad (4)$$

sendo  $\mathbf{y}$  o vetor recebido  $N \times 1$ ;  $\mathbf{H}$  representa a matriz  $N \times M$  do canal MIMO;  $\mathbf{s}$  é o vetor dos símbolos transmitidos de dimensão  $M \times 1$  e  $\mathbf{v}$  é o vetor de ruído aditivo branco Gaussiano complexo  $N \times 1$ .

Ganho de diversidade espacial, temporal e de multiplexação são figuras de mérito inerentes aos sistemas MIMO. Melhorar tais figuras de mérito tem motivado intensos estudos no intuito de aumentar sua eficiência em termos desempenho  $\times$

complexidade. O ganho de diversidade é comumente expresso pela inclinação da reta tangente à curva de desempenho BER na região de alto SNR ( $\gamma \rightarrow \infty$ ):

$$d = - \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{\Delta \log P_e(\gamma)}{\Delta \log \gamma}$$

sendo  $P_e(\cdot)$  a probabilidade de erro.

### A. Erros nas Estimativas dos Coeficientes de Canal

Neste trabalho, para efeito de comparação, também é empregada a estimativa imperfeita dos coeficientes de canal (ICSI - *imperfect channel state information*). A matriz dos coeficientes de canal com erros agregados nas estimativas pode ser reescrita como:

$$\mathbf{H}', \quad \text{cujos elementos} \quad H'_{n,m} = \beta'_{n,m} e^{j\phi'_{n,m}} \quad (5)$$

sendo  $n = 0, \dots, N-1$  e  $m = 0, \dots, M-1$ . Assim, adotando-se erros percentuais no módulo,  $e_{\text{mod}}^{\%}$ , e na fase,  $e_{\text{ph}}^{\%}$ , dos coeficientes de canal seguindo distribuições uniforme, tem-se:

$$\beta'_{n,m} \sim \mathcal{U} \left[ \beta_{n,m} \left( 1 - \frac{e_{\text{mod}}^{\%}}{100} \right), \beta_{n,m} \left( 1 + \frac{e_{\text{mod}}^{\%}}{100} \right) \right] \quad (6)$$

$$\phi'_{n,m} \sim \mathcal{U} \left[ \phi_{n,m} \left( 1 - \frac{e_{\text{ph}}^{\%}}{100} \right), \phi_{n,m} \left( 1 + \frac{e_{\text{ph}}^{\%}}{100} \right) \right] \quad (7)$$

## III. FILTRO DE PARTÍCULAS

O filtro de partículas Bayesiano (PF) é uma técnica baseada na metodologia seqüencial de Monte Carlo, tendo como objetivo o cálculo recursivo das distribuições de probabilidades utilizando os conceitos de amostragem por importância bem como da aproximação destas distribuições de probabilidade.

Esta técnica era limitada a algumas utilizações devido à sua complexidade computacional elevada, porém com os avanços tecnológicos nos últimos anos, a filtragem por partículas tem se tornado uma área de pesquisa muito atrativa.

O método utilizado neste trabalho é o *Bootstrap Particle Filter* - BPF. Esta metodologia é uma das primeiras implementações práticas de filtragem sendo uma das mais viáveis de todas as técnicas aplicadas ao PF devido à sua simplicidade em relação ao número de partículas ( $N_s$ ) [12], [13].

Um dos grandes problemas com os algoritmos de amostragem por importância é a degeneração dos pesos das partículas, a qual deve ser evitada ou resolvida rapidamente. Isso ocorre devido às flutuações dos pesos em função da evolução das iterações.

Logo, é impossível evitar esta degradação, sendo então necessário introduzir mecanismos capazes de resolvê-la, pois essa degeneração implica que um grande esforço computacional é dedicado à atualização das partículas cuja contribuição para a distribuição *a posteriori* é desprezível.

### A. Reamostragem em PF

Para evitar esse processo de degeneração das partículas, deve-se realizar o processo da reamostragem. Este processo consiste em selecionar novas posições das partículas de tal forma a reduzir a discrepância entre os pesos reamostrados das partículas com base em sua probabilidade de aceitação. Partículas de baixa probabilidade (pequenos pesos) são removidas e as de alta probabilidade (pesos grandes) são mantidas e replicadas.

