

# Análise da Dispersão Cromática em Um Novo Modelo de Fibra Óptica Usando Algoritmos Genéticos

Diego S. Bezerra e José P. da Silva

**Resumo**— Algoritmos genéticos em conjunto com o método dos elementos finitos são utilizados na otimização de um novo modelo de fibra óptica com dispersão cromática ultra-plana. A estrutura é formada pela inclusão de um pequeno furo de ar no centro do núcleo de uma fibra óptica convencional e exibe uma dispersão cromática de  $\pm 0,9$  ps/(km.mm) para o modelo otimizado.

**Palavras-Chave**— Algoritmos Genéticos, dispersão cromática, elementos finitos.

**Abstract**— Genetic Algorithms in conjunction with the finite element method are used to improve a new optical fiber model with ultra-flattened dispersion. The structure is formed by introducing a small air-hole at the core of a conventional fiber and exhibit a  $\pm 0.9$  ps/(km.mm) chromatic dispersion for the optimized model.

**Keywords**— Genetic Algorithms, chromatic dispersion, finite elements.

## I. INTRODUÇÃO

A busca por novos modelos de fibras ópticas que apresentem baixa dispersão cromática para uma extensa faixa de frequência tem atraído o interesse de um grande número de pesquisadores da área de fotônica nos últimos anos, sobretudo por representarem um excelente meio de transmissão para grandes links de comunicação [1]-[3]. Nesse contexto, vários dispositivos condutores de luz têm sido relatados na literatura com ênfase para as fibras de cristais fotônicos, as quais apresentam, em alguns modelos, uma dispersão cromática ultra-plana [2]. Neste trabalho, o método dos elementos finitos em conjunto com a técnica de otimização baseada em algoritmos genéticos (AG) são usados na análise de um novo modelo de fibra óptica que apresenta dispersão cromática ultra-plana em vários comprimentos de onda.

A estrutura proposta caracteriza-se pela inclusão de um furo de ar de raio muito pequeno no centro do núcleo de uma fibra convencional, Fig. 2. Os diâmetros do furo de ar e do núcleo da fibra são otimizados através de um algoritmo genético programado para obter uma fibra óptica com dispersão cromática ultra-plana para uma extensa faixa de frequências. Na próxima seção, a formulação por elementos finitos é resumidamente explicada, noções sobre algoritmos genéticos são descritas na seção 3, resultados numéricos são exibidos na seção 4, e finalmente são apresentadas as conclusões deste trabalho.

Diego S. Bezerra e José P. da Silva, Departamento de Ciências Ambientais e Tecnológicas - DCAT, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró-RN, Brasil, E-mails: diego.bezerra@mcc.ufersa.edu.br, patroc@ufersa.edu.br. Este trabalho foi financiado pela FAPERN e CNPq (563271/2008-6).

## II. FORMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos é amplamente reconhecido como uma poderosa ferramenta numérica para análise de dispositivos ópticos [4]-[8]. A aproximação por elementos finitos vetoriais para análise das características de propagação em fibras ópticas com alta precisão é abordada em [8].

Em sistemas de comunicações ópticas, o conhecimento da dispersão cromática  $D$  torna-se extremamente importante para determinar a qualidade da transmissão do pulso, devido este fator ser diretamente responsável pela largura do mesmo. Por outro lado,  $D$  é proporcional à derivada segunda da constante de propagação ou índice de refração efetivo  $n_{eff}$ , desta forma, uma ferramenta numérica altamente precisa, como o método dos elementos finitos [9], torna-se necessário para obter o  $n_{eff}$ . Aqui, além da aplicação do método numérico, os coeficientes de Sellmeier, foram usados na formulação para analisar a dispersão em diferentes frequências.

