

# Aplicação do Método dos Momentos Linear para Análise de Nanoantenas Cilíndricas

Karlo Q. da Costa e Victor Dmitriev

**Resumo**— Neste trabalho é apresentado um método simples e rápido para análise de nanoantenas metálicas cilíndricas. O modelo baseia-se na solução numérica da equação integral do campo elétrico pelo método dos momentos, com aproximação linear da corrente, funções base senoidal e impedância superficial finita. Alguns exemplos de simulações de nanoantenas com diferentes raios e comprimentos são apresentados e comparados com resultados calculados pelo programa CST. Os resultados obtidos mostram que o modelo proposto possui uma boa eficiência em termos de precisão e tempo de processamento.

**Palavras-Chave**— Nanoantenas cilíndricas, corrente linear, Método dos Momentos (MoM), impedância superficial.

**Abstract**— This work presents a simple and faster method to analyze metallic cylindrical nanoantennas. This model is based on solving numerically the electric field integral equation, with linear current approximation, sinusoidal basis functions, and finite surface impedance. Some examples of simulations of nanoantennas with different radius and length are presented and compared with results calculated by the software CST. The obtained results show that the proposed model possesses a good efficiency in terms of accuracy and processing time.

**Keywords**— Cylindrical nanoantennas, linear current, Method of Moments (MoM), surface impedance.

## I. INTRODUÇÃO

Nanoantenas são nanoestruturas metálicas usadas para realçar, confinar, transmitir e receber campos ópticos [1]. Potenciais aplicações de nanoantenas são armazenamento de dados ópticos com alta densidade [2], microscopia óptica com alta resolução [3], projetos de dispositivos nano-ópticos [4], comunicações ópticas entre elementos funcionais de tamanhos nanométricos [5], análises químicas através de espalhamento Raman amplificado [6], e biologia [7]. O aumento das pesquisas nesta área nos últimos anos é devido às interessantes aplicações, ao desenvolvimento de novas técnicas de nano e micro-fabricação, como, por exemplo, a técnica FIB (*focused ion beam milling*), e o aumento da capacidade de análise das técnicas numéricas.

A análise eletromagnética numérica de problemas de nanoantenas é relativamente complexa. Nestes problemas deve-se considerar a condutividade finita dos metais em frequências ópticas, ou seja, o metal apresenta uma permissividade complexa variável com a frequência. Além disso, os campos eletromagnéticos variam rápido próximo da superfície do metal, exigindo uma análise mais precisa nesta região para descrever esta variação. Com isto uma determinada técnica numérica exigirá uma boa capacidade computacional para resolver o problema [8]. Exemplos de técnicas gerais

utilizadas para solução destes tipos de problemas são: o método tensorial de Green [9], o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) [10], aproximação por dipolos discretos (DDA) [11], e a utilização de programas comerciais como o COMSOL [12] e o CST [13].

A classe de nanoantenas do tipo cilíndricas tem sido objeto de diversos estudos e aplicações [14]-[16]. Uma das questões sobre estes tipos de nanoantenas é sobre a possibilidade de aplicar as técnicas conhecidas de análise de antenas lineares de microondas para o domínio óptico. Em [17], os autores aproximaram a corrente dentro de nanoantenas cilíndricas por correntes lineares e resolveram a equação integral de Pocklington do campo elétrico. Nesta equação os autores utilizaram uma impedância superficial aproximada para considerar a condutividade finita do condutor [18]. Esta impedância superficial é relativa ao modo  $TM_{01}$  do guia de onda cilíndrico. Entretanto, a aproximação utilizada neste trabalho para esta impedância superficial não considera a constante de propagação do guia cilíndrico, e isto contribui para aumento do erro na análise.

Apresentamos neste trabalho uma nova técnica simples e eficiente para análise de nanoantenas metálicas cilíndricas. O método considera a corrente nos condutores linear e utiliza a equação integral do campo elétrico com uma impedância superficial. Sendo que a impedância utilizada foi obtida com auxílio da solução aproximada da equação característica do guia de onda cilíndrico no modo  $TM_{01}$  [19]. A solução da equação integral é realizada numericamente pelo método dos momentos linear (MoM) com funções base do tipo pulso senoidal [20].

