# Probabilidade de Erro de Bit em Receptor MRC com Modulação QAM sob Desvanecimento Generalizado: Parte II

Wamberto J. L. Queiroz, Marcelo S. Alencar e Francisco Madeiro

*Resumo*—Este artigo apresenta a segunda parte do estudo unificado da probabilidade de erro de bits dos esquemas de modulação M-PAM, M-QAM e R-QAM sob desvanecimento generalizado. As expressões obtidas para a BEP apresentadas na Parte I são usadas juntamente com as expressões obtidas para a função geratriz de momentos da SNR por ramo do receptor para cinco distribuições de probabilidade usadas para modelar os desvanecimentos Rayleigh, Hoyt, Rice, Nakagami e Lognormal.

Palavras-Chave—Receptor MRC, desvanecimento generalizado, M-PAM, M-QAM, R-QAM.

Abstract—This article presents the second part of the unified study of the bit error probability for the modulation schemes M-PAM, M-QAM and R-QAM under generalized fading. The expressions obtained for the BEP shown in the part I are used with the moment generating function of the SNR per bit of the *k*-th channel branch for distributions Rayleigh, Hoyt, Rice, Nakagami and Lognormal and the probability curves are presented for different values of parameters of these distributions.

*Keywords*—MRC receiver, generalized fading, M-PAM, M-QAM, R-QAM.

# I. INTRODUÇÃO

Para que se possa avaliar o desempenho de um sistema de comunicações por meio da probabilidade de erro bits é necessário conhecimento acerca do esquema de modulação digital empregado, da estrutura de recepção utilizada e sobre as características do canal de comunicações. No caso de usar esquemas de modulação QAM (Quadrature Amplitude Modulation), mostrou-se em [1] que é possível escrever as expressões da probabilidade de erro de bits (BEP - bit error probability) em termos da função geratriz de momentos (MGF - Moment Generating Function) da relação sinal-ruído (SNR signal to noise ratio) por ramo do receptor de razão máxima de combinação (MRC - maximal ratio combiner). Como a SNR por ramo do receptor MRC,  $\gamma_k$ , é diretamente proporcional ao valor quadrático da intensidade do desvanecimento, pode-se calcular a MGF de  $\gamma_k$  por meio de sua fdp (função densidade de probabilidade). A fdp de  $\gamma_k$  depende diretamente da fdp da intensidade do desvanecimento e essa, por sua vez, depende do ambiente de propagação no qual o enlace de comunicação é estabelecido.

Geralmente, o desvanecimento presente em ambientes urbanos é causado pela propagação por múltiplos percursos,

Wamberto José Lira Queiroz, Universidade Federal do Ceará, Sobral, Brasil, wamberto@ufc.br. Marcelo Sampaio de Alencar, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, Brasil, malencar@dee.ufcg.edu.br. Francisco Madeiro, Universidade de Pernambuco, Recife, Brasil, franciscomadeiro@yahoo.com.br. Os autores também estão com o Instituto de Estudos Avançados em Comunicações (Iecom), Campina Grande, Brasil. devido às reflexões da onda eletromagnética nos edifícios e obstáculos naturais. Nos canais estabelecidos no interior de prédios, essas reflexões ocorrem no teto, nas paredes e nos objetos de mobília. As variações na intensidade do sinal propagante nesses ambientes causa uma série de aprofundamentos no espectro do sinal recebido e compõem a assinatura do desvanecimento.

### II. CÁLCULO DA FUNÇÃO GERATRIZ DE MOMENTOS

Esta seção apresenta o cálculo da MGF da SNR  $\gamma_k$ para as distribuições de probabilidade Rayleigh, Hoyt, Rice, Nakagami e Lognormal, que são usadas para modelar o desvanecimento em diferentes ambientes de propagação em sistemas de comunicações. Devido à limitação de páginas, não serão apresentadas neste artigo as fdps das distribuições de probabilidade para os cinco casos de desvanecimento. É mais importante apresentar as fdps da SNR  $\gamma_k$  por ramo do receptor MRC para cada tipo de desvanecimento. Mais informações a respeito das fds dos envelopes de desvanecimento podem ser encontradas, por exemplo, em [2], [3] e [4].