A reamostragem diminui a degeneração das partículas, mas pode apresentar alguns problemas como a perda na diversidade, devido ao fato das amostras serem provenientes de uma distribuição discreta ao invés de uma distribuição contínua.

Para a realização da reamostragem foi utilizado a técnica multinomial que de acordo com [14] apresenta baixa complexidade e aliada a técnica *bootstrap*, permite obter um desempenho satisfatório com o estimador BPF.

## IV. DETECTOR SDR

O detector SDR é baseado na relaxação convexa de um dado problema, em que este é simplificado através de uma expansão da região de aplicabilidade (*feasible set*) usando uma relaxação de algumas restrições. A solução estimada para um dado problema é então obtida mapeando-se a solução do problema convexo otimizado no problema real. Este mapeamento geralmente é feito através de estratégias simples como a aproximação *rank-1* ou técnicas de randomização. Recentemente, foi mostrado na literatura que técnicas de randomização atingem melhores compromissos desempenho  $\times$  complexidade [2], [15].

A grande motivação do detector SDR advém do fato deste ser capaz de encontrar soluções próximas ao detector ML, porém em tempo polinomial. Além disso, quando modelado na forma descrita da Eq. (1), com  $v_n$  amostras de ruído Gaussianos complexos independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) e sob a condição de sobredeterminação ( $N \geq M$ ), o detector SDR pode atingir o mesmo ganho de diversidade do detector ML, i.e.,  $\approx N/2$ . Ou seja, na região de alta SNR o detector SDR terá uma probabilidade de erro de símbolo que decai na mesma taxa que o detector ML ótimo [16].

Demonstra-se que o problema ML em cenários MIMO pode ser descrito na forma discreta da Eq. (8). Este problema é bastante complexo, pois, trata-se de um problema do tipo NP-completo, ou seja, a solução não é realizável em tempo polinomial.

$$\hat{s}_{ML} = \min_{s \in \{\pm 1 \pm j\}^M} \|y - \mathbf{H}s\|^2 \quad (8)$$

No entanto, computacionalmente, torna-se mais conveniente modelar o problema de otimização complexo de (8) em um problema de valores reais, embora tal conversão acarrete a duplicação na dimensão do problema; reescrevendo-se (1) tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Re\{y\} \\ \Im\{y\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re\{\mathbf{H}\} & -\Im\{\mathbf{H}\} \\ \Im\{\mathbf{H}\} & \Re\{\mathbf{H}\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re\{s\} \\ \Im\{s\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Re\{v\} \\ \Im\{v\} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Considerando-se:

$$\text{sendo: } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = [s^T 1]^T$$

e introduzindo-se a variável  $\mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T$ . O problema da detecção ML pode ser solucionado resolvendo-se o seguinte problema de otimização equivalente:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}, \mathbf{x}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L}\mathbf{X}) \\ \text{s.t.} \quad & \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e}; \quad \mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T \\ & \mathbf{X} \text{ é } \textit{rank} \ 1 \end{aligned} \quad (10)$$

sendo  $\mathbf{e}$  um vetor unitário.

Observe que o problema de otimização em (10) é ainda não-convexo (característica *rank 1* de  $\mathbf{X}$  [17]) e equivalente ao problema da detecção ML da Eq. (8), no sentido de que sabendo-se a solução de um dos problemas, pode-se facilmente calcular a solução para o outro. Infelizmente, ambos constituem problemas do tipo np-completo. No entanto, a componente que faz com que o problema em (10) seja muito complexo é mais explícita do que em (8). Mais precisamente, sem a restrição *rank-1* em  $\mathbf{X}$ , o problema em (10) seria convexo [17]. A técnica usada no detector SDR baseia-se na relaxação da restrição de *rank-1*. Desta forma, o problema de otimização é reescrito em sua versão relaxada como:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L}\mathbf{X}) \\ \text{s.t.} \quad & \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e}; \quad \mathbf{X} \succeq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

onde  $\mathbf{X} \succeq 0$  indica que  $\mathbf{X}$  é simétrico e positivamente semi-definido. O detector SDR analisado neste trabalho baseia-se na solução do problema dado na Eq. (11). Como este problema é convexo, pode ser resolvido em tempo polinomial, o que é a principal vantagem deste tipo de detector, usando técnicas como o método elipsóide ou método dos pontos interiores (IP). Este método tem se mostrado mais eficiente na solução do problema de detecção relaxado. O algoritmo para resolução de (11) utilizado neste trabalho baseia-se em [1], [17].