Como exemplo de aplicação do método proposto, é apresentado uma análise do problema de espalhamento de uma onda plana incidindo em uma nanoantena cilíndrica reta de comprimento finito. Alguns resultados obtidos são comparados com simulações realizadas pelo programa CST. É apresentada também uma análise paramétrica de nanoantenas cilíndricas com diferentes raios e comprimentos. Os resultados obtidos mostram que o modelo proposto possui uma boa eficiência em termos de precisão e tempo de processamento computacional quando comparados com as simulações do CST.

## II. DESCRIÇÃO DO MÉTODO

Para descrição do método, é utilizado como exemplo o problema particular de espalhamento mostrado na Fig. 1, onde uma onda plana incide sobre uma nanoantena cilíndrica de comprimento  $L$  e raio  $a$ . A nanoantena está sobre o eixo  $x$ , e a onda plana se propaga na direção  $+z$ , e possui polarização em  $x$  com amplitude do campo elétrico  $E_0$ .

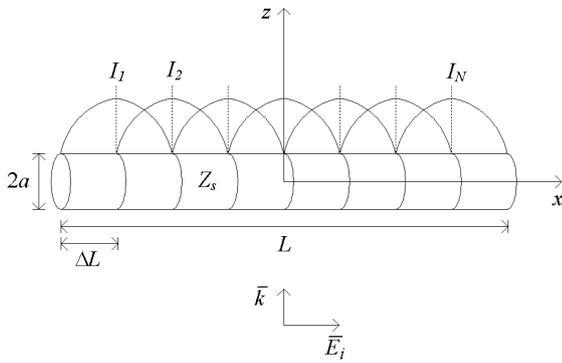


Fig. 1. Geometria do problema de espalhamento de uma onda plana incidindo em uma nanoantena cilíndrica de comprimento  $L$  e raio  $a$ .

Neste problema de espalhamento (Fig. 1), a nanoantena metálica é formada de ouro e possui uma permissividade elétrica na faixa óptica dada aproximadamente por  $\varepsilon = \varepsilon_\infty - (\lambda/\lambda_p)^2$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda de operação,  $\varepsilon_\infty = 11$  e  $\lambda_p = 138\text{nm}$  [19]. Além disso, o ouro apresenta nesta faixa uma impedância superficial  $Z_s$ , desta forma, o nosso problema da Fig. 1 satisfaz a seguinte condição de contorno do campo elétrico na superfície do metal

$$(\bar{E}_s + \bar{E}_i) \cdot \bar{a}_t = Z_s I, \quad (1)$$

onde  $\bar{a}_t$  é um vetor unitário tangencial a superfície do condutor,  $\bar{E}_s$  é o campo espalhado produzido pela corrente induzida no condutor,  $\bar{E}_i$  é o campo incidente da onda plana, e  $I$  é a corrente em um determinado ponto sobre a nanoantena.

A impedância superficial em (1) pode ser obtida aproximadamente considerando um guia de onda cilíndrico no modo  $\text{TM}_{01}$ . Neste caso, a impedância é dada por [18]

$$Z_s = \frac{TJ_0(Ta)}{2\pi a j \omega \varepsilon J_1(Ta)}, \quad (2)$$

onde  $J_0$  e  $J_1$  são as funções de Bessel de primeiro tipo de ordem zero e um, respectivamente,  $j$  é a unidade imaginária,  $\omega$  a frequência angular de operação, e  $T = k_0 \sqrt{\varepsilon - (\beta/k_0)^2}$ , sendo  $\beta$  a constante de propagação no guia,  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  a constante de propagação no ar,  $\mu_0$  a permeabilidade magnética do ar, e  $\varepsilon_0$  a permissividade elétrica do ar.

A constante de propagação  $\beta$  é obtida através da solução numérica da equação característica do guia de onda. Em [20] foi demonstrada uma solução analítica aproximada para  $\beta$ . A equação obtida é dada por  $\beta/k_0 = \lambda/(\lambda_{\text{ef}} + 4a)$ , onde o comprimento de onda efetivo  $\lambda_{\text{ef}}$ , para o caso do ouro, é calculado por  $\lambda_{\text{ef}} = 2\pi a [18,3(\lambda/\lambda_p) - 6,1]$ . Desta forma obtém-se um método aproximado para calcular  $Z_s$ .