## A. MGF de $\gamma_k$ para a distribuição Rayleigh

A distribuição de Rayleigh é comumente utilizada para modelar os efeitos da propagação por múltiplos percursos na intensidade do sinal transmitido em ambientes em que não há uma linha de visada entre antena transmissora e antena receptora. Por meio dessa distribuição, usada para modelar as variações do envelope  $\alpha_k$ , pode-se escrever a fdp de  $\gamma_k$  como

$$p_{\gamma_k}(\gamma_k; \overline{\gamma}_k) = \frac{1}{\overline{\gamma}_k} \exp\left(-\frac{\gamma_k}{\overline{\gamma}_k}\right), \qquad \gamma_k \ge 0, \qquad (1)$$

em que  $\overline{\gamma}_k = \log_2(M)\Omega_k \frac{E_b}{N_0}$  é a SNR média por bit no késimo ramo do canal e para o k-ésimo ramo do receptor MRC a relação sinal-ruído por bit é dada por  $\gamma_k = \log_2(M) \frac{E_b}{N_0} \alpha_k^2$ . O parâmetro  $\Omega_k$  é o valor quadrático médio da intensidade do desvanecimento.

O cálculo da MGF da variável  $\gamma_k$  para o desvanecimento Rayleigh é dado por

$$M_{\gamma_k}(t;\overline{\gamma}_k) = \int_0^\infty p_{\gamma_k}(\gamma_k;\overline{\gamma}_k) \exp(t\gamma_k) d\gamma_k$$
  
=  $\frac{1}{\overline{\gamma}_k} \int_0^\infty \exp\left(-\gamma_k \left(\frac{1}{\overline{\gamma}_k} - t\right)\right) d\gamma_k.$  (2)

Comparando essa integral com a transformada de Laplace

$$\int_0^\infty e^{-sx} dx = \frac{1}{s}, \qquad s > 0 \tag{3}$$

e identificando 
$$s \mod \left(\frac{1}{\overline{\gamma}_k} - t\right)$$
, tem-se $M_{\gamma_k}(t; \overline{\gamma}_k) = \frac{1}{1 - t\overline{\gamma}_k}.$  (4)

#### B. MGF de $\gamma_k$ para a distribuição Hoyt

A distribuição de Hoyt, conhecida como distribuição Nakagami-q, é uma função de dois parâmetros e também pode ser usada para modelar o desvanecimento  $\alpha_k$  imposto na potência do sinal captado no k-ésimo ramo do receptor MRC. Sabendo que a SNR instantânea por ramo do receptor MRC é diretamente proporcional ao quadrado da variável  $\alpha_k$  que modela a intensidade do desvanecimento, a fdp de  $\gamma_k$  passa a ser escrita como

$$p_{\gamma_k}(\gamma_k; \overline{\gamma}_k) = \frac{(1+q_k^2)}{2q_k \overline{\gamma}_k} \exp\left(-\frac{(1+q_k^2)^2 \gamma_k}{4q_k^2 \overline{\gamma}_k}\right) \times I_0\left(\frac{(1-q_k^4) \gamma_k}{4q_k^2 \overline{\gamma}_k}\right), \quad \gamma_k \ge 0,$$
(5)

em que  $I_0(\cdot)$  é a função de Bessel modificada de ordem zero e primeira espécie,  $q_k$  é o parâmetro que controla a intensidade do desvanecimento e varia de 0 a 1.

do desvanecimento e varia de 0 a 1. Fazendo as substituições  $\varphi_k = \frac{(1-q_k^2)}{2q_k}$  e  $\beta_k = \frac{1+q_k^2}{2q_k}$ , a MGF de  $\gamma_k$  pode ser escrita como

$$M_{\gamma_k}(t;\overline{\gamma}_k) = \frac{\beta_k}{\overline{\gamma}_k} \int_0^\infty I_0\left(\frac{\varphi_k\beta_k}{\overline{\gamma}_k}\gamma_k\right) \\ \times \exp\left(-\gamma_k\left(\frac{\beta_k^2}{\overline{\gamma}_k} - t\right)\right) d\gamma_k.$$
(6)

Comparando a integral em (6) com a transformada de Laplace [5], [6]

$$\int_0^\infty \mathbf{I}_0(ux)e^{-sx}dx = \left(s^2 - u^2\right)^{-1/2}, \quad 0 \le |u| < s \quad (7)$$

e realizando algumas manipulações algébricas, chega-se ao resultado

$$M_{\gamma_k}(t;\overline{\gamma}_k) = \left[ \left(\frac{\overline{\gamma}_k}{\beta_k}\right)^2 t^2 - 2\overline{\gamma}_k t + 1 \right]^{-1/2}.$$
 (8)

# C. MGF de $\gamma_k$ para a distribuição Rice

A distribuição de Rice, também conhecida como distribuição Nakagami-*n*, é geralmente usada na modelagem de desvanecimento em ambientes de propagação nos quais há uma forte componente de visada direta entre antena transmissora e receptora. Esses ambientes aparecem, por exemplo, em áreas suburbanas, como alguns bairros menos povoados, e cidades de pequeno porte, em que a antena transmissora fica bem acima da altura da maioria dos telhados. Os componentes de propagação por múltiplos percursos nesses ambientes são decorrentes de reflexões da onda eletromagnética propagante no solo e possíveis árvores e elevações de relevo e têm pouca influência na intensidade do componente de visada.

Sabendo que a SNR instantânea por ramo do receptor MRC,  $\gamma_k$ , é diretamente proporcional ao quadrado de  $\alpha_k$ , a fdp de  $\gamma_k$  pode ser escrita como

$$p_{\gamma_k}(\gamma_k; \overline{\gamma}_k) = \frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k} e^{-n_k^2} \exp\left(-\frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k}\gamma_k\right) \times I_0\left(2n_k\sqrt{\frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k}\gamma_k}\right), \quad \gamma_k \ge 0,$$
(9)

em que  $n_k$  é um parâmetro que controla a intensidade do desvanecimento e varia de 0 a  $\infty$ .

Pela referência [7], pode-se perceber que (9) é um caso especial da distribuição qui-quadrada não-central com dois graus de liberdade, obtida a partir da soma dos quadrados de duas variáveis gaussianas independentes de média não-nula. A qui-quadrada com n graus de liberdade é obtida da soma dos quadrados de n variáveis gaussianas independentes de média não-nula.

A função geratriz de momentos de  $\gamma_k$  é então dada por

$$M_{\gamma_k}(t;\overline{\gamma}_k) = \frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k} e^{-n_k^2} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k}\gamma_k\right) \\ \times I_0\left(2n_k\sqrt{\frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k}\gamma_k}\right) e^{t\gamma_k} d\gamma_k.$$
(10)

Fazendo as substituições  $u=2n_k\sqrt{\frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k}}$  e  $s=\left[\frac{(1+n_k^2)}{\overline{\gamma}_k}-t\right]$ e comparando a integral resultante com a transformada de Laplace

$$\int_0^\infty I_0(u\sqrt{x})e^{-sx}dx = \frac{e^{u^2/4s}}{s}, \qquad s > 0, \qquad (11)$$

encontra-se, após alguma manipulação algébrica, a MGF

$$M_{\gamma_k}(t;\overline{\gamma}_k) = \exp\left[-\frac{n_k^2 t \overline{\gamma}_k}{t \overline{\gamma}_k - (1+n_k^2)}\right] \cdot \left[\frac{(1+n_k^2)}{(1+n_k^2) - t \overline{\gamma}_k}\right].$$
(12)

#### D. MGF de $\gamma_k$ para a distribuição Nakagami-m

A distribuição Nakagami-*m* tem recebido considerável atenção dos pesquisadores e é bastante utilizada para modelar o desvanecimento em ambientes de propagação, tanto por englobar condições de intensidade mais fraca quanto condições de intensidade mais forte que o desvanecimento Rayleigh. Em essência, essa distribuição é um caso especial da distribuição qui-quadrada central, obtida a partir da soma de quadrados de variáveis gaussianas independentes e de média nula.

A fdp da SNR por ramo do receptor MRC,  $p_{\gamma_k}(\gamma_k; \overline{\gamma}_k)$ , obtida a partir da distribuição Nakagami, é modelada pela distribuição gama, dada por

$$p_{\gamma_k}(\gamma_k; \overline{\gamma}_k) = \frac{m_k^{m_k} \gamma_k^{m_k - 1}}{\overline{\gamma}_k^{m_k} \Gamma(m_k)} \exp\left(-\frac{m_k \gamma_k}{\overline{\gamma}_k}\right), \quad \gamma_k \ge 0,$$
(13)

em que  $\Gamma(\cdot)$  é a função gama e  $m_k$  é o parâmetro que controla a intensidade do desvanecimento no k-ésimo ramo do receptor MRC e varia de  $\frac{1}{2}$  a  $\infty$ . A MGF de  $\gamma_k$  é então dada por

$$M_{\gamma_k}(t;\overline{\gamma}_k) = \frac{m_k m_k}{\overline{\gamma}_k m_k \Gamma(m_k)} \int_0^\infty \gamma_k m_{k-1} \exp\left(-\frac{m_k \gamma_k}{\overline{\gamma}_k}\right) \times e^{t\gamma_k} d\gamma_k.$$
(14)

Agrupando os expoentes das funções exponenciais no integrando de (14), fazendo  $v = m_k - 1$  e  $s = \left(\frac{m_k}{\overline{\gamma}_k} - t\right)$ e comparando a integral resultante com a transformada de Laplace

$$\int_0^\infty x^v e^{-sx} dx = \frac{\Gamma(v+1)}{s^{v+1}}, \quad s > 0, \quad v > -1,$$
(15)

encontra-se, após alguma simplificação,

$$M_{\gamma_k}(t;\overline{\gamma}_k) = \left[1 - \frac{t\overline{\gamma}_k}{m_k}\right]^{m_k}.$$
 (16)

## E. MGF de $\gamma_k$ para a distribuição Log-normal

A distribuição log-normal é usada para modelar as variações de SNR, por símbolo do receptor MRC, em ambientes de propagação nos quais a qualidade do enlace é afetada por variações lentas na intensidade média do sinal, devido ao sombreamento causado por elevações no terreno, de árvores e prédios. A fdp da SNR por ramo do receptor,  $p_{\gamma_k}(\gamma_k; \overline{\gamma}_k)$ , é dada por

$$p_{\gamma_k}(\gamma_k; \overline{\gamma}_k) = \frac{10}{\ln 10\sqrt{2\pi}\sigma_k \gamma_k} \exp\left[-\frac{(10\log_{10}\gamma_k - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right],$$
(17)

em que  $\mu_k$  e  $\sigma_k^2$  são respectivamente a média e a variância da variável  $10\log_{10}\gamma_k$  e são dados em decibéis. O cálculo da MGF de  $\gamma_k$  é feito a partir da integral

$$M_{\gamma_k}(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[t 10^{\frac{(\sqrt{2\sigma_k v + \mu_k})}{10}}\right] e^{-v^2} dv.$$
(18)

Note que a integral dada em (18) tem a forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(v)e^{-v^2}dv \tag{19}$$

e pode ser avaliada por meio de um método clássico da análise numérica chamado de quadratura gaussiana. Nesse método, a integral é aproximada por uma série de Fourier generalizada com coeficientes dados por um polinômio ortogonal apropriado que depende do intervalo de integração [8]. Se f(v) for uma função contínua e suave em todo o intervalo de integração, a integral em (19) pode ser escrita como uma soma ponderada de polinômios de Hermite amostrados nos zeros do polinômio. Assim,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-x^2}dx = \sum_{l=0}^{n} f(x_l)w(x_l) + R_{N_p}(x), \qquad (20)$$

em que

$$w(x_l) = \frac{2^{N_p - 1} N_p! \sqrt{\pi}}{N_p^2 \left[ H_{N_p - 1}(x_l) \right]^2}.$$
 (21)

Em (21),  $H_{N_p-1}(x)$  é o polinômio de Hermite de ordem  $N_p-1$  e  $R_{N_p}(x)$  é o resto obtido ao se aproximar f(x) por uma

série de  $N_p$  termos e diminui consideravelmente para valores maiores que 10.

A partir de (20), a MGF pode ser escrita aproximadamente como

$$M_{\gamma_k}(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{l=1}^{N_p} w(x_l) \exp\left(t 10^{(\sqrt{2}\sigma_k x_l + \mu_k)/10}\right)$$
(22)

e os zeros do polinômio de ordem  $N_p$  podem ser encontrados em tabelas [6] ou algum *software*, como Maple ou Matemática.

#### **III. RESULTADOS NUMÉRICOS**

Nesta seção, os resultados são divididos em três grupos. O primeiro grupo de curvas mostra as probabilidades de erro de bit do esquema de modulação M-PAM para os cinco casos de desvanecimento discutidos. Inicialmente é interessante verificar que a probabilidade de erro de bit sob o desvanecimento Hoyt, mostrada na Fig. 1 para M = 16, N = 3 e q = 1, por exemplo, coincide exatamente com a curva da probabilidade de erro sob desvanecimento Rayleigh para M = 16 e N = 3mostrada na Fig. 4. O mesmo ocorre para os outros valores de N e é um resultado esperado porque a distribuição de Hoyt corresponde à distribuição de Rayleigh quando q = 1. Note também, pela Fig. 3 que a curva de probabilidade obtida para M = 16, N = 2 e m = 1, 0 corresponde à curva obtida para M = 16 e N = 2 no desvanecimento Rayleigh, mostrada na Fig. 4, como é de se esperar, já que a distribuição de Nakagami com m = 1 corresponde à distribuição de Rayleigh. Por fim, a curva de probabilidade obtida sob desvanecimento Rice para M = 16, N = 3 e n = 0, 0, mostrada na Fig. 5, corresponde à curva obtida sob desvanecimento Rayleigh para M = 16 e N = 3.

Especificamente, em relação ao desvanecimento Hoyt, cujas curvas são mostradas em Fig. 1, por exemplo, pode-se perceber que uma variação de q = 0,5 para q = 1,0 no parâmetro que controla a intensidade do desvanecimento Hoyt afeta pouco a probabilidade de erro de bit. Por outro lado, há um ganho de aproximadamente 5 dB na SNR quando N aumenta de 2 para 3, como se pode perceber pelas curvas correspondentes aos casos M = 16, N = 2, q = 0, 5 e M = 16, N = 3 e q = 0, 5. Em relação às curvas obtidas para o desvanecimento Log-Normal, mostrado em Fig. 2, pode-se perceber pelos casos  $M = 16, N = 1, \sigma = 10 \text{ dB e } M = 16, N = 1 \text{ e } \sigma = 20 \text{ dB}$ que há um aumento na probabilidade de erro de bit quando o parâmentro  $\sigma$  aumenta de 10 dB para 20 dB. Por outro lado, há uma diferença na SNR superior a 15 dB para que se possa manter a probabilidade de erro em  $10^{-2}$ , por meio do aumento de N de 1 para 3, sob um desvio padrão  $\sigma$  de 10 dB, como pode ser visto pelas curvas correspondentes aos casos em que  $M = 16, N = 1, \sigma = 10 \text{ dB e } M = 16, N = 3 \text{ e } \sigma = 10 \text{ dB}.$ 

Em relação ao desvanecimento Nakagami, percebe-se que há uma variação na probabilidade de erro de bit quando o parâmetro m aumenta de m = 0, 5, que é o valor mínimo atingível por esse parâmetro na distribuição Nakagami, até m = 1, 0, correspondendo ao desvanecimento Rayleigh. Percebe-se pela Fig. 3 que um aumento de aproximadamente 3,75 dB na relação sinal-ruído faz com que a probabilidade de erro de bit fique constante em  $10^{-2}$  quando N aumenta de 2

para 3, como mostrado nas curvas correspondentes aos casos M = 64, N = 2, m = 1,0 e M = 64, N = 3 e m = 1,0.



Fig. 1. Probabilidade de erro de bit do esquema M-PAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Hoyt.



Fig. 2. Probabilidade de erro de bit do esquema M-PAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Lognormal.

O segundo grupo de curvas foi obtido para o esquema de modulação M-QAM quadrado. Nesse esquema, um dos fatores que influenciam a probabilidade de erro de bit é o tamanho da constelação. Quanto maior a constelação, maior é a probabilidade de erro, apesar de constelações maiores propiciarem maiores taxas de transmissão de bits. De modo semelhante ao conjunto de curvas obtidas para a modulação M-PAM, pode-se verificar, por exemplo, que a probabilidade de erro de bit, por ramo do receptor, referente ao caso de desvanecimento Hoyt com M = 16, N = 1 e q = 0,5é a mesma que a probabilidade referente ao desvanecimento Rayleigh com M = 16, N = 1 em uma SNR de 20 dB. A mesma similaridade com o desvanecimento Rayleigh pode ser percebida em relação ao desvanecimento Rice com n = 0, 0. Embora esse comportamento seja esperado, ele é ressaltado para mostrar que a avaliação numérica está correta.

Em todos os casos apresentados para a modulação M-QAM, percebe-se que o grau de diversidade do receptor tem um considerável impacto nas curvas de probabilidade de erro de bit e, mesmo nos casos em que a intensidade do desvanecimento é mais elevada, um ganho de diversidade pelo acréscimo de apenas um ramo no receptor fornece uma acentuada redução



Fig. 3. Probabilidade de erro de bit do esquema M-PAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Nakagami.



Fig. 4. Probabilidade de erro de bit do esquema M-PAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Rayleigh.

na probabilidade de erro, como pode ser verificado em todos os casos de desvanecimento analisados. Entre os cinco casos de desvanecimento apresentados para o conjunto de curvas referente ao esquema M-QAM, o desvanecimento que impôs os maiores erros foi o desvanecimento log-normal para M = 64, como pode ser visto pela Fig. 7. Nesses casos, usar apenas três ramos no receptor pode não ser suficiente para garantir probabilidades de erro de bit apropriadas.

O terceiro conjunto de curvas é apresentado para o esquema R-QAM, conhecido também como QAM retangular, que é a estrutura de constelação mais geral entre as três utilizadas neste trabalho e que apresenta praticamente a mesma sensibilidade, em relação ao desvanecimento, que a constelação QAM quadrada. Do mesmo modo que nas constelações anteriores, uma maior quantidade de símbolos diminui a distância euclidiana entre eles e, conseqüentemente, eleva a taxa de ocorrência de erros. Em casos de desvanecimento mais intenso, como o desvanecimento Rayleigh, as probabilidades de erro são maiores nas constelações maiores e o acréscimo de mais ramos ao receptor garante o retorno da probabilidade de erro a níveis apropriados. As curvas de probabilidade de erro para o desvanecimento Rayleigh, Nakagami, Hoyt e Rice são mostradas nas Figs. 10, 11, 12 e 13 respectivamente.



Fig. 5. Probabilidade de erro de bit do esquema M-PAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Rice.



Fig. 6. Probabilidade de erro de bit do esquema M-QAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Hoyt.

# CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentadas expressões para a função geratriz de momentos da variável aleatória  $\gamma_k$  que modela a SNR por bit para o k-ésimo ramo de um receptor MRC, sob ação de cinco casos de desvanecimento comumente encontrados nos modelos de propagação modernos. As MGFs obtidas devem ser usadas em conjunto com as expressões de BEP obtidas na parte I deste artigo [1] e permitem que a probabilidade de erro de bit seja numericamente avaliada por meio de um software matemático apropriado, como o Maple. As expressões obtidas para a BEP, por ramo do receptor, em função da SNR média por ramo,  $\overline{\gamma}_k$ , foram expressas em termos da integral da MGF da SNR instantânea,  $M_{\gamma}(t; \overline{\gamma})$ , no intervalo  $[0, \pi/2]$ . A vantagem dessa abordagem é que ela pode ser aplicada a qualquer tipo de desvanecimento, e as integrais, mesmo que não forneçam expressões exatas, podem ser avaliadas numericamente. Foram exemplificados os cálculos de expressões da MGF para cinco casos diferentes de desvanecimento e seu uso nas expressões da BEP é feito substituindo a variável t por um parâmetro apropriado que depende da modulação.

# REFERÊNCIAS

 W. J. L. Queiroz, M. S. Alencar, and F. Madeiro. Probabilidade de erro de bit em receptor MRC com modulação QAM sob desvanecimento



Fig. 7. Probabilidade de erro de bit do esquema M-QAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Lognormal.



Fig. 8. Probabilidade de erro de bit do esquema M-QAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Rayleigh.



Fig. 9. Probabilidade de erro de bit do esquema M-QAM para diferentes valores de M, em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Rice.



Fig. 10. Probabilidade de erro de bit do esquema R-QAM para diferentes valores de  $I \in J$ , em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Rayleigh.



Fig. 11. Probabilidade de erro de bit do esquema R-QAM para diferentes valores de  $I \in J$ , em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Nakagami.

generalizado: Parte I. In Anais do XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Setembro 2008.

- [2] M. S. Alouini and A. J. Goldsmith. A unified approach for calculating error rates of linearly modulated signals over generalized fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 47(9):1324–11334, September 1999.
- [3] M. S. Alecar. Telefonia Celular. Ed. Érica, 2004.
- [4] M. D. Yacoub. Foundations of Mobile Radio Engeneering. CRC press, Inc., second edition, 1993.
- [5] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. Table of Integrals, Series and Products. CA Academic, 5ht ed., San Diego, 1994.
- [6] M. Abramowitz and I. A. Stegun. Handbook of Mathematical Functions. Dover publications, Inc., New York, 1970.
- [7] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, New York, 3 edition, 1995.
- [8] K. Pomorski. Gauss-Hermite approximation formula. *Computer Physics Communications*, 174(3):181–186, February 2006.
- [9] C. Kim, Y. Kim, G. Jeong, and H. Lee. BER analysis of QAM with MRC space diversity in Rayleigh fading channels. In *in Proc. IEEE Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Communications (PIMRC'95)*, pages 482–485, Toronto, ON, Canada, September 1995.
- [10] K. Cho and D. Yoon. On the general BER expression of one and two dimensional amplitude modulations. *IEEE Transactions on Communications*, 50(7):1074–1080, 2002.
- [11] J. Lu, T. T. Tjhung, and C. C. Chai. Error probability performance of L-branch diversity reception of MQAM in Rayleigh fading. *IEEE Transactions on Communications*, 46:179–181, February 1998.
- [12] G. Femenias and I. Furió. Dual MRC diversity reception of TCM-MPSK signals over Nakagami fading channels. *Electronics Letters*, 32:1752– 1754, September 1996.
- [13] J. Lu, K. B. Lefaief, J. C. Chuang, and M. L. Liou. M-PSK and M-QAM BER computation using signal-space concepts. *IEEE Transactions on Communications*, 47(2):181–184, 1999.
- [14] L. L. Yang and L. Hanzo. A recursive algorithm for error probability



Fig. 12. Probabilidade de erro de bit do esquema R-QAM para diferentes valores de  $I \in J$ , em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Hoyt.



Fig. 13. Probabilidade de erro de bit do esquema R-QAM para diferentes valores de  $I \in J$ , em função da relação sinal-ruído média por ramo do receptor, sob desvanecimento Rice.

evaluation of M-QAM. *IEEE Communications Letters*, 4(10):304–306, 2000.

- [15] P. M. Fortune, L. Hanzo, and R. Steele. On the computation of 16-QAM and 64-QAM performance in Rayleigh-fading channels. *IEICE Transactions on Communications*, E75B(6):466–475, 1992.
- [16] M. G. Shayesteh and A. Aghamohammadi. On the error probability of linearity of modulated signals on frequency-flat Ricean, Rayleigh and AWGN channels. *IEEE Transactions on Communications*, 43(2):1454– 1466, 1995.
- [17] G. K. Karagiannidis. On the symbol error probability of general order rectangular QAM in Nakagami-m fading. *IEEE Communications Letters*, 10(11):745–747, November 2006.
  [18] A. Conti, M. Z. Win, and M. Chiani, Slow adaptive M-QAM with diver-
- [18] A. Conti, M. Z. Win, and M. Chiani. Slow adaptive M-QAM with diversity in fast fading and shadowing. *IEEE Transactions Communications*, 55(5):895–905, May 2007.
- [19] N. C. Beaulieu. A useful integral for wireless communication theory and its applications to rectangular signaling constellation error rates. *IEEE Transactions Communications*, 54(5):802–805, May 2006.