Há diversos métodos que mapeiam a solução do problema convexo em uma solução estimada para o problema não-convexo, como por exemplo, a aproximação *rank-1* ou técnicas de randomização, ambas utilizadas neste trabalho.

1) *Aproximação rank-1*: Fornece uma solução para o problema não-convexo,  $\mathbf{x}^*$ , proveniente da solução encontrada para o problema convexo,  $\mathbf{X}^*$ . Como  $\mathbf{X}^* = \mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}$ , caso  $\mathbf{X}^*$  tenha posto 1, o vetor-solução  $\mathbf{x}^*$  será único e ótimo tanto para problema convexo quanto o não-convexo. Contudo, se o *rank* for maior que 1, o vetor-solução não é obtido de forma imediata. Com a aproximação *rank-1*, assume-se que toda solução  $\mathbf{X}^*$  é *rank 1*. O algoritmo utilizado neste trabalho é baseado em [15] e reproduzido no Algoritmo 1

2) *Randomização*: Neste trabalho foi utilizado o procedimento de randomização baseado em [18] e reproduzido no Algoritmo 2.

## V. RESULTADOS NUMÉRICOS DE SIMULAÇÃO

As simulações realizadas neste trabalho seguem o método Monte Carlo (MCS - *Monte Carlo simulation*) sob canais Rayleigh plano e modulação QPSK. Para o algoritmo do estimador BPF adotou-se  $N_s = 300$  partículas, sendo um valor de compromisso, visto que com 300 partículas, o estimador BPF atinge um desempenho satisfatório com a manutenção

**Algoritmo 1** Aproximação *rank-1*

- 1) Decomposição em autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\mathbf{q}$ ):  

$$\mathbf{X}^* = \sum_{i=0}^M \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T$$
- 2) Encontra-se o maior autovalor:  $k = \arg \max_i \lambda_i$
- 3) Toma-se  $\mathbf{x}^*$  como sendo a função sinal do autovetor associado ao maior autovalor:  $\mathbf{x}^* = \text{sgn}(\mathbf{q}_k)$
- 4) A estimativa para os símbolos transmitidos é obtida através do vetor  $\mathbf{x}^*$  com exceção da última posição:  

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{x}_i^* \quad i = 0, \dots, 2M - 1$$

**Algoritmo 2** Randomização

- 1) Decomposição em autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\mathbf{q}$ ):  

$$\mathbf{X}^* = \sum_{i=0}^{2M} \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T$$
- 2) Obtém-se  $\mathbf{v}_i = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{q}_i \quad i = 0, \dots, 2M$
- 3) Escolha de  $k | \mathbf{v}_k \equiv$  maior autovalor:  $k = \arg \max_i \|\lambda_i\|$
- 4) Define a distribuição:
 
$$\Pr\{x_i = +1\} = (1 + v_{ki})/2 \quad (12)$$

$$\Pr\{x_i = -1\} = (1 - v_{ki})/2$$
- 5) Geram-se  $S_{\text{rand}}$  vetores amostras i.i.d.  $\bar{\mathbf{x}}_l, l = 0, \dots, S_{\text{rand}} - 1$ ; cada posição  $\bar{x}_{li}, i = 0, \dots, 2M$ , é obtida via (12).
- 6) Para as  $S_{\text{rand}}$  amostras determina-se  $\bar{\mathbf{x}}_l = -\bar{\mathbf{x}}_l$  se a  $M$ -ésima posição do vetor  $\bar{\mathbf{x}}_l$  for igual a  $-1$ .
- 7) Calcula-se:  $p = \arg \min_l \bar{\mathbf{x}}_l^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_l$
- 8) Toma-se  $\mathbf{x}^* = \bar{\mathbf{x}}_p$ .
- 9) Estimativa final símbolos:  $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{x}_i^* \quad i = 0, \dots, 2M - 1$

da complexidade computacional em um patamar factível [19]. Por sua vez, o algoritmo de randomização do SDR foi ajustado para operar com 150 amostras. Este valor está de acordo com análise em [15].