O problema de contorno (1) resulta em uma equação integral quando substituímos o campo espalhado por [20]

$$\bar{E}_s(\bar{r}) = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \left[ k_0^2 \int_{-L/2}^{L/2} \bar{I}g(R) dx' + \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dI}{dx'} \nabla g(R) dx' \right], \quad (3)$$

$$g(R) = \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R}, \quad R = |\bar{r} - x'|. \quad (4)$$

A solução numérica desta equação integral através do MoM é obtida como segue. Primeiro divide-se o condutor em  $N$  segmentos iguais de comprimento  $\Delta L = L/N$  cada um (Fig. 1). O critério para escolha de  $N$  é o valor máximo tal que  $\Delta L > 2a$  seja satisfeito, com isto garantimos estabilidade ao método para considerar a aproximação linear da corrente em um segmento. Depois a corrente em cada um destes segmentos é aproximada por funções de base pulso senoidal (Fig. 1) [20]. Após esta expansão da corrente, a equação resultante é aplicada em cada ponto onde as correntes  $I_n$  são definidas (Fig. 1), e assim obtém-se o seguinte sistema de equações

$$E_i(m) = Z_s I_m - \sum_{n=1}^{N-1} Z_{mn} I_n, \quad m=1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

onde os elementos  $Z_{mn}$  representam os campos elétricos tangenciais ao condutor no ponto  $m$  devido a um elemento de corrente senoidal situado em  $n$ . As expressões para o cálculo destes campos elétricos são exatas, e podem ser encontradas em [20]. Como último passo, resolve-se o sistema linear (5) e as correntes  $I_n$  no condutor são obtidas. Com esta solução, os campos totais próximos e distantes podem ser calculados através de

$$\bar{E}_t = \bar{E}_s + \bar{E}_i. \quad (6)$$

Este método apresentado pode ser utilizado para analisar situações mais gerais, com condutores cilíndricos individuais ou múltiplos, com diferentes formatos, curvaturas e fontes de excitação.

### III. RESULTADOS NUMÉRICOS

O modelo matemático apresentado na seção anterior foi codificado no Matlab, onde três programas foram desenvolvidos. Um programa é o principal, onde é calculada a corrente na nanoantena em uma determinada faixa de frequências, e os outros dois calculam o campo elétrico próximo, através de (6), em um ponto e em um plano paralelo ao plano  $xy$  (Fig. 1). Estes dois últimos códigos utilizam os resultados das correntes calculados no primeiro programa. Os principais parâmetros de entrada nestes programas são: as dimensões da nanoantena  $L$  e  $a$  (Fig. 1), a faixa de frequências de análise, sendo a utilizada neste trabalho  $100 < f(\text{THz}) < 600$  em todas as simulações, e o número de segmentos  $N$ . A seguir são apresentados os resultados numéricos obtidos.

#### A. Exemplo Numérico

Como exemplo numérico para avaliar o programa desenvolvido, esta seção apresenta a análise da mesma nanoantena cilíndrica considerada em [21]. As dimensões utilizadas são  $L = 220\text{nm}$  e  $a = 10\text{nm}$ , e o número de segmentos  $N = 10$ . Com este valor de  $N$  o critério de estabilidade é satisfeito, ou seja,  $\Delta L/2a = 1,1 > 1$ . Esta mesma nanoantena foi simulada no CST com um critério de precisão com células de tamanho  $\lambda/60$ , na frequência central de  $375\text{THz}$ . Com isto as divisões do domínio de análise que contém a antena utilizada neste método foram de  $N_x = 160$ ,  $N_y = N_z = 75$ .

A Fig. 2 mostra a o resultado obtido da variação do módulo do campo elétrico total normalizado próximo da nanoantena em função da frequência. O ponto em que este campo foi calculado é no eixo  $x$ , distante 10nm da extremidade direta da nanoantena (Fig. 1), ou seja, no ponto ( $x=0,5L+10\text{nm}$ ,  $y=0$ ,  $z=0$ ). Os resultados apresentados nesta figuras estão em escala linear e logarítmica para visualizar melhor a variação.