Os coeficientes de Sellmeier são aplicados diretamente na formulação vetorial por elementos finitos, que, em síntese, é obtida partindo-se da equação vetorial de Helmholtz em duas dimensões e considerando camadas perfeitamente casadas (PMLs) para evitar reflexões indejadas. Desta forma, pode-se escrever:

$$\nabla \times (\bar{\bar{k}} \nabla \times \vec{H}) - k_0^2 \vec{H} = 0 \quad (1)$$

onde  $\bar{\bar{k}} = 1/\bar{\bar{\epsilon}}$  e  $\bar{\bar{\epsilon}}$  representa o tensor permissividade relativa. Considerando o meio dielétrico com anisotropia transversal e definindo  $\hat{u}_x$ ,  $\hat{u}_y$  e  $\hat{u}_z$  associados com as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente, o tensor permissividade  $\bar{\bar{\epsilon}}$  pode ser escrito como  $\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_{xx}\hat{u}_x\hat{u}_x + \epsilon_{xy}\hat{u}_x\hat{u}_y + \epsilon_{yx}\hat{u}_y\hat{u}_x + \epsilon_{zz}\hat{u}_z\hat{u}_z$ . Usando o procedimento convencional por elementos finitos baseado no método de Galerkin aplicados na equação (1), após algumas manipulações algébricas e assumindo que tanto o meio como os campos variam muito lentamente ao longo da direção de propagação [9], o seguinte sistema matricial é obtido:

$$[A]\{\phi\} = n_{eff}^2[B]\{\phi\} \quad (2)$$

onde  $[A]$  e  $[B]$  são matrizes esparsas e complexas. A equação (2) é eficientemente resolvida através do método da interação de subespaços. Em adição, é importante ressaltar que o perfil de índice de refração  $n(r, \lambda)$  de uma fibra óptica pode ser escrito como  $n(r, \lambda) = \eta(r)n_s(\lambda)$ , onde  $n_s(\lambda)$  é o índice de refração da sílica pura e  $\eta(r)$  é o índice de refração normalizado, o qual é função apenas da coordenada radial.

Aqui, as constantes de Sellmeier para o índice de refração da sílica pura  $n_s(\lambda)$  dadas em [10] são consideradas. Desta forma, a dispersão do material é incluída diretamente nos cálculos. Os coeficientes de Sellmeier foram usados porque eles podem ajustar-se a medidas experimentais dos índices de refração da sílica. O  $n_{eff}$  é obtido a partir da equação (2), considerando uma faixa de comprimentos de onda, e a dispersão cromática pode ser diretamente calculada a partir da seguinte expressão:  $D = -(\lambda/c) (d^2 n_{eff}/d\lambda^2)$ , onde  $c$  representa a velocidade da luz no espaço livre.

### III. ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos genéticos são estruturas computacionais baseadas na teoria da evolução das espécies apresentada por Darwin. A teoria defende que a evolução ocorre devido à melhor adequação de determinados indivíduos ao ambiente ao qual pertencem. Estes indivíduos compõem uma população que procria ao longo do tempo, dando origem a novos indivíduos que apresentam carga genética dos pais, bem como alterações devido a possíveis mutações. Indivíduos externos podem juntar-se à população, mantendo assim, a diversidade genética. Então, a natureza impõe obstáculos à sobrevivência, causando a seleção dos espécimes mais adaptados, reiniciando todo o ciclo.

Algoritmos genéticos são utilizados na otimização de problemas complexos e apresentam uma grande similaridade em sua execução, contudo, apenas isto torna dois ou mais AG similares. Estas partes em comum caracterizam-se pela utilização de uma população, representada por indivíduos, que evolui no decorrer da aplicação, utilizando-se dos métodos de criação, mutação, *crossing-over*, avaliação e seleção [3]. Como cada algoritmo visa solucionar um determinado problema, o programador necessita dominar sua realidade para que seja possível uma boa representação da mesma em um ambiente computacional. Isto é bastante visível na representação de um caso, ou indivíduo, que possui uma estrutura (genes) única.

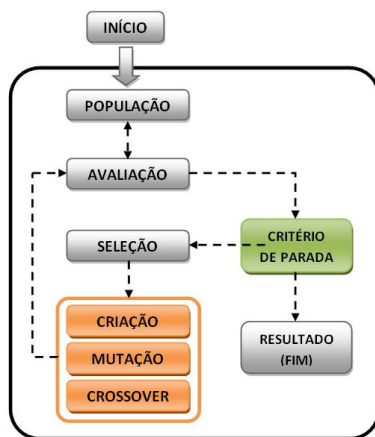


Fig. 1. Fluxograma do algoritmo genético.