A Fig. 1 mostra o desempenho do detector SDR  $2 \times 2$  com uso da estratégia de aproximação *rank-1* e estimação dos coeficientes de canal através do BPF, PCSI e ICSI. Observe-se que o detector SDR com aproximação *rank-1* e PCSI não atinge desempenho quase-ótimo (ML), enquanto que, utilizando-se randomização com 150 amostras o desempenho atingido pelo SDR torna-se muito próximo ao do ML, conforme sugerido em [15]. Na região de baixa SNR (abaixo de 8dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF é marginalmente inferior ao do detector SDR com ICSI com erros de 10% ou 15% em módulo e fase, com distribuição estatística conforme (6) e (7), respectivamente. Na região de média-alta SNR (acima de 14dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF torna-se superior em relação ao SDR com ICSI da ordem de 12%. O ganho de diversidade do detector  $2 \times 2$  SDR com PCSI resultou em  $d \approx 1,3$ . Este mesmo ganho de diversidade foi obtido com o uso do detector-estimador  $2 \times 2$  SDR-BPF ou com SDR e ICSI na faixa de 10%, embora o SDR com ICSI na faixa de 15% de erros na estimação do módulo e fase dos coeficientes tenha resultado um leve redução no ganho de diversidade ( $d \approx$

0,9). Estes resultados demonstram simultaneamente robustez e qualidade da detecção e estimativas dos coeficientes do algoritmo SDR-BPF quando se utiliza 2 antenas transmissoras e receptoras. Adicionalmente, analisando-se o desempenho do detector-estimador SDR-BPF em comparação com o SDR e estimativas perfeitas (PCSI), nota-se que um pequeno *gap* de desempenho aproximadamente constante nas regiões de baixa, média e alta SNR, porém sem degradação na ordem de diversidade.

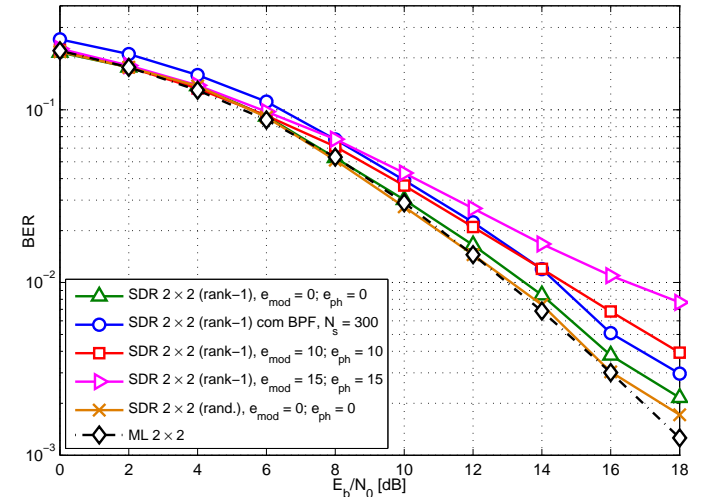


Fig. 1. SDR MIMO  $2 \times 2$  utilizando estratégia de aproximação *rank-1* com uso do estimador BPF em comparação com estimativas perfeitas e imperfeitas dos coeficientes de canal.

Incrementando-se o número de antenas, a Fig. 2 mostra o desempenho do detector SDR  $4 \times 4$  com uso da estratégia de randomização com 150 amostras e estimação dos coeficientes de canal através do BPF, PCSI e ICSI. Na região de baixa-média SNR (abaixo de 10dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF é marginalmente inferior ao alcançado pelo detector SDR com estimativas perfeitas (PCSI), resultando em praticamente na mesma ordem de diversidade (*gap* aproximadamente constante para toda faixa de SNR). Por sua vez, na região de SNR acima de 15dB, o desempenho do SDR-BPF torna-se superior ao SDR-ICSI com erros de 10% em módulo e fase, indicando que nesta região de SNR, o erro nas estimativas dos coeficientes cometido pelo algoritmo BPF é inferior a 10%. Ressalte-se mais uma vez que o uso do estimador BPF não trouxe perda da ordem de diversidade, diferentemente do desempenho SDR com erros nas estimativas do módulo e fase uniformemente distribuídos no intervalo  $\pm 10\%$  em torno do valor verdadeiro, o qual acarreta uma redução da ordem de diversidade na região de média e alta SNR (acima de 10dB). O ganho de diversidade do detector SDR com PCSI foi da ordem de  $d \approx 4$ , com o uso do estimador BPF obteve-se  $d \approx 3,2$ . Quando há ICSI com erros de 10% em módulo e fase, o ganho de diversidade foi de  $d \approx 1,9$  e com erros de 15% foi obtido  $d \approx 1,2$ .