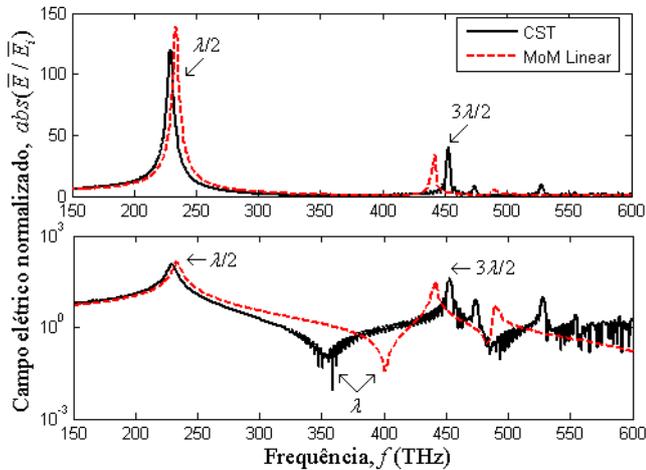


Fig. 2. Variação do campo elétrico normalizado próximo em função da frequência. Este campo foi calculado no ponto ( $x=0,5L+10\text{nm}$ ,  $y=0$ ,  $z=0$ ).

Os resultados desta figura mostram que os dois métodos apresentam uma boa concordância, principalmente na região de baixas frequências, próximo ao primeiro pico de ressonância. Vale comentar aqui que a simulação pelo MoM linear demorou em torno de 1 minuto, e a do CST demorou 5 horas. Com relação as ressonâncias, observamos que esta nanoantena apresenta duas frequências de ressonância  $f_{\lambda/2}$  e  $f_{3\lambda/2}$  que são equivalentes aos modos de um condutor cilíndrico operando na faixa de microondas, ou seja, com comprimentos ressonantes  $L=\lambda/2$  e  $L=3\lambda/2$ . Nos gráficos em escala logarítmica, observa-se um valor mínimo do campo elétrico na frequência  $f_{\lambda}$  entre as duas ressonâncias. Este modo é referido como *dark mode* e corresponde ao modo  $L=\lambda$  conhecido para o caso de antenas de microondas [21].

A Tabela I mostra as frequências de ressonância obtidas pelos métodos MoM Linear, CST e apresentadas em [21]. Observa-se que a frequência  $f_{\lambda/2}$  para os três métodos estão bem próximas entre si. O resultado que mais divergiu foi o da frequência  $f_{\lambda}$  obtida pelo CST em relação aos outros métodos. Os resultados obtidos mostram que o método proposto MoM linear apresenta melhores resultados em baixas frequências, pois para altas frequências é necessário um número maior de segmentos de discretização, ou seja, um valor maior de  $N$ . Entretanto, conforme mencionado antes, o valor de  $N$  não pode ser muito alto de tal modo que não satisfaça a relação de estabilidade  $\Delta L=L/N > 2a$  que caracteriza a aproximação linear da corrente utilizada no método.

A Fig. 3 mostra a variação da corrente ao longo da nanoantena calculada nas frequências apresentadas na Tabela I obtida pelo MoM Linear. Nesta figura, observam-se as variações espaciais características destes modos  $f_{\lambda/2}$ ,  $f_{\lambda}$  e  $f_{3\lambda/2}$ .

TABELA I. COMPARAÇÃO ENTRE AS FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA (EM THZ) OBTIDAS PELO MOM LINEAR, CST E OS RESULTADOS DE [21]

	MoM Linear	CST	Ref. [21]
$f_{\lambda/2}$	233,6	229,2	230,8
$f_{\lambda}$	401,3	358,8	384,6
$f_{3\lambda/2}$	441,5	452,9	461,5

As Figs. 4-6 mostram, respectivamente, as distribuições espaciais do campo elétrico no plano  $z=20\text{nm}$  nas frequências  $f_{\lambda/2}=233,6\text{THz}$ ,  $f_{\lambda}=401,3\text{THz}$  e  $f_{3\lambda/2}=441,5\text{THz}$ . Estes campos foram calculados pelo MoM Linear, mas foram também comparados com os resultados obtidos pelo CST, onde os dois apresentaram uma boa concordância. Os resultados destas figuras mostram, assim como para o caso da corrente na Fig. 3, a variação dos campos características dos modos  $f_{\lambda/2}$ ,  $f_{\lambda}$  e  $f_{3\lambda/2}$ .

Os resultados apresentados nas Figs. 2-6 foram obtidos para o caso  $N=10$ . A Fig. 7 mostra a variação da resposta espectral do campo elétrico normalizado no ponto ( $x=0,5L+10\text{nm}$ ,  $y=0$ ,  $z=0$ ) em função de  $N$ . Observa-se uma boa convergência dos resultados quando  $N$  aumenta. Entretanto, para o menor caso com  $N=5$  obtém-se também uma boa aproximação.