Definida a estrutura do indivíduo, o algoritmo trata de gerar uma população inicial com a função de criação. Os valores aqui atribuídos aos genes dos indivíduos são aleatórios respeitando uma faixa de interesse. Em seguida esta população

é avaliada por meio da função de avaliação, aplicando-se a seleção com o intuito de descartar os piores indivíduos. Concluídas as etapas anteriores, se inicia o laço onde novos indivíduos serão gerados (agora usando também as funções de mutação e *crossing-over*), avaliados e selecionados até que o critério de parada seja satisfeito. Este critério pode ser um determinado número de gerações ou pode ser um valor de referência considerado satisfatório. A Fig. 1 mostra o fluxograma para o código genético desenvolvido.

### IV. RESULTADOS

Para obter a fibra com características de dispersão cromática ultra-plana, utilizou-se um código genético como o mostrado na Fig. 1. Os parâmetros otimizados da estrutura mostrada na Fig. 2, usados nesta análise, foram:  $\eta_1 = 1,05190$ ,  $\eta_2 = 1,0$ ,  $r_1 = 0,194\mu\text{m}$  e  $r_2 = 1,8\mu\text{m}$ .

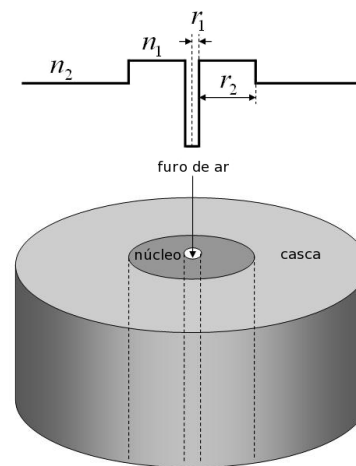


Fig. 2. Perfil de índice de refração da fibra óptica com furo de ar no centro do núcleo.

A simulação fez uso de uma malha discretizada por 5.500 elementos quadráticos dentro de uma janela computacional de  $6\mu\text{m}$  (direção  $x$ ) por  $6\mu\text{m}$  (direção  $y$ ). A dispersão cromática obtida é ultra-plana e varia entre  $\pm 0,9$  ps/(km.nm) para uma faixa de comprimentos de onda que vai de aproximadamente  $1,25\mu\text{m}$  a  $2,12\mu\text{m}$ . É importante ressaltar que para o resultado não otimizado usado a título de comparação na Fig. 3, os parâmetros para a fibra foram aqueles apresentados em [4]. Na estrutura proposta neste trabalho, Fig. 2, os parâmetros  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $r_1$  e  $r_2$  foram otimizados usando algoritmo genético enquanto que os parâmetros para a mesma estrutura usados em [4] foram obtidos empiricamente.

Resultados preliminares mostraram que o uso de malhas mais refinadas com número de elementos muito grande não contribui com a precisão dos resultados alcançados para a estrutura otimizada por algoritmo genético. A estrutura otimizada foi obtida em um tempo total de simulação de aproximadamente 3 horas em um computador Intel® Core™ 2 Duo com 1,8 GHz. O algoritmo foi executado em um sistema operacional Linux com arquitetura x86\_64 (64bits), que mostrou ser aproximadamente 8% mais rápida que a arquitetura x86 (32bits). Novos testes estão sendo feitos com o

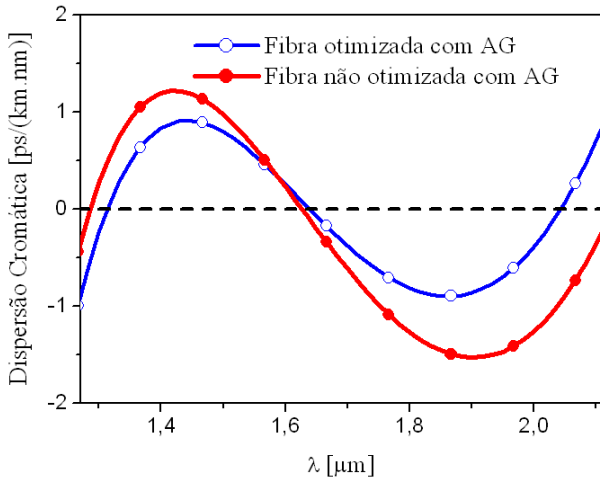


Fig. 3. Dispersão cromática para a estrutura mostrada na Fig. 2.

uso de processamento paralelo usando consoles PlayStation® 3 formando um Cluster no ambiente Linux com a intenção de reduzir o tempo de processamento.