## VI. ANÁLISE DE COMPLEXIDADE

Neste trabalho é realizada a análise de complexidade computacional em termos de “operações reais”. Considera-se aqui que uma “operação real” equivale à complexidade de uma

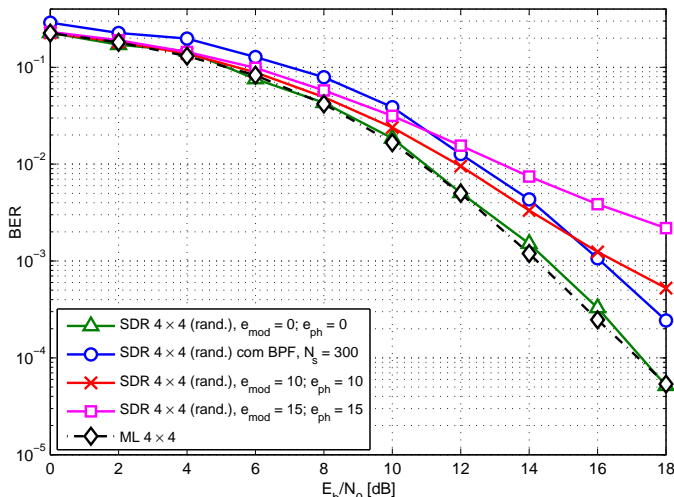


Fig. 2. SDR MIMO 4x4 utilizando estratégia de randomização (150 amostras) com uso do estimador BPF em comparação com estimativas perfeitas e imperfeitas dos coeficientes de canal.

multiplicação, divisão, adição ou subtração real. Todos os números complexos e outras operações são transformadas ou aproximadas considerando estas quatro operações reais básicas. Uma multiplicação e divisão complexas equivalem, respectivamente, a seis e onze operações reais. Cada adição ou subtração complexa equivale a duas operações reais.

A Tab. I traz a complexidade das técnicas de aproximação rank-1 e randomização para o detector SDR. Na Tab. II tem-se a complexidade computacional do estimador BPF com amostragem multinomial. Note-se que o detector SDR resulta em uma complexidade preponderante de  $\mathcal{O}(M^3)$ , enquanto o estimador BPF apresenta uma complexidade de ordem quadrática  $\mathcal{O}(MN)$  ou  $\mathcal{O}(M^2)$  quando  $M = N$ , conforme adotado nas simulações deste trabalho. A Tab. III mostra a complexidade computacional total do conjunto detector-estimador SDR-BPF para as duas aproximações. Tal complexidade, para ambas aproximações, resulta da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$ , devido a complexidade cúbica do detector SDR. Uma análise mais detalhada da complexidade pode ser encontrada em [15], onde demonstra-se que o cálculo de autovetores e autovalores são operações preponderantes na determinação da ordem cúbica de complexidade do SDR.

TABELA I

COMPLEXIDADE PARA AS APROXIMAÇÕES EMPREGADAS NO SDR

	Operações Reais
Aproximação rank-1	$16M^3 + 12M^2 + \frac{32}{3}M + 1$
Randomização	$16M^3 + 16M^2 + \frac{50}{3}M + 3 + (6M^2 + 24M + 11) \cdot S_{\text{rand}}$

TABELA II

COMPLEXIDADE DO ESTIMADOR BPF

	Operações Reais
Estimador BPF	$MN(533N_s)$

VII. CONCLUSÕES

O estimador BPF em conjunto com o detector SDR sob canais MIMO  $2 \times 2$  e  $4 \times 4$  mostrou-se bastante promissor, resultando em erros nas estimativas dos coeficientes inferior a 10% (para o módulo e fase) nas regiões de média e alta SNR.