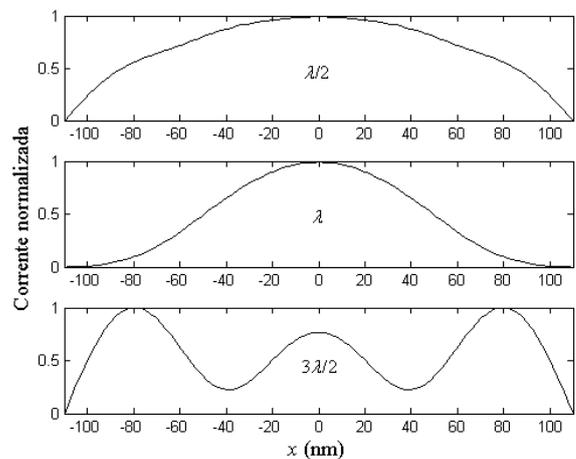


Fig. 3. Distribuição da corrente normalizada para as frequências  $f_{\lambda/2}=233,6\text{THz}$  (cima),  $f_{\lambda}=401,3\text{THz}$  (meio) e  $f_{3\lambda/2}=441,5\text{THz}$  (baixo).

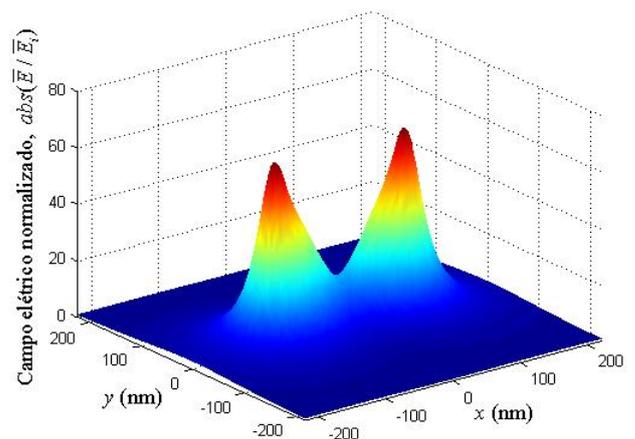


Fig. 4. Distribuição do campo elétrico normalizado no plano  $z=20\text{nm}$  na frequência  $f_{\lambda/2}=233,6\text{THz}$ .

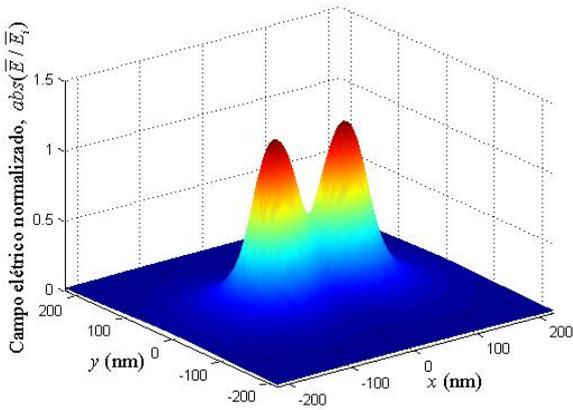


Fig. 5. Distribuição do campo elétrico normalizado no plano  $z=20\text{nm}$  na frequência  $f_i=401,3\text{THz}$ .

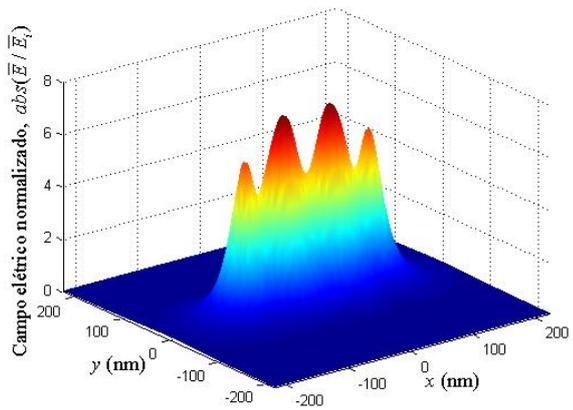


Fig. 6. Distribuição do campo elétrico normalizado no plano  $z=20\text{nm}$  na frequência  $f_{3,\lambda/2}=441,5\text{THz}$ .

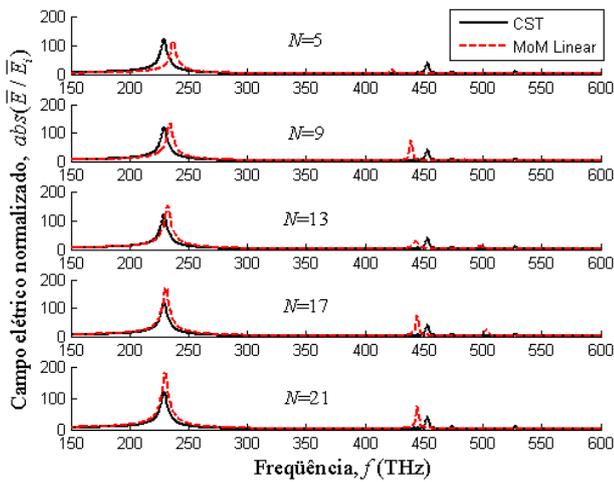


Fig. 7. Variação da distribuição espectral do campo elétrico normalizado em função do número de segmentos  $N$ .

**B. Análise Paramétrica**

Nesta seção é apresentada uma análise paramétrica de nanoantenas cilíndricas com diferentes valores de  $L$  e  $a$ . Todos os resultados desta seção foram calculados no mesmo ponto ( $x=0,5L+10\text{nm}$ ,  $y=0$ ,  $z=0$ ). A Fig. 8 mostra a variação espectral

do campo elétrico em função do comprimento  $L$  com valores  $L=100, 200$  e  $300$  (em nanômetros) para um raio constante  $a=10\text{nm}$ . E a Fig. 9 mostra a variação da distribuição espectral do campo elétrico em função do raio  $a$  com valores  $a=5, 10$  e  $20$  (em nanômetros) com valor fixo de  $L=150\text{nm}$ . Os resultados do CST apresentados nestas figuras foram obtidos com a mesma precisão menor que aquela utilizada na seção anterior, com  $\lambda/60$ , na frequência central de  $375\text{THz}$ .

Estas figuras mostram que a medida que o comprimento  $L$  aumenta, as frequências de ressonância diminuem, o que é característico e conhecido para o caso de antenas de microondas. Além disso, a intensidade do campo elétrico aumenta com o aumento de  $L$ . Observa-se também que quando o raio aumenta, as frequências de ressonância são deslocadas para direita, o nível do campo elétrico diminui e a forma da curva da ressonância principal fica mais larga.

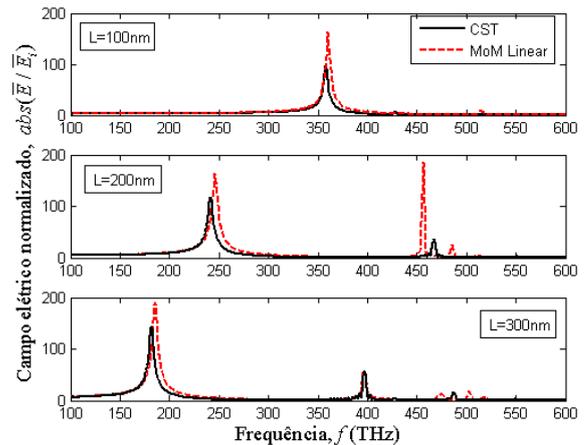


Fig. 8. Variação do campo elétrico normalizado no ponto ( $x=0,5L+10\text{nm}$ ,  $y=0$ ,  $z=0$ ) em função da frequência para  $a=10\text{nm}$ .

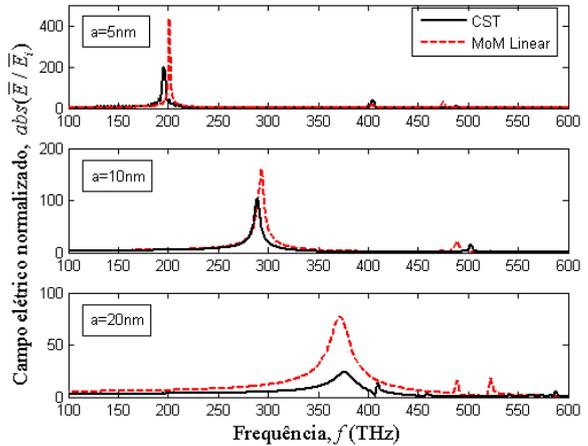


Fig. 9. Variação do campo elétrico normalizado no ponto ( $x=0,5L+10\text{nm}$ ,  $y=0$ ,  $z=0$ ) em função da frequência para  $L=150\text{nm}$ .

A Fig. 10 mostra a variação do comprimento de onda ressonante do modo  $\lambda/2$  em função de  $L$  e  $a$ . Este comprimento de onda é relacionado com a frequência de ressonância através de  $\lambda_{\text{res}}=3 \times 10^8/f_{\lambda/2}$ . Nesta figura é também apresentada a relação aproximada analítica obtida em [19]. Observa-se a dependência linear de  $\lambda_{\text{res}}$  em função de  $L$ , para diferentes valores de  $a$ . Esta

dependência linear é bem conhecida como mudança de escala para as antenas lineares de microondas, como por exemplo, para o dipolo de meia onda tem-se  $\lambda_{\text{res}}=2L$ , sendo que neste caso a inclinação da curva é 2. Para o caso de nanoantenas cilíndricas na faixa óptica, esta inclinação das curvas varia com o raio  $a$ , e é maior que dois. Para as curvas com  $a=5, 10, e 20\text{nm}$  da Fig. 10, tem-se as seguintes inclinações  $\Delta\lambda_{\text{res}}/\Delta L\approx 6,8$ ,  $\Delta\lambda_{\text{res}}/\Delta L\approx 3,9$  e  $\Delta\lambda_{\text{res}}/\Delta L\approx 2,6$ , respectivamente. Estes resultados confirmam que as nanoantenas possuem frequências de ressonância menores que  $3\times 10^8/2L$ , o qual é o caso para os correspondentes dipolos de meia onda. Com isto elas podem ser ressonantes com comprimentos  $L$  bem menores que o comprimento de onda da luz incidente, superando assim o limite de difração da luz.

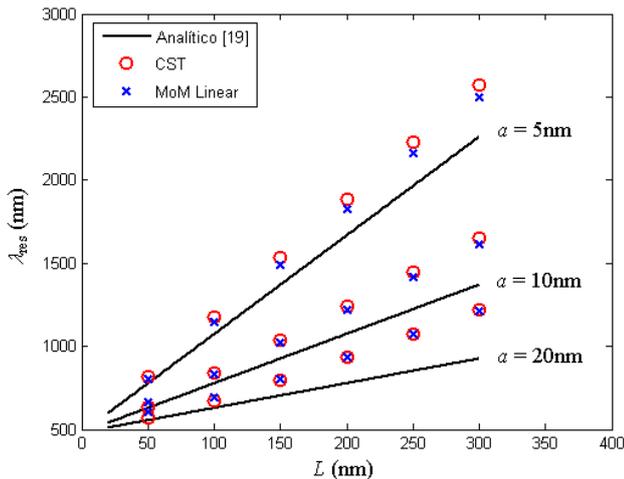


Fig. 10. Variação do comprimento de onda ressonante  $\lambda_{\text{res}}=3\times 10^8/f_{i,2}$  versus  $L$ , para diferentes valores de  $a$ .

#### IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um método simples e eficiente para análise de nanoantenas cilíndricas. O modelo é baseado no método dos momentos linear, com funções base senoidal e impedância superficial. Apesar do método possuir uma modelagem relativamente simples, os resultados obtidos mostraram uma boa concordância quando comparados com resultados calculados por modelos mais complexos. Além disso, observou-se que a velocidade de cálculos é relativamente alta, por exemplo, para a nanoantena analisada com  $L=220\text{nm}$  e  $a=10\text{nm}$ , os cálculos demoraram em torno de 1 minuto, enquanto que a simulação no CST durou 5 horas.

O método apresentado neste trabalho foi aplicado para analisar um caso particular de uma nanoantena cilíndrica reta, mas pode ser utilizado para analisar elementos individuais ou múltiplos, com diferentes formatos ou raio de curvatura, e diferentes fontes de excitação. Como próximo passo para este trabalho, serão investigados diferentes aplicações deste método, como arranjos de nanoantenas cilíndricas e projetos de casamento de nanoantenas com linhas de transmissão ópticas. Outra proposta para continuar este trabalho seria o cálculo mais exato da impedância superficial para melhorar a precisão do método.

#### REFERÊNCIAS

- [1] L. Novotny, and B. Hecht, *Principles of Nano-Optics*, New York: Cambridge, 2006.
- [2] H. Wang, C. T. Chong, and L. Shi, "Optical antennas and their potential applications to 10 terabit/in<sup>2</sup> recording," *Optical Data Storage Topical Meeting*, pp. 16-18, May 2009.
- [3] O. Sqalli, I. Utke, P. Hoffmann, and F. M.-Weible, "Gold elliptical nanoantennas as probes for near field optical microscopy," *J. of Appl. Physics*, vol. 92, pp. 1078-1083, July 2002.
- [4] S. E. Lyshevski, and M. A. Lyshevski, "Nano- and microopto-electromechanical systems and nanoscale active optics," *Third IEEE Conference on Nanotechnology*, August 2003.
- [5] J.-S. Huang, T. Feichtner, P. Biagioni, and B. Hecht, "Impedance matching and emission properties of nanoantennas in an optical nanocircuit," *Nano Lett.*, vol. 9, pp. 1897-1902, April 2009.
- [6] D. P. Fromm, A. Sundaramurthy, A. Kinkhabwala, P. J. Schck, G. S. Kino, and W. E. Moerner, "Exploring the chemical enhancement for surface-enhanced Raman scattering with Au bowtie nanoantennas," *The J. of Chemical Physics*, vol. 124, 2006.
- [7] M. F.G.-Parajo, "Optical antennas focus in on biology," *Nat. Photonics*, vol. 2, pp. 201-203, April 2008.
- [8] M. L. Brongersma, and P. G. Kik, *Surface Plasmon Nanophotonics*, Netherlands: Springer, pp. 169, 2007.
- [9] G. Ying, L. Jia, M.Olivier, and G.QiHuang, "Solving surface Plasmon resonances and near field in metallic nanostructures: Green's matrix method and its applications," *Chinese Science Bulletin*, vol. 55, N24, pp. 2608-2617, August 2010.
- [10] Y. ZhiLin, et al, "FDTD for plasmonics: applications in enhanced Raman spectroscopy," *Chinese Science Bulletin*, vol. 55, N24, pp. 2635-2642, August 2010.
- [11] B. T. Draine, P. J. Flatau, "Discrete-dipole approximation for scattering calculations," *J. Opt. Soc. Am. A.*, vol. 11, pp. 1491-1499, 1994.
- [12] COMSOL Multiphysics 3.5, COMSOL Inc. (<http://www.comsol.com/>).
- [13] CST-Microwave-Studio. (<http://www.cst.com/>).
- [14] T. H. Taminiau, F. D. Stefani, and N. V. van hulst, "Enhanced directional excitation and emission of single emitters by a nano-optical Yagi-Uda antenna," *Optics Express*, vol. 16, N14, pp. 16858-16866, July 2008.
- [15] H. Pahlevaninezhad, T. E. Darcie, and B. heshmat, "Two-wire waveguide for terahertz," *Optics Express*, vol. 18, N7, pp. 7415-7420, March 2010.
- [16] Z. Fang, and X. Zhu, "Surface Plasmon polariton enhancement in Ag nanowire-nanoantenna optical circuits", NFO-11 – 11th Int. Conference on near-field Optics, *Nanophotonics & Related Techniques*, pp. 89, September 2010.
- [17] C. D. Angelis, et al, "Extending antenna theory to the optical domain", *Proc. of the 39th European Microwave Conference*, pp. 810-813, October 2009.
- [18] G. W. Hanson, "On the applicability of the surface impedance integral equation for optical and near infrared copper dipole antennas", *IEEE Trans. On ant. And Propag.*, vol. 54, N12, pp. 3677-3685, December 2006.
- [19] L. Novotny, "Effective wavelength for optical antennas", *Phy. Rev. Lett.*, vol. 98, pp. 266802(4), June 2007.
- [20] K. Q. da Costa, and V. Dmitriev, "Software based on MoM model to analyze electromagnetic transients in grounding systems", *International Conference on Grounding and Earthing & 2nd International Conference on Lightning Physics and Effects*, November 2006.
- [21] R. Kappeler, et. al., "Field computation of optical antennas", *J. Comput. Theor. Nanosci.*, vol. 4, N3, pp. 686-691, 2007.