A Fig. 4 mostra as curvas de dispersão cromática para a fibra óptica em análise, sem o furo de ar introduzido no centro do núcleo da fibra e com a introdução do pequeno furo de ar, considerando a estrutura otimizada. É importante salientar que pequenas alterações nas dimensões da estrutura poderão influenciar bastante nas características de dispersão da fibra, deste modo, a aplicação de algoritmos genéticos representa um avanço no que se refere à obtenção dos parâmetros da estrutura mostrada na Fig. 2. Além disso, o modelo da fibra aqui analisada é de fácil construção quando comparada a alguns modelos de Fibras de Cristais Fotônicos (PCFs) [6], utilizadas para obtenção de dispersões cromáticas ultra-planas.

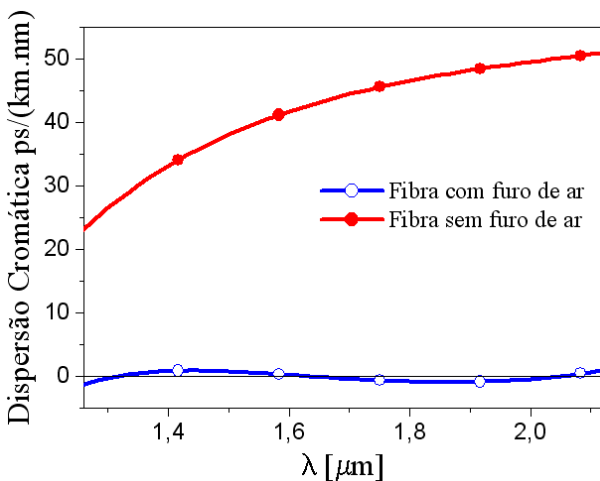


Fig. 4. Dispersão cromática para a estrutura mostrada na Fig. 2, sem o furo de ar e com a inclusão do furo de ar.

A Fig. 5 mostra a variação da área efetiva do modo fundamental em função do comprimento de onda. A área efetiva,  $A_{eff}$ , é uma medida quantitativa da área efetivamente coberta pelo modo da fibra em relação às dimensões transversais. A

área efetiva foi calculada através da seguinte expressão [6]:

$$A_{eff} = \frac{(\iint |E^2| dx dy)^2}{\iint |E|^4 dx dy} \quad (3)$$

onde  $E$  representa o campo elétrico.

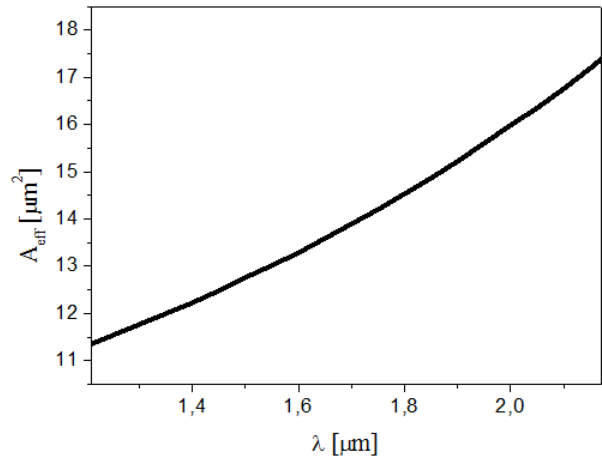


Fig. 5. Área efetiva do modo fundamental em função do comprimento de onda.

A fibra proposta neste trabalho apresenta características de uma fibra monomodal, como pode ser visto em Fig. 6. O modo fundamental corresponde ao modo  $H_{11}^x$  e para os modos da Fig. 6 o índice de refração efetivo ( $n_{eff}$ ) é calculado através da relação  $\beta/k_0$ , obtido através da análise modal [8], e não são degenerados. Entretanto, resultados preliminares mostram que a presença do buraco de ar influencia na frequência de corte dos modos propagantes em relação à fibra com núcleo sólido.

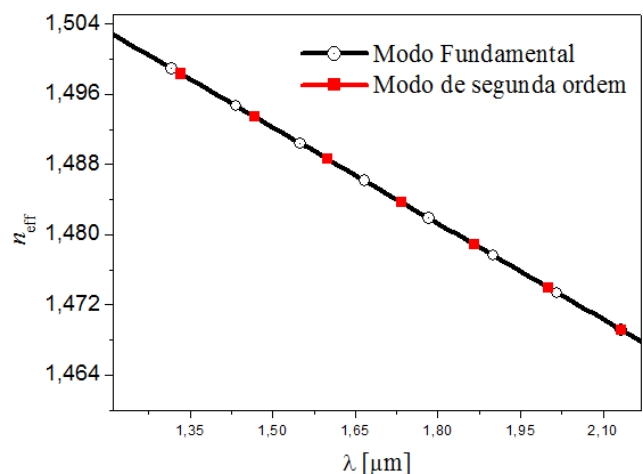


Fig. 6. Constante de propagação normalizada para os dois primeiros modos da fibra mostrada na Fig. 2.

A Fig. 7 mostra a distribuição de campo magnético para a componente  $h_x$  do modo fundamental da estrutura mostrada na Fig. 2.

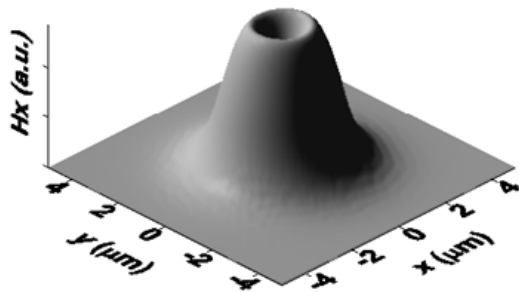


Fig. 7. Distribuição do campo magnético para a componente  $h_x$ .

## V. CONCLUSÕES

Neste trabalho, o método dos elementos finitos em conjunto com a técnica de otimização baseada em algoritmos genéticos, foram aplicados com sucesso na análise de um novo modelo de fibra óptica com dispersão cromática ultra-plana, para uma extensa faixa de frequência. Os resultados aqui obtidos mostram que, com uma estrutura mais simples, pode-se projetar um novo modelo de fibra óptica com dispersão cromática ultra-plana. A dispersão obtida neste trabalho variou entre  $\pm 0,9$  ps/(nm.km). O estudo feito poderá dar uma importante contribuição para aplicações em que o objetivo é obter dispositivos para compensação de dispersão cromática.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a UFERSA e UERN pelo apoio estrutural. Agradecemos também a FAPERN e CNPq pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Eason, B. Noble, e I. N. Sneddon, "On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions", *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, vol. A247, pp. 529-551, Abril 1955.
- [2] V. Padgaonkar, A. Arbor, M. Lipson, e S. Pradhan, "Thermal effects in silicon based resonant cavities devices", <http://www.nnin.org/doc/2004NNINreuVaidehee.pdf>.
- [3] R. Linden, "Algoritmos Genéticos", 2ª Edição, Brasport, 428 p., ISBN: 9788574523736, 2008.
- [4] J. P. da Silva, V. F. Rodríguez-Esquerre, H. E. Hernández-Figueroa, "Step index holey fiber for ultra-flattened chromatic dispersion", Proceedings of Integrated Photonics Research and Applications IPRA2006, Connecticut, 2006.
- [5] D. Correia, V. F. Rodríguez-Esquerre, e H. E. Hernández-Figueroa, "Genetic-algorithm and finite-element approach to the synthesis of dispersion-flattened fiber", *Microwave and Opt. Technol. Lett*, 32, 245-248, 2001.
- [6] K. Saitoh e M. Koshiba, "Chromatic dispersion control in photonic crystal fiber: application to ultra-flattened dispersion", *Opt. Express* 11, 843-852, 2003.
- [7] H. E. Hernández-Figueroa, F. A. Fernández, Y. Lu e J. B. Davies, "Vectorial finite element modelling of 2D leaky waveguides", *IEEE Trans. Magn.* 31, 1710-1712, 1995.
- [8] D. Correia, J. P. da Silva e H. E. Hernández-Figueroa, "Genetic algorithm and finite-element design of short single-section passive polarization converter", *IEEE Photonics Technol. Lett.* 15, 915-917, 2003.
- [9] J. P. da Silva, H. E. Hernández-Figueroa e A. M. F. Frasson, "Vectorial finite-element BPM analysis for transverse anisotropic media", *J. Lightwave Technol.*, 21, 567-576, 2003.
- [10] J. W. Fleming, "Material dispersion in lightguide glasses", *Electron. Lett.*, 14 pp. 326-328, 1978.