TABELA III

COMPLEXIDADE DO DETECTOR-ESTIMADOR SDR-BPF

	Operações Reais
SDR-BPF + Aprox. rank-1	$16M^3 + 12M^2 + M(533NN_s + \frac{32}{3}) + 1$
SDR-BPF + Randomização	$16M^3 + 16M^2 + 3 + M(533NN_s + \frac{50}{3}) + (6M^2 + 24M + 11) \cdot S_{\text{rand}}$

Adicionalmente, o SDR-BPF atingiu ordem de diversidade muito próxima da ideal para ambos canais MIMO analisados.

Em complemento ao promissor desempenho obtido quando do uso do estimador BPF, sua complexidade computacional não se tornou preponderante frente ao detector SDR, uma vez que a complexidade computacional das estratégias de aproximação rank-1 ou randomização do SDR são da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$ , enquanto que o estimador BPF apresenta complexidade da ordem de  $\mathcal{O}(M^2)$  quando  $M = N$ .

REFERÊNCIAS

- [1] C. Helmberg, F. Rendl, R. J. Vanderbei, and H. Wolkowicz, "An interior-point method for semidefinite programming," 2005.
- [2] Z. quan Luo, W. kin Ma, A.-C. So, Y. Ye, and S. Zhang, "Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 27, no. 3, pp. 20–34, 2010.
- [3] P. H. Tan and L. Rasmussen, "The application of semidefinite programming for detection in cdma," *IEEE Journal Selected Areas in Communications*, vol. 19, no. 8, pp. 1442–1449, 2001.
- [4] W.-K. Ma, T. Davidson, K. M. Wong, Z.-Q. Luo, and P.-C. Ching, "Quasi-maximum-likelihood multiuser detection using semi-definite relaxation with application to synchronous cdma," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, no. 4, pp. 912–922, 2002.
- [5] A. Wiesel, Y. Eldar, and S. Shitz, "Semidefinite relaxation for detection of 16-qam signaling in mimo channels," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 12, no. 9, pp. 653–656, 2005.
- [6] Z. Mao, X. Wang, and X. Wang, "Qam-mimo signal detection using semidefinite programming relaxation," in *IEEE GLOBECOM '07*, 2007, pp. 4232–4236.
- [7] W.-K. Ma, C.-C. Su, J. Jalden, T.-H. Chang, and C.-Y. Chi, "The equivalence of semidefinite relaxation mimo detectors for higher-order qam," *IEEE Journal Selected Topics in Signal Processing*, vol. 3, no. 6, pp. 1038–1052, 2009.
- [8] A.-C. So, "On the performance of semidefinite relaxation mimo detectors for qam constellations," in *ICASSP'09*, 2009, pp. 2449–2452.
- [9] P. J. G. Guimarães, "Estimativa de parâmetros de canal para ds-cdma baseada na decomposição em subespaços," Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.
- [10] F. C. A. Santos, "Introdução ao filtro de partículas," Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Tech. Rep., 2009.
- [11] F. D. N. Ciriaco, T. Abrao, A. F. T. Toledo, and P. J. E. Jeszensky, "Jointly multi-user detection and channel estimation with genetic algorithm," *Wireless Communication and Mobile Computing*, 2009.
- [12] J. V. Candy, "Bootstrap particle filter," *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007.
- [13] —, *Bayesian signal processing : classical, modern, and particle filtering methods*. Wiley, 2009.
- [14] R. O. Ribeiro and T. Abrao, "Estimadores bayesianos por filtragem de partícula," in *Submetido ao XXIX SBrT – Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 2011.
- [15] A. M. Mussi and T. Abrao, "Análise de detectores sdr em canais mimo," *Submetido ao XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT*, 2011.
- [16] J. Jalden and B. Ottersten, "The diversity order of the semidefinite relaxation detector," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 54, no. 4, pp. 1406–1422, 2008.
- [17] J. Jaldén, "Maximum likelihood detection for the linear MIMO channel," Ph.D. dissertation, Royal Institute of Technology, 2004.
- [18] M. Kisiailiou and Z.-Q. Luo, "Performance analysis of quasi-maximum-likelihood detector based on semi-definite programming," in *ICASSP'05*, vol. 3, 2005, pp. 433–436.
- [19] R. O. Ribeiro and T. Abrao, "Filtragem de partículas na estimação de canal em sistemas ds/cdma," *Submetido ao XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT*, 2011.