

Análise Estatística das Soluções de Projetos de Topologias Virtuais de Redes Ópticas

Gabriel Lessa Lavagnoli, Elias de Oliveira, Marcelo E. V. Segatto

Resumo—O projeto da topologia virtual (VTD) de uma rede óptica é um problema de otimização combinatorial complexo e, em geral, é abordado utilizando-se métodos heurísticos com elevado custo computacional. O objetivo deste artigo é mostrar, a partir de análises estatísticas do conjunto de soluções do VTD, que não é necessária a utilização de tais métodos para encontrar uma boa solução para o problema. Como estudo de caso, foram utilizadas redes com topologia em anéis hierárquicos (HSHR). Foi realizada uma análise exaustiva com topologias de 9 nós e posteriormente estudamos amostras de topologias com 24, 60 e 120 nós.

Palavras-Chave—redes ópticas, projeto de topologias virtuais, análise estatística.

Abstract—The virtual topology design (VTD) of an optical network is a complex combinatorial optimization problem and, in general, is addressed by using heuristic methods with high computational cost. The purpose of this paper is to show, from statistical analysis of the set of solutions of the VTD, that it is not necessary to use such methods to find a good solution to the problem. As a study case, hierarchical self-healing rings topologies (HSHR) were used. It was performed an exhaustive analysis with topologies of 9 nodes and afterwards it was studied samples of topologies with 24, 60 and 120 nodes.

Keywords—optical networks, virtual topology design, statistical analysis.

I. INTRODUÇÃO

A transmissão de dados por fibras ópticas é uma realidade há pelo menos 30 anos. As tecnologias empregadas nas comunicações ópticas permitem a transmissão de enormes quantidades de dados, fazendo uso da grande largura de banda disponível em uma fibra óptica. Com o desenvolvimento de novas tecnologias surgiram as redes ópticas baseadas na multiplexação no domínio do comprimento de onda, redes essas conhecidas por redes WDM (do inglês *Wavelength Division Multiplexing*). Essas redes possuem características únicas com relação aos recursos disponíveis e capacidade. Dentre essas, podemos citar o roteamento de comprimento de onda e a separação entre topologias física e virtual.

Do ponto de vista de topologia física, as redes WDM apresentam configurações tradicionais como o anel, a malha e o barramento. A topologia lógica é construída em cima da física, possuindo características e restrições exclusivas tais como a possibilidade de reconfiguração durante o uso e a continuidade de comprimento de onda [1].

G. L. Lavagnoli: Centro Universitário de Vila Velha (UVV) – Vila Velha – ES, glavagnoli@gmail.com; M. E. V. Segatto: Laboratório de Telecomunicações (<http://www.labtel.ele.ufes.br>). Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) – Vitória – ES, segatto@ele.ufes.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

O projeto de uma rede WDM é, originalmente, proposto como dois subproblemas, que em geral são resolvidos separadamente: o projeto da topologia virtual, conhecido como *Virtual Topology Design* (VTD) e o roteamento e a alocação de comprimentos de onda, ou *Routing and Wavelength Assignment* (RWA) [2]. Ambos os problemas são modelados como um problema de Programação Linear Inteira Mista (MILP) e a busca pela solução exata é classificada como NP Completo [3], ou seja, é extremamente difícil, do ponto de vista computacional. Para contornar esta dificuldade, vários autores utilizam heurísticas para encontrar boas soluções para cada um dos subproblemas [4], [5], [6].

O VTD tem como objetivo determinar um conjunto de caminhos ópticos, a topologia virtual, que minimize uma determinada métrica. Em geral para a solução do VTD, assumimos uma determinada demanda de tráfego entre os nós da rede e tentamos minimizar o congestionamento ou o processamento em cada nó. O RWA, por sua vez, tem como objetivo mapear a topologia lógica na topologia física minimizando o número de comprimentos de onda utilizados na rede. Esse problema é, em geral, tratado como um problema de coloração de grafos.

Desde a publicação dos primeiros artigos sobre VTD [2], surgiram vários trabalhos propondo novas técnicas capazes de encontrar a melhor solução possível para o problema no menor tempo possível. Várias formulações MILP, heurísticas e meta-heurísticas foram desenvolvidas, sempre usando comparações entre os diversos resultados obtidos para determinar a melhor técnica de solução. Entretanto, pelo melhor conhecimento dos autores desse artigo, não foi apresentada na literatura uma análise estatística do espaço de soluções do problema do VTD.

Esse artigo apresenta um estudo estatístico do espaço de soluções do problema do VTD usando como caso de estudos topologias em anéis hierárquicos, ou topologias HSHR (do inglês *Hierarchical Self-Healing Rings*) [7]. Essa classe de topologias é interessante devido à alta tolerância a falhas, além da facilidade na implementação do roteamento.

Inicialmente analisamos topologias HSHR com 9 nós contendo três anéis de três nós cada, interligados por um anel de hierarquia superior. Para tal caso é possível calcular o congestionamento de todas as topologias existentes, e conseqüentemente estudar a distribuição estatística do congestionamento. A partir desses resultados preliminares foi possível estender nossa análise para topologias com 24, 60 e 120 nós. Com esses estudos concluímos que não é necessária a utilização de métodos heurísticos com elevado custo computacional para encontrar uma boa solução para o VTD.

O restante deste texto está organizado da seguinte forma: Na seção II são apresentados os conceitos básicos do VTD, objeto

de estudo do presente artigo. As redes HSHR são apresentadas na seção III, e na seção IV a metodologia empregada em nosso trabalho é discutida. Os resultados e as conclusões obtidas encontram-se, respectivamente, nas seções V e VI.

II. PROJETO DE TOPOLOGIA VIRTUAL

A topologia virtual em uma rede óptica consiste de um conjunto de caminhos ópticos definido entre um subconjunto de pares de nós da rede. Tais caminhos ópticos podem ser escolhidos com base na demanda de tráfego entre pares de nós da rede que é, em geral, dada por uma matriz $N \times N$ sendo N o número de nós. O grafo orientado formado pelos caminhos ópticos caracteriza uma topologia virtual, dada da seguinte forma: Cada vértice corresponde a um nó de roteamento da rede e uma aresta corresponde a um caminho óptico.

O tráfego entre um par de nós é roteado sobre a topologia virtual utilizando um ou mais caminhos ópticos consecutivos. O objetivo é projetar uma topologia virtual que otimize alguma métrica de avaliação de desempenho de rede, por exemplo, o congestionamento da rede, o processamento de tráfego na rede, o atraso médio, entre outras. Em nosso trabalho abordamos o problema de minimizar o congestionamento.

O congestionamento em uma rede é definido como o máximo entre as quantidades de tráfego sobre os caminhos ópticos. O tráfego sobre um caminho óptico é definido como a soma dos fluxos de tráfego entre os pares origem-destino que utilizam este caminho óptico. Portanto, o problema do congestionamento de tráfego é um problema de minimização. Mais precisamente, se N é o número de nós da rede, definimos:

A matriz $T = [t_{sd}]$, de tamanho $N \times N$, como sendo a matriz de **demanda de tráfego** cujos elementos t_{sd} representam a demanda do nó origem s para o nó destino d , e a matriz $P = [p_{ij}]$ como sendo a matriz binária $N \times N$ que identifica os caminhos ópticos. Se existir o caminho óptico $\langle i, j \rangle$ então $p_{ij} = 1$, caso contrário $p_{ij} = 0$; f_{ij}^{sd} sendo a parcela da demanda t_{sd} que usufrui o caminho óptico $\langle i, j \rangle$. Definimos por $F = [f_{ij}]$ a matriz de fluxo e f_{ij} é a soma das demandas que usufruem o caminho óptico $\langle i, j \rangle$, ou seja,

$$f_{ij} = \sum_{(s,d) \in B_{ij}} f_{ij}^{sd}, \quad (1)$$

sendo B_{ij} o conjunto dos pares ordenados (s, d) de nós que utilizam o caminho óptico $\langle i, j \rangle$. Para o (nosso) caso em que não é considerado bifurcação de tráfego, $f_{ij}^{sd} = t_{sd}$ e conseqüentemente,

$$f_{ij} = \sum_{(s,d) \in B_{ij}} t_{sd}. \quad (2)$$

O objetivo é encontrar a matriz P que minimize a função

$$f_{\max} = \max\{f_{ij} \in F\}. \quad (3)$$

Geralmente, a topologia virtual é projetada baseada em uma estimação média do fluxo de tráfego entre os nós da rede óptica por algum intervalo de tempo pré definido. Não podemos assumir que a demanda da rede é constante todo tempo. Logo, de tempos em tempos, deveremos obter uma nova configuração para a topologia virtual assumindo que de

tempos em tempos uma nova matriz de demanda deverá ser implementada. Portanto é necessário encontrar algum método eficiente e relativamente rápido para determinação de uma boa topologia virtual.

III. TOPOLOGIAS HSHR

Redes com topologia em anel proporcionam um mecanismo de sobrevivência em caso de falha, roteamento eficiente e um mecanismo de controle de rede simplificado, entretanto o congestionamento em uma rede em anel aumenta significativamente com o número de nós na rede. Considerando estes fatores Shi e Fonseka [7] propuseram uma arquitetura de rede que utiliza anéis hierárquicos. Nessa arquitetura, a rede é dividida em vários anéis menores que são interligados através de um outro anel.

A Figura 1 apresenta uma rede hipotética de 12 nós e duas hierarquias, sendo H_0 a hierarquia inferior e H_1 a hierarquia superior. Todo o tráfego gerado entre nós pertencentes a um mesmo anel de hierarquia inferior, ou tráfego intra-anel, é roteado internamente na hierarquia inferior, e somente o tráfego transmitido entre nós pertencentes a anéis de hierarquia inferior diferentes, ou tráfego inter-anéis, passa pela hierarquia superior. Dessa forma, o gerenciamento da rede pode ficar concentrado em um número menor de nós, diminuindo o tráfego de informações de controle pela rede. Os nós que pertencem a duas hierarquias simultaneamente são chamados de super-nós, e são responsáveis pelo roteamento de tráfego inter-anéis.

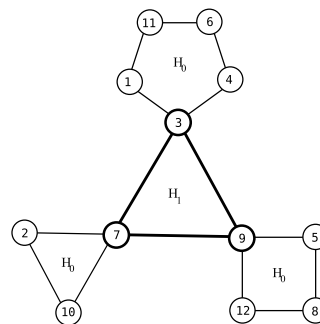


Fig. 1. Exemplo de uma topologia HSHR de 12 nós com 3 anéis de hierarquia inferior. Os super nós são 3, 7, 9.

A principal vantagem da arquitetura de redes em anel é sua tolerância à falhas e a facilidade de implementação de roteamento. É possível restabelecer todo tráfego no caso de uma única falha com apenas uma simples mudança de orientação de direção do fluxo. Porém em caso de duas falhas, possivelmente algumas requisições podem não ser atendidas. A arquitetura de redes em anéis hierárquicos permite restabelecimento de um número maior de falhas, desde que tais falhas ocorram em enlaces de anéis distintos. Além disso, o roteamento de tráfego neste tipo de arquitetura continua sendo de fácil implementação, e o cálculo do congestionamento não exige nenhuma adaptação.

IV. CÁLCULO DE TAMANHO DE AMOSTRA

Considerando uma rede óptica de N nós, o número de topologias virtuais possíveis, mesmo fixando em topologias

HSHR, é superior a $N!$. Com uma população tão grande, torna-se inviável a realização de estudos exaustivos. Devemos restringir nossas análises a amostras cujo tamanho seja suficiente para estimar as estatísticas do conjunto de soluções do VTD.

Considere como uma população o conjunto de todas as topologias virtuais possíveis para uma rede com N nós, associadas ao seus respectivos congestionamentos. Deseja-se encontrar o tamanho da amostra n tal que

$$P(|\bar{X} - \mu| \leq \varepsilon) \geq 1 - \alpha. \quad (4)$$

sendo \bar{X} a média amostral, μ a média populacional, $0 \leq \alpha \leq 1$ o menor possível e ε o erro máximo tolerável.

O Teorema Central do Limite [8] garante que $(\bar{X} - \mu)$ possui distribuição normal com média 0 e variância σ^2/n (notação: $(\bar{X} - \mu) \sim N(0, \sigma^2/n)$) e tomando $Z = (\bar{X} - \mu)\sqrt{n}/\sigma$, a equação 4 pode ser escrita da seguinte forma:

$$P\left(\frac{-\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right) \geq 1 - \alpha, \quad (5)$$

consequentemente $Z \sim N(0, 1)$.

Tome F^* sendo a função de probabilidade acumulada normal padrão e defina o número z_α talque $F^*(z_\alpha) = \alpha$. Devido à simetria em torno do eixo $x = 0$ da função de densidade de probabilidade normal padrão, temos que $P(|Z| \leq z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$. Desta igualdade e da equação 5, concluímos

$$\frac{-\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma} = z_{\alpha/2} \quad (6)$$

Portanto, a equação que determina o tamanho mínimo da amostra para estimar média é

$$n = \left(\frac{\sigma z_{\alpha/2}}{\varepsilon}\right)^2. \quad (7)$$

Geralmente não é conhecido o desvio padrão da população (σ) e a escolha do erro amostral (ε) deve levar em consideração a amplitude dos valores estudados. Para contornar estes fatos utiliza-se inicialmente uma amostra inicial (também conhecida como amostra piloto) e desta amostra calculamos a média ($\bar{\mu}_0$) e o desvio padrão ($\bar{\sigma}_0$). O desvio padrão encontrado será utilizado na fórmula de cálculo de tamanho de amostra e com a média vamos determinar o erro amostral tomando $\varepsilon = d \bar{\mu}_0$ para $d > 0$ "bem pequeno". De tal modo chegamos na seguinte fórmula:

$$n = \left(\frac{\bar{\sigma}_0 z_{\alpha/2}}{d \bar{\mu}_0}\right)^2. \quad (8)$$

Esta teoria é exclusiva para estimação da média populacional, e não do desvio padrão. Porém, na seção de resultados iremos observar nos gráficos de convergência que, para nosso caso, o tamanho de amostra determinado pela fórmula (8) também determina uma estimação para o desvio padrão com aproximação satisfatória.

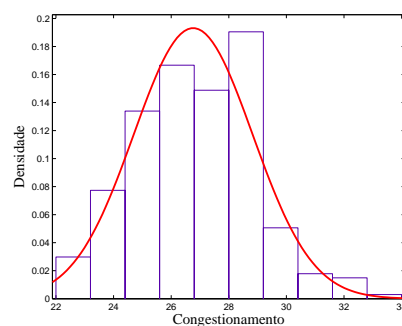
Uma vez que a amostra possui média e desvio padrão amostral muito próximos da média e do desvio padrão populacional, espera-se que o mínimo da amostra pertença ao um pequeno grupo dos menores valores da distribuição.

V. RESULTADOS

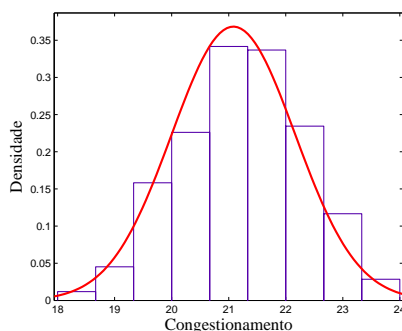
Iniciaremos nossa análise estatística considerando uma rede HSHR de 9 nós considerando três anéis na hierarquia inferior, cada um contendo 3 nós. Nesse caso, temos uma população de $9! = 362.880$ topologias lógicas distintas. Esta quantidade permite realizar estudos exaustivos englobando todas topologias para determinar o congestionamento mínimo. Qualquer nó a mais torna impraticável estudar todas as topologias, pois o aumento no número de nós da rede implica no crescimento fatorial da população das topologias, além de um grande aumento do custo computacional para o cálculo do congestionamento em cada topologia.

Em nossa análise, a matriz de demandas é considerada constante e seus elementos assumem os valores 1, 2 ou 4 representando demandas de tráfego múltiplas de uma valor de referência. Esse procedimento é comumente empregado em redes de telecomunicações [1].

Um algoritmo foi desenvolvido para o cálculo do congestionamento da rede a partir da demanda de tráfego, do número de nós e da topologia lógica escolhida, conforme desenvolvido na seção II. A partir desse algoritmo foi possível levantar o congestionamento para todas as topologias virtuais e analisar sua distribuição estatística. A figura 2 mostra o histograma dos valores de congestionamento para os anéis nas hierarquias inferior e superior. Observamos a semelhança dos histogramas com a distribuição normal. Tal semelhança nos fez comparar com as curvas gaussianas de mesma média e variância, como pode ser visto nas curvas em vermelho.



(a)



(b)

Fig. 2. Topologias HSHR com 9 nós. (a) Distribuição do congestionamento no anel superior, e (b) Distribuição da média do congestionamento nos anéis inferiores. As curvas em vermelho representam o ajuste do histograma para uma distribuição normal.

Em geral o congestionamento máximo ocorre na hierarquia superior uma vez que, neste anel, além da comunicação entre os super-nós, passa o tráfego entre os anéis de hierarquia inferior. Por isso, daqui em diante, vamos concentrar nossas análises para este anel.

Para a hierarquia superior obtivemos o congestionamento mínimo igual a 22 unidades de tráfego, a média é igual a 26,7643 unidades de tráfego e o desvio padrão é igual a 2,0654. Para ilustrar, considere o caso em que deseje-se uma variação entre as médias populacional e amostral relativamente inferior a duzentos avos. Para isto, sejam $\alpha = 1\%$ e $d = 0,005$, de acordo com a notação introduzida na seção IV. Neste caso, o cálculo para o tamanho da amostra através da equação (8) resulta em 1.290, que representa uma parcela ínfima da população. Ou seja, é necessário tomar uma amostra com apenas 1.290 topologias, a fim de estimar a média populacional. Porém, teoricamente, não há garantia de que tal tamanho de amostra também estime desvio padrão e mínimo populacional. Entretanto, utilizando 500 amostras de 1.290 topologias cada, constatamos que uma amostra com esse tamanho de fato é suficiente. Isso pode ser visto na tabela I.

Estatísticas	Populacional	Média de 500 amostras	Desvio Padrão 500 amostras
Media	26,7643	26,7617	0,0567
Desvio Padrão	2,0654	2,0677	0,0396
Mínimo	22,0000	22,0060	0,0773

TABELA I
TOPOLOGIAS HSHR COM 9 NÓS - RESUMO DAS ESTATÍSTICAS.

Dentre as informações apresentadas na tabela I, o mínimo da distribuição é a mais importante para nosso trabalho pois representa o menor valor possível para o congestionamento, portanto o valor ótimo. Das 500 amostras com 1.290 topologias, 495 alcançaram o mínimo global. As outras 5 amostras encontradas possuem mínimo igual a 23. Portanto, para esta arquitetura de redes dispensa-se qualquer heurística ou meta-heurística, a fim de obter uma boa solução para o VTD. Ainda analisamos a convergência destas estatísticas em função do tamanho da amostra. Para isso, geramos amostras cada vez maiores e calculamos as médias, os desvios padrões e os mínimos. A convergência da média, do desvio padrão e do mínimo para este caso é extremamente rápida, conforme ilustra a figura 3. Por exemplo, vemos na figura 3(c) que, em qualquer amostra com mais de 1.000 topologias, existe pelo menos uma que alcança o mínimo global.

O estudo exaustivo da rede HSHR de 9 nós foi útil para mostrar o comportamento do congestionamento para todas as topologias virtuais possíveis da rede e avaliar o procedimento de cálculo do número mínimo de amostras. Após esses resultados preliminares, passamos a analisar redes HSHR com 24, 60 e 120 nós.

Por simplicidade, iremos considerar que todos os anéis de hierarquia inferior possuem o mesmo número de nós. Para os casos de 24, 60 e 120 nós, escolhemos alguns possíveis tamanhos de anéis de hierarquia superior para realizar nossa análise, por exemplo, para o caso de 24 nós, vamos analisar redes com 3, 4, 6 e 8 super-nós. A matriz de demanda

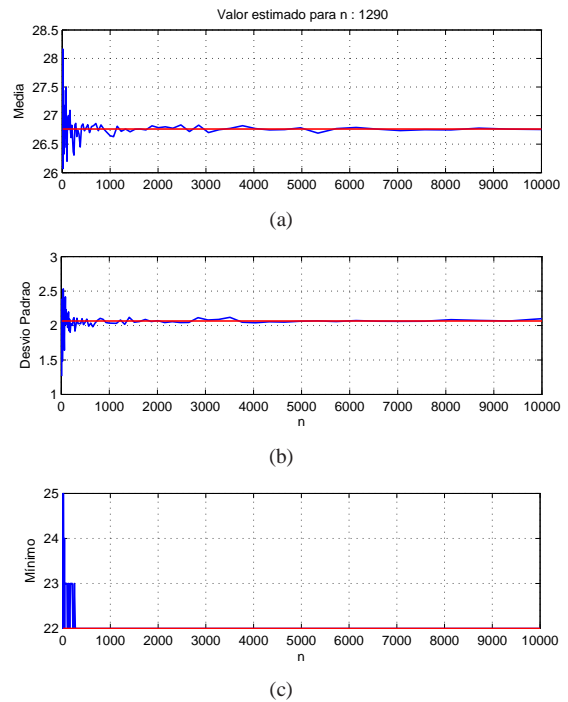


Fig. 3. Topologias HSHR com 9 nós - Convergência em função do tamanho de amostra. (a) média amostral, (b) desvio padrão amostral e (c) mínimo amostral.

de tráfego escolhida é uniformemente distribuída, sendo os valores das coordenadas pertencentes ao conjunto {1, 2, 4}.

Para cada caso, fixando os números de nós e super-nós, realizamos o mesmo procedimento do caso de 9 nós, com as seguintes adaptações:

- 1) Geramos aleatoriamente uma coleção de 100.000 topologias, calculamos o congestionamento de cada uma, e fizemos um histograma para verificar se a distribuição amostral se mantém semelhante à distribuição normal. O resultado foi positivo, exceto em alguns casos, nos quais houve uma leve assimetria à esquerda, e isso será discutido posteriormente.
- 2) Para calcular o tamanho da amostra para estimação da média, fixamos que o mínimo do tamanho da amostra seja igual a 1.000 topologias para aumentar a precisão uma vez que o processamento de 1.000 topologias é praticamente instantâneo em um computador pessoal.
- 3) Construímos uma tabela com a média e o desvio padrão normalizado das médias amostrais, desvios amostrais e mínimos amostrais referente a 500 amostras. Além disso, na tabela consta o menor congestionamento encontrado nas 500 amostras e a distância, em quantidades de desvios padrões, da média do mínimo até a média amostral. Por exemplo, se a média dos 500 mínimos é igual a 30, se a média das 500 médias amostrais é igual a 50 e se a média dos desvios padrões amostrais é 10 então a distância, conforme foi colocado, é igual a 2.

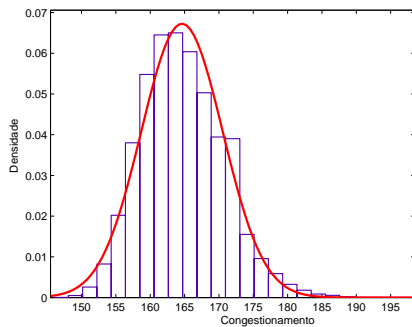
Os resultados dos testes referentes ao congestionamento nas topologias HSHR de 24, 60 e 120 nós são apresentados na tabela II. A apresentação dos gráficos ficou restrita ao caso das topologias com 24 nós devido à limitação do número de

páginas.

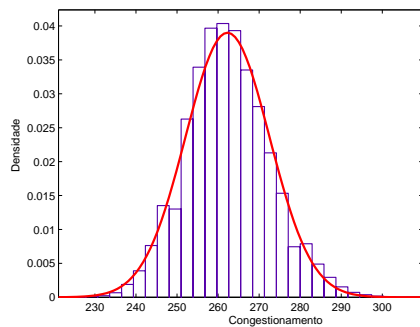
Nós	Super Nós	Tamanho Amostra	Média Média	Média Des. Pad.	Média Mínimo	Desvio Média	Desvio Des. Pad.	Desvio Mínimo	Menor Mínimo	Dist.
24	3	1760	164,6	5,93	149,6	0,024	0,018	0,163	147	2,971
	4	2060	262,3	10,23	230,4	0,022	0,016	0,277	223	3,844
	6	6760	235,0	16,61	186,7	0,012	0,012	0,120	182	3,190
	8	8090	223,0	17,23	182,6	0,011	0,009	0,104	178	2,611
60	3	1000	972,2	13,00	939,6	0,032	0,025	0,186	933	3,018
	4	1000	1606,0	21,70	1537	0,030	0,022	0,410	1496	5,059
	6	6390	1444,0	99,08	1173	0,012	0,013	0,032	1166	2,808
	10	5520	1308,0	83,43	1113	0,013	0,011	0,050	1107	2,406
	12	5170	1279,0	78,97	1114	0,013	0,011	0,069	1099	2,285
	15	6030	1235,0	82,36	1069	0,014	0,009	0,042	1063	2,088
120	20	4370	1232,0	69,91	1093	0,014	0,011	0,054	1086	2,085
	3	1000	3815	26,60	3748	0,030	0,025	0,185	3736	2,983
	4	1000	6368	45,60	6224	0,033	0,024	0,347	6168	4,381
	6	5910	5715	377,20	4684	0,013	0,015	0,018	4674	2,759
	10	5700	5194	336,80	4416	0,012	0,011	0,030	4400	2,358
	12	5650	5095	328,60	4446	0,014	0,011	0,030	4426	2,035
	15	6380	4869	334,00	4234	0,013	0,009	0,015	4228	1,920
	20	4020	4856	264,10	4347	0,016	0,012	0,044	4325	2,012
24	3420	4789	240,30	4331	0,017	0,013	0,045	4307	2,004	
30	2900	4734	218,70	4314	0,019	0,013	0,051	4289	2,033	
40	2410	4682	197,10	4302	0,021	0,015	0,054	4278	2,047	

TABELA II

TOPOLOGIAS HSHR COM 24, 60 E 120 NÓS - RESUMO DAS ESTATÍSTICAS.



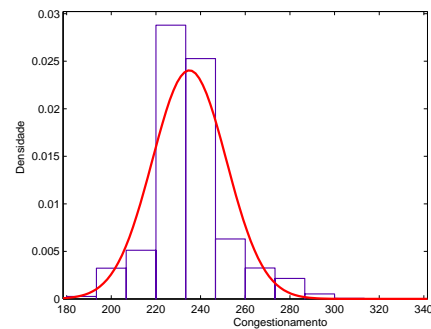
(a)



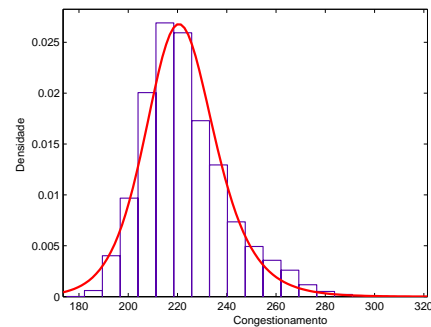
(b)

Fig. 4. Distribuição do congestionamento para topologias HSHR de 24 nós com: (a) 3 super-nós, e (b) 4 super-nós. As curvas em vermelho representam o ajuste do histograma para uma distribuição normal.

A terceira coluna da tabela II indica o tamanho de cada uma das 500 amostras utilizadas no experimento. Calculamos a média das seguintes estatísticas: média amostral, desvio padrão amostral e mínimo amostral destas 500 amostras. Calculamos também o desvio padrão normalizado e verificamos que pouco oscilaram tais estatísticas. Como o objetivo do VTD proposto é encontrar a topologia que minimize o congestionamento, colocamos na penúltima coluna o menor mínimo amostral encontrado. Por fim, na última coluna, calculamos o número de desvios padrões que distam da média dos mínimos até a



(a)



(b)

Fig. 5. Distribuição do congestionamento para topologias HSHR de 24 nós com: (a) 6 super-nós, e (b) 8 super-nós. As curvas em vermelho representam o ajuste do histograma para uma distribuição normal.

média das médias amostrais (que é praticamente a média populacional). Supondo que os congestionamentos se distribuem próximos da distribuição normal, então podemos determinar o tão quanto é seleta a solução encontrada.

Os histogramas para o caso das topologias de 24 nós, com 3, 4, 6 e 8 super-nós, são mostrados nas figuras 4 e 5. As curvas em vermelho representam o ajuste do histograma para uma distribuição normal.

Especificamente para o caso de 24 nós obtemos, com 3 super-nós, $Dist = 2,971$ desvios padrões. Se f^* é a função de densidade de probabilidade normal padrão então $f^*(-2,971) = 0,0015$. Afirmamos, portanto, que gerando uma amostra de 1.760 elementos, a melhor destas, possivelmente pertença ao grupo das 0,15% melhores soluções. A convergência da média, do desvio padrão e do mínimo para este caso também é extremamente rápida, conforme ilustra a figura 6. Para o caso de 4, 6 e 8 super nós obtemos, analogamente, $f^*(-3,844) = 0,00006$, $f^*(-3,190) = 0,00007$ e $f^*(-2,611) = 0,0154$. Portanto, o pior caso obteve uma solução que pertence ao conjunto das 1,6% melhores soluções, o que é um resultado extremamente interessante.

Nos 3 tamanhos de redes estudados verificamos que o comportamento dos resultados se mantém, e destacamos:

- A média e o desvio padrão convergem de forma extremamente rápida. Com amostras relativamente pequenas, alcançamos ínfima variação destas estatísticas.
- Alcançamos a menor média e, conseqüentemente, o menor mínimo no congestionamento no anel de hierar-

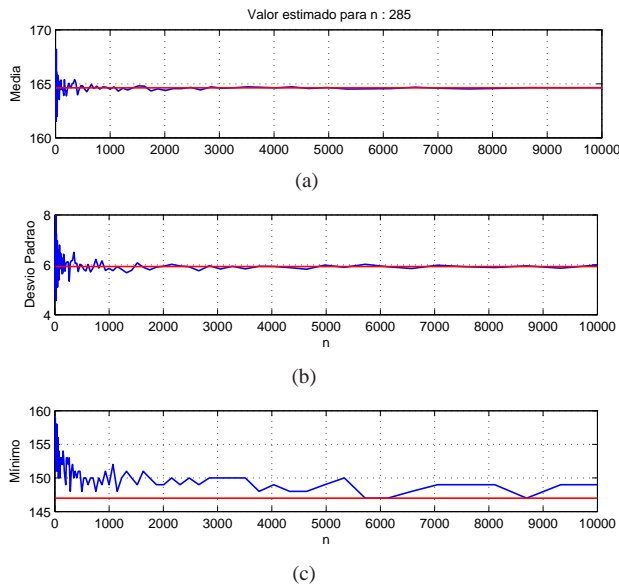


Fig. 6. Convergência das estatísticas para topologias HSHR com 24 nós e 3 super-nós.

quia superior para o caso de 3 super nós nos 3 tamanhos de redes. O pior caso, ou seja, a maior média e o menor mínimo no anel de hierarquia superior foi encontrado no caso de 4 super nós.

Ainda foram realizados os mesmos testes para o caso de uma matriz de tráfego com maior variação nos valores da demanda. Escolhemos matrizes com valores das demandas distribuídos da seguinte forma: 1/3 das demandas valem 1 unidade de tráfego, 1/2 valem 2 unidades de tráfego e 1/6 valem 16 unidades de tráfego. Todo o experimento chegou a valores e gráficos seguindo o mesmo comportamento e mesma facilidade de encontrar uma boa topologia.

VI. CONCLUSÕES

O presente artigo apresentou pela primeira vez uma análise estatística das soluções do subproblema do projeto de topologia virtual, VTD, de uma rede óptica. Esse subproblema é NP-Completo, portanto é computacionalmente difícil determinar uma topologia que apresente o valor ótimo para a métrica de interesse. Na literatura são apresentadas heurísticas com elevado custo computacional e sem qualquer tipo de mensurabilidade para saber o tão quanto a solução encontrada está perto da solução ótima, ou ainda, em qual percentual das melhores soluções ela se situa. Mostramos que não é necessária a utilização dessas heurísticas para encontrar uma boa solução para o VTD.

Foram realizados testes exaustivos para topologias HSHR com 9 nós e 3 super-nós. Esse estudo permitiu a análise do congestionamento de todas as topologias possíveis e a distribuição estatística desses valores. A partir desse estudo inicial analisamos redes bem maiores com 24, 60 e 120 nós. Nossos cálculos mostraram que no pior caso analisado, foram necessárias somente 8.000 topologias para obter a distribuição estatística do congestionamento. O processamento e cálculo de 8.000 topologias é uma tarefa rápida, inferior a 15 minutos em um computador pessoal.

Concluimos assim que, tomando uma amostra relativamente pequena do conjunto das possíveis topologias virtuais para a rede, encontramos ao menos uma topologia cujo congestionamento pertence a um pequeno percentual dos menores resultados possíveis.

Nosso trabalho, além de analisar a dificuldade de encontrar uma boa solução para o VTD, sugere um método para escolha de uma boa topologia com a vantagem da possibilidade de classificar o tão quanto é boa a solução encontrada.

REFERÊNCIAS

- [1] R. Ramaswami and K. N. Sivarajