# Uso do Processamento Paralelo em Análises Temporais 3D de Estruturas Fotônicas através do Método dos Elementos Finitos

Marcos S. Gonçalves, Carlos H. S. Santos, Hugo E. Hernandez-Figueroa e Aldário C. Bordonalli Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Caixa Postal 6101, 13083-970, Campinas, SP, Brasil

*Resumo* — Este artigo apresenta um novo simulador vetorial para análises da propagação no domínio do tempo de campos eletromagnéticos em estruturas ópticas. A formulação é baseada na discretização em três dimensões por meio do método dos elementos finitos. As funções de base de arestas de Whitney são utilizadas para a interpolação dos campos, evitando soluções espúrias. O sistema linear de equações, resultante do método dos elementos finitos, é resolvido através de processamento paralelo, permitindo análise envolvendo centenas de milhares de variáveis.

Palavras-chaves — Análise numérica, elementos finitos, domínio do tempo, fotônica, processamento paralelo.

# I. INTRODUÇÃO

A análise no domínio do tempo tornou-se uma importante ferramenta para o estudo de diversas aplicações em eletromagnetismo, na qual as reflexões devem ser consideradas. Com análises temporais, tornou-se possível realizar o estudo completo do comportamento da onda em um dado componente, como, por exemplo, a propagação simultânea nos sentidos direto e reverso e os efeitos não-lineares. Para estruturas que podem ser representadas ou aproximadas em uma (1D) ou duas (2D) dimensões, diversas formulações bem sucedidas, baseadas na discretização por elementos finitos, foram desenvolvidas. Outra vantagem das discretizações em 1D e 2D é o razoável número de variáveis envolvido nas análises, permitindo o uso de processamento seqüencial em simples computadores pessoais. Porém, quando a representação ou aproximação em uma ou duas dimensões não é possível ou satisfatória, o tratamento em três dimensões (3D) torna-se necessário.

De uma forma geral, as análises no domínio do tempo, envolvendo a discretização 3D de estruturas ópticas, geram um alto esforço computacional, o que as tornam pouco atrativa devido ao elevado custo computacional. Conseqüentemente, o método mais difundido é o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD – *finite difference time domain*) [1] devido à sua alta eficiência computacional. Neste método, não há a necessidade de inversão matricial a cada passo temporal e sua implementação é relativamente simples, quando comparada a de outros métodos. Contudo, o FDTD possui limitações em relação à geometria do problema. O método dos Elementos Finitos no Domínio do Tempo (FETD – *finite element time domain*) permite uma flexibilidade maior em relação à discretização da geometria. Com o uso das funções de bases de arestas em elementos tetraedros, podem-se modelar estruturas complexas e irregulares, uma vez que se utiliza a equação de onda vetorial ao invés da equação escalar [2]. Porém, o grande número de variáveis para a mode-lagem 3D-FETD resulta em um esforço computacional de grandes proporções, pois há a necessidade da inversão do sistema matricial de equações a cada passo temporal. Desta forma, torna-se inviável o uso de processamento seqüencial em simples computadores pessoais.

Algumas técnicas foram desenvolvidas para minimizar este esforço computacional. Uma técnica muito difundida é o método da diagonalização (lumping) [3]. Neste método, há uma remontagem da matriz massa do sistema, tornando-a uma matriz diagonal. Infelizmente, esta técnica freqüentemente introduz erros significativos na solução da equação de onda, levando a um sistema completamente instável ou a resultados não coerentes [1]-[4]. Outra técnica desenvolvida recentemente são as funções de base de arestas ortogonais em 2D e 3D [5]-[6]. Nesta técnica, as matrizes massas obtidas são naturalmente diagonais, eliminando-se os erros introduzidos pelo método da diagonalização. Porém, a redução do esforço computacional obtido com o uso das funções de base de arestas ortogonais não é suficiente para as análises temporais 3D envolvendo um número grande de variáveis, como, por exemplo, análises de componentes ópticos.

Neste artigo, um novo simulador vetorial para a análise 3D no domínio do tempo para campos eletromagnéticos em estruturas ópticas é apresentado. Essa solução utiliza recursos de processamento paralelo, viabilizando análises de problemas que envolvam um grande número de variáveis. Este propagador utiliza as funções de base de arestas de Whitney [2] para a solução da equação de onda vetorial para os campos elétrico e magnético. O domínio computacional foi encerrado através de camadas perfeitamente casadas (PML - perfect matched layer), seguidas por paredes elétricas ou magnéticas. Neste contexto, primeiramente, a formulação utilizada nas análises será introduzida. Para esta formulação, optou-se pelo método de propagação em banda completa no domínio do tempo, baseado nas variações da envoltória da onda. Na seqüência, apresentam-se dois resultados envolvendo dispositivos fotônicos. O primeiro trata da análise do coeficiente de transmissão de uma rede dielétrica refletora e, o segundo, da

M. S. Gonçalves, C. H. S. Santos, H. E. Hernandez-Figueroa e A. C. Bordonalli (marcoss;santos.chs;hugo;aldario)@dmo.fee.unicamp.br, tel. +55-19-3788-3704.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq, CAPES, FAPESP e FAEPEX/UNICAMP e se enquadra dentro das atividades desenvolvidas no Centro de Pesquisa em Óptica e Fotônica (CePOF), CEPID/FAPESP, http://www.ifi.unicamp.br/foton/.

análise das características de transmissão de um acoplador direcional óptico.

#### II. FORMULAÇÃO

Neste trabalho, as funções de base de arestas de Whitney para elementos tetraédricos foram utilizadas na discretização da geometria das estruturas fotônicas em três dimensões. As funções de base de aresta de Whitney de um tetraedro definido pelos nós  $i, j, k \in m$  são dadas por [2]:

$$\mathbf{W}_{\xi}^{e} = \left(L_{j}\nabla L_{k} - L_{k}\nabla L_{j}\right)l_{\xi} \tag{1}$$

onde  $\mathbf{W}_{\xi}$  é a função de base associada à aresta  $\xi$  que conecta os nós *j* e *k*,  $l_{\xi}$  é o comprimento da aresta  $\xi$  e  $L_{j,k}$  são as funções de base nodais associadas aos nós *j* e *k*, respectivamente. Estas funções de base garantem a continuidade tangencial e a descontinuidade normal do campo expandido, evitando as soluções espúrias presentes quando as funções de base nodais são utilizadas em análises vetoriais [2]-[6].

A equação de onda vetorial, assumindo-se camadas PML para os campos elétrico e magnético em meios com permeabilidade magnética igual a permeabilidade magnética do espaço livre  $\mu_0$ , é dada por:

$$\nabla \times p \nabla \times \mathbf{\Phi} + \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{\Phi}}{\partial t^2} + p \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial t} = 0$$
(2)

onde  $\mathbf{\Phi} = H_x \hat{x} + H_y \hat{y} + H_z \hat{z}$ ,  $p = 1/n^2$ , e q = 1 para o campo magnético ou  $\mathbf{\Phi} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}$ , p = 1 e  $q = n^2$  para o campo elétrico, c é a velocidade da luz no vácuo,  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo e n é o índice de refração. A condutividade  $\sigma$  é dada por  $\sigma_{max}(\rho/d)^2$  dentro da PML, onde  $\sigma_{max}$  é a máxima condutividade,  $\rho$  é a distância do início da PML e d é a espessura da PML. Fora das regiões de PML, a condutividade é igual à condutividade do meio sob análise. A máxima condutividade para um perfil parabólico é dada por [7]:

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_0 cn}{d} \ln \left(\frac{1}{R}\right) \tag{3}$$

onde  $\varepsilon_0$  permissividade elétrica do espaço livre e *R* é o coeficiente teórico de reflexão [8]. Para a modelagem das PMLs, define-se o parâmetro *s* como [7]:

$$s = \begin{cases} 1 - j \frac{3c^2}{2\omega_0 nd} \left(\frac{\rho}{d}\right)^2 \ln\left(\frac{1}{R}\right) & \text{para regiões dentro da PML}_{(4)} \\ 1 & \text{para regiões fora da PML} \end{cases}$$

onde  $\omega_0$  é a freqüência angular. Também, assume-se o operador nabla modificado como sendo [2]-[9]:

$$\nabla = s_x \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + s_y \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + s_z \frac{\partial}{\partial z} \hat{z}$$
(5)

onde  $s_x = s$ ,  $s_y = s_z = 1$ , para as regiões da PML paralelas às direções x;  $s_y = s$ ,  $s_x = s_z = 1$  para as regiões da PML paralelas às direções y e  $s_z = s$ ,  $s_x = s_y = 1$  para as regiões da PML paralelas às direções z. A Fig. 1 mostra a distribuição das PMLs e os parâmetros  $s_x$ ,  $s_y = s_z$  em um guia de onda óptico. Deve-se ressaltar que, ao invés de utilizar o parâmetro s diretamente na derivada temporal de segunda ordem de (2), como ocorre em algumas formulações escalares 2D, optou-se pela introdução do terceiro termo do lado esquerdo de (2). Com este procedimento, minimiza-se a perda de estabilidade quando se adota passos temporais pequenos, conforme descrito em [10].



Fig. 1. Distribuição das camadas de PML e dos parâmetros  $s_x$ ,  $s_y$  e  $s_z$  em um guia de onda óptico.

Considerando-se apenas a propagação da envoltória complexa da onda, o campo pode ser escrito como:

$$\boldsymbol{\Phi}(x, y, z, t) = \boldsymbol{\phi}(x, y, z, t) \exp(j\omega_0 t)$$
(6)

onde  $\phi(x,y,z,t)$  é a envoltória complexa dos campos elétrico ou magnético, que pode ser expandida dentro de um elemento tetraédrico por [2][6]:

$$\boldsymbol{\phi}(x, y, z, t)^{e} = \sum_{i=1}^{6} \mathbf{W}_{i}^{e}(x, y, z) \boldsymbol{\mu}_{i}^{e}(t)$$
(7)

onde  $u_i^e$  representa o campo tangencial à aresta *i*. Substituindo (6) e (7) em (.2), aplicando-se o método de Galerkin [2] para a discretização espacial e considerando-se que o volume computacional seja terminado por paredes elétricas ou magnéticas, obtém-se que:

$$[K]{u(t)} + \frac{[M]}{c^2} \frac{\partial^2 \{u(t)\}}{\partial t^2} + \frac{2j\omega_0[M]}{c^2} \frac{\partial \{u(t)\}}{\partial t} - \frac{\omega_0}{c^2} [M]{u(t)} + [M]_{\sigma} \frac{\partial \{u(t)\}}{\partial t} + j\omega_0[M]_{\sigma} \{u(t)\} = \{0\}$$
(8)

onde {0} é um vetor nulo e as matrizes elementares são dadas por:

$$\begin{bmatrix} M^{e} \end{bmatrix}_{ij} = \iiint_{V_{e}} q \mathbf{N}_{i} \cdot \mathbf{N}_{j} dV$$
$$\begin{bmatrix} M^{e} \end{bmatrix}_{\sigma,ij} = \iiint_{V_{e}} p \mu_{0} \sigma \mathbf{N}_{i} \cdot \mathbf{N}_{j} dV$$
$$\begin{bmatrix} K^{e} \end{bmatrix}_{ij} = \iiint_{V_{e}} p [\nabla \times \mathbf{N}_{i}] \cdot [\nabla \times \mathbf{N}_{j}] dV$$

onde V é o volume de cada tetraedro. Neste trabalho, o método utilizado para a discretização temporal é o método de Newmark [2]-[10]. Aplicando-o em (8), obtém-se o sistema linear de equações, dado por:

$$\begin{cases} \frac{1}{c^{2}} [M] + \Delta t \gamma \left( \frac{2j\omega_{0}}{c^{2}} [M] + [M]_{\sigma} \right) + \\ \Delta t^{2} \beta \left( -\frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}} [M] + [K] + j\omega_{0} [M]_{\sigma} \right) \end{cases} \begin{cases} u \}^{n+1} = \\ \\ \left\{ \frac{2}{c^{2}} [M] - \Delta t (1 - 2\gamma) \left( \frac{2j\omega_{0}}{c^{2}} [M] - [M]_{\sigma} \right) - \\ \Delta t^{2} \left( \frac{1}{2} + \gamma - 2\beta \right) \left( -\frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}} [M] + [K] + j\omega_{0} [M]_{\sigma} \right) \end{cases} \end{cases} \begin{cases} u \}^{n} - {}^{(9)} \\ \\ - \left\{ \frac{1}{c^{2}} [M] + \Delta t (\gamma - 1) \left( \frac{2j\omega_{0}}{c^{2}} [M] + [M]_{\sigma} \right) + \\ \Delta t^{2} \left( \beta - \gamma + \frac{1}{2} \right) \left( -\frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}} [M] + [K] + j\omega_{0} [M]_{\sigma} \right) \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$ são parâmetros escolhidos de tal forma a controlar a estabilidade e precisão. Quando  $\gamma = 0,5$ , (9) passa a ser conhecida como método Newmark- $\beta$ , pois somente o parâmetro  $\beta$  é usado para o controle da estabilidade. Assim, tem-se que:

$$\begin{cases} \frac{1}{c^{2}}[M] + \Delta t \left(\frac{j\omega_{0}}{c^{2}}[M] + \frac{1}{2}[M]_{\sigma}\right) + \\ \Delta t^{2}\beta \left(-\frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}}[M] + [K] + j\omega_{0}[M]_{\sigma}\right) \end{cases} \{u\}^{n+1} = \\ = \begin{cases} \frac{2}{c^{2}}[M] - \Delta t^{2}(1 - 2\beta) \times \\ \times \left(-\frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}}[M] + [K] + j\omega_{0}[M]_{\sigma}\right) \end{cases} \{u\}^{n} - \\ - \begin{cases} \frac{1}{c^{2}}[M] - \Delta t \left(\frac{j\omega_{0}}{c^{2}}[M] + \frac{1}{2}[M]_{\sigma}\right) + \\ \Delta t^{2}\beta \left(-\frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}}[M] + [K] + j\omega_{0}[M]_{\sigma}\right) \end{cases} \{u\}^{n-1} \end{cases}$$

Para a versão Newmark- $\beta$  e para um meio sem perdas, quando  $\beta = 0$ , o sistema linear de equações se reduz ao método das diferenças finitas centrais e, portanto, torna-se um método condicionalmente estável [1]-[2]. A formulação passa a ser incondicionalmente estável para valores de  $\beta$  maiores que 0,25 [2]. Para  $\beta$  = 0,5, o método se reduz ao conhecido algoritmo de Crank–Nicholson.

# III. DESEMPENHO DO PROCESSAMENTO PARALELO

Para a modelagem das estruturas propostas, (10) será resolvida com o auxílio de processamento paralelo em um *cluster* de computadores, que consiste em um conjunto de computadores interconectados através de uma rede e configurados para trabalharem em paralelo. A Fig. 2 mostra a estrutura física de um *cluster* de computadores. O *cluster* utilizado neste trabalho possui 12 nós, cada um com 2 processadores AMD Opteron 246,4 GB de memória RAM e 73 GB de HD SCSI. Essas máquinas são interconectadas através de uma rede Gigabit utilizando um Switch 3COM2824 (Rede Gigabit) e cabeamento PatchCord Kat 6.



Fig. 2. Estrutura física do cluster de computadores.

A Fig. 3 mostra o algoritmo utilizado nas simulações. A etapa de processamento foi dividida em duas partes. Na primeira etapa, têm-se as fases que constituem a formação das matrizes globais, realizadas de forma seqüencial. A segunda etapa, que constitui a solução do sistema linear de equações, é realizada através de uma execução distribuída em um *cluster* de computadores para o processamento paralelo nessa estrutura de rede *Gigabit* e o padrão MPI 2.0. Com esta configuração, é possível realizar análises 3D envolvendo centenas de milhares de variáveis, permitindo o estudo de diversos componentes fotônicos.



Fig. 3. Algoritmo utilizado nas simulações.

As análises de desempenho em processamento paralelo, basicamente, dependem do tipo e porte do problema, a forma de paralelização da solução e a estrutura física e de software utilizada. Considerando esses requisitos, as análises do método dos elementos finitos foram realizadas conforme o esquema mostrado na Fig. 3, a partir da propagação do campo eletromagnético no espaço livre. As simulações foram realizadas em um domínio computacional de  $5 \times 5 \times 10$  µm com uma interação. Duas malhas foram utilizadas nos testes. A primeira com 39208 tetraedros, gerando 53258 variáveis a serem determinadas, e a segunda com 77684 tetraedros e 85077 variáveis. A Fig. 4 mostra o consumo de memória por computador em função do número de processos, sendo que cada processador executa um único processo. É possível observar uma considerável queda no consumo em cada computador à medida que se aumenta o número de processadores trabalhando em paralelo para a solução do sistema matricial de equações.



Fig. 4. Uso de memória em função do número de processos.

A Fig. 5 mostra o aumento na velocidade de processamento em função do número de processadores. Este aumento é a razão entre o tempo de processamento seqüencial e o tempo de processamento paralelo e é conhecido como *speed-up*. Pode-se notar que o *speed-up* tende a aumentar à medida que se adicionam processadores, o que representa uma diminuição no esforço computacional. Porém, a partir de um determinado número de processos, o *speed-up* tende a se permanecer constante, devido a problemas de infra-estrutura da rede ou pelo tempo despendido na divisão e remontagem das matrizes nos diferentes processos. Este fato indica que o acréscimo no número de processadores, a partir deste ponto, não aumentará o desempenho do processamento paralelo.

A Fig. 6 mostra a eficiência do processamento paralelo obtida para as duas malhas analisadas. A eficiência, neste caso, é a razão entre o desempenho de um processador trabalhando em paralelo e o desempenho deste mesmo processador trabalhando de forma seqüencial. Por esta figura, observa-se que a eficiência do processamento paralelo tende a diminuir à medida que se aumenta o número de processos. Isto significa que a soma dos tempos de processamento de cada processador trabalhando em paralelo será maior que o tempo de processamento seqüencial para executar a mesma tarefa. Deve-se ressaltar que os resultados demonstrados nesta seção apresentam o mesmo comportamento que os resultados de desempenho do processamento paralelo no método FDTD [11].



Fig. 5. Speed-up em função do número de processos.



Fig. 6. .Eficiência do processamento paralelo

#### IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, serão apresentados dois resultados envolvendo análises tridimensionais de componentes ópticos no domínio do tempo. O primeiro exemplo trata da análise do coeficiente de reflexão do modo  $TE_{10}$  de uma rede dielétrica refletora. Em particular, para esta análise, o desempenho da simulação em função do número de processadores envolvidos será ilustrado. Já o segundo exemplo irá tratar da propagação de um pulso gaussiano em um acoplador óptico.

Para as simulações, assumiu-se um campo inicial com perfil longitudinal Gaussiano e perfil transversal correspondente ao do modo fundamental TE<sub>10</sub>. Para t = 0, o campo inicial é assumido como:

$$\boldsymbol{\phi}(x, y, z, t=0) = \boldsymbol{\phi}_0(x, y, z) \exp\left[-(z - z_0/W_0)^2\right]$$

$$\exp\left[-jk_z(z - z_0)\right]$$
(11)

onde  $W_0$  é o *spot size*,  $z_0$  é a posição central do pulso inicial e  $k_z$  é a constante de propagação.

O primeiro exemplo mostra as características de reflexão de uma rede dielétrica refletora de Bragg. A Fig. 7 mostra a rede. Para uma melhor visualização, as PMLs não foram representadas, mas seguem a distribuição mostrada na Fig. 1. Para esta simulação, utilizaram-se camadas de PMLs com espessura de 0,5  $\mu$ m. A malha foi composta por 328353 tetraedros, o que gerou 395027 variáveis a serem determinadas a cada passo temporal. O passo temporal adotado foi de  $\Delta t = 1$ fs e o intervalo de tempo de 160 fs. O *spot size* adotado foi de  $W_0 = 2 \mu$ m e a posição central do pulso inicial foi  $z_0 = 6 \mu$ m.



Fig. 7. Diagrama da rede dielétrica refletora analisada.

A Fig. 8 mostra o coeficiente de reflexão do modo TE<sub>10</sub> da rede dielétrica refletora mostrada na Fig. 7. Para obter o coeficiente de reflexão, realizou-se a transformada rápida de Fourier (FFT – fast Fourier transform) entre os campos incidente e refletido, observados a 15 µm de distância do início do guia de onda óptico. O resultado obtido para o coeficiente de reflexão se difere ligeiramente do mencionado em [6], onde se utilizaram funções de base de arestas ortogonais tridimensionais. A máxima reflexão, em ambos casos, está em torno de 1,5 µm, porém, o resultado aqui apresentado possui um valor máximo de reflexão maior que o de [6]. A diferença ocorre devido ao número de elementos utilizados em cada simulação. Em [6], utilizaram-se apenas 44437 tetraedros, empregando-se apenas processamento seqüencial em um computador Pentium IV, 1,7 GHz e 512 MB de memória. Este número de elementos é, aproximadamente, 7,4 vezes menor que o utilizado neste trabalho. Conseqüentemente, a precisão dos resultados obtida com a discretização por 328353 elementos é maior que aquela que empregou 44437 elementos. Desta forma, mostra-se que o refinamento na discretização de malhas em análise 3D de estruturas fotônicas é importante para a aquisição de resultados mais confiáveis, especialmente quando as geometrias empregadas são complexas.



Fig. 8. Coeficiente de reflexão do modo  $TE_{10}$  da rede dielétrica refletora mostrada na Fig. 7.

A Fig. 9 mostra o tempo total de simulação, para um intervalo de propagação de 100 fs, em função do número de processos. Para este caso em particular, necessitou-se de um mínimo de 10 processadores trabalhando em paralelo para se chegar a uma solução final de (10). À medida que se aumenta o número de processos, o tempo de execução diminui devido ao porte do problema. Evidentemente, com o aumento na quantidade de processadores essa curva tende se estabilizar.



Fig. 9. Tempo de processamento em função do número de processos.

O segundo exemplo trata da análise de propagação em um acoplador óptico direcional. Tal acoplador é formado por dois guias de onda ópticos de seção transversal quadrada de 0,5  $\mu$ m. Os guias de onda estão separados de 0,5  $\mu$ m. A Fig. 10 mostra o acoplador direcional óptico. Também, neste caso, as PMLs não foram representadas, porém utilizaram-se camadas com 0,5  $\mu$ m de espessura nas simulações. A malha utilizada possuía 321833 tetraedros, gerando 386287 variáveis a serem determinadas a cada passo temporal. O passo temporal adotado foi de 0,5 fs. O *spot size* foi de  $W_0 = 2 \mu$ m e a posição central do pulso inicial foi  $z_0 = 6 \mu$ m. O comprimento de onda central adotado para o pulso inicial foi de  $\lambda_0=1,55 \mu$ m.



Fig. 10. Diagrama do acoplador direcional óptico analisado.

O pulso inicial, que corresponde ao modo fundamental  $TE_{10}$ , é aplicado ao guia A do acoplador direcional. Ao iniciar-se a propagação, o campo eletromagnético começa a acoplar-se também ao guia B. A máxima transferência ocorre quando o campo se propaga por uma distância de 11,5 µm, aproximadamente. Utilizando-se o método da propagação de feixes (BPM – *beam propagation method*) [12] para  $\lambda_0 = 1,55$  µm, a distância encontrada para a máxima transferência foi de 11,7 µm. A Fig. 11 mostra a propagação da componente  $E_x$  no plano *x*-*z* para y = 2 µm nos instantes 0, 35, 57 e 70 fs. A distribuição, no guia A, da componente  $E_x$  ao longo da distância *z* obtida com o BPM é mostrada em detalhe na Fig. 11.



Fig. 11. Componente  $E_x$  nos instantes de 0, 35, 57 e 70 fs, no plano *x*-*z*, para  $y = 2 \mu m$ . A distribuição de  $E_x$ , no guia A, em função de *z* obtida com o BPM é mostrada em detalhe.

## V. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou o uso do processamento paralelo na solução dos sistemas lineares de equações resultantes do uso do método dos elementos finitos. A formulação vetorial utiliza as funções de base de arestas 3D de Whitney, evitando soluções espúrias e o uso do fator de penalidade. Conseqüentemente, a formulação obtida pode ser aplicada tanto nas análises de campo elétrico, quanto nas análises envolvendo o campo magnético. O domínio computacional foi encerrado por camadas de PMLs. Na formulação das PMLs, optou-se pela introdução da condutividade na derivada temporal de primeira ordem da equação de onda, ao invés da adoção do parâmetro *s* na derivada temporal de segunda ordem, conforme demonstrado em (2). Com este procedimento, minimizouse a perda de instabilidade quando se trabalha com passos temporais pequenos.

Dois exemplos foram utilizados para demonstrar a aplicação da formulação. Em ambos os casos, o número de variáveis foi superior a trezentos mil, o que torna impossível o uso de processamento seqüencial para a solução do sistema linear de equações. Para o primeiro exemplo e com o uso de uma malha com 7,4 vezes mais elementos que a utilizada em [6], verificou-se um aumento na precisão do resultado obtido. Também, demonstrou-se o número necessário de processadores trabalhando em paralelo e o tempo de processamento para se obter a solução final. No segundo exemplo, analisou-se as características de propagação de um acoplador óptico, na qual pode-se verificar que a máxima transferência de energia entre os guias ocorre após, aproximadamente, 11,5  $\mu$ m. Este resultado está de acordo com resultado obtido quando se utiliza o BPM.

### REFERÊNCIAS

- A. Taflove e S. C. Hagness, "Computational electrodynamics the finitedifference time-domain method", 3<sup>a</sup> ed., Artech House, 2005.
- [2] J. Jim, "The Finite Element Method in Electromagnetics", 2<sup>a</sup> ed., John Wiley, USA, 2002.
- [3] S. Benhassine, W. P. Carpes Jr. e L. Pichon, "Comparison of mass lumping techniques for solving the 3D Maxwell's equation in the time domain", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1548-1552, 2000.
- [4] J. F. Lee, R. Lee e A. C. Cangellaris, "Time-domain finite element methods", *Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-45, pp. 430-442, 1997.
- [5] M. S. Gonçalves, H. E. Hernandez-Figueroa e A. C. Bordonalli, "Timedomain full-band method using orthogonal edge basis functions", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 18, pp. 52-54, 2006.
- [6] M. S. Gonçalves, H. E. Hernandez-Figueroa e A. C. Bordonalli, "New set of 3D orthogonal edge basis functions for the vector wave equation solution", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 49, pp. 2224-2228, 2007.
- [7] Y. Tsuji e M. Koshiba, "Finite element beam propagation method with perfectly matched layer boundary conditions for three-dimensional optical waveguides", *Int. J. Numer. Model.*, vol. 13, pp. 115-126, 2000.
- [8] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", J. Compt. Phys., vol. 114, pp. 185-200, 1994.
- [9] W. C. Chew e W. H. Weedon, "A 3D perfectly matched medium from modified Maxwell's equation with stretched coordinates", *Microwave Opt. Tech. Lett.*, vol. 7, pp. 599-604, 1994.
- [10] A. M. Frasson, "Simulação por elementos finitos 3D de problemas eletromagnéticos no tempo e freqüência", Tese de doutorado, FEEC, Unicamp, 2002.
- [11] B. Butrylo, C. Vollaire, L. Nicolas, "Parallel implementation of the vector finite element method and finite difference time domain methods", *Proceedings of the International Conference on Parallel Computing in Electrical Engineering*, Poland, 2002.
- [12] Y. Tsuji e M. Koshiba, "Finite element beam propagation method for three-dimensional optical waveguide structures", *IEEE/OSA J. Light*wave Technol., vol. 15, pp 1728-1734, 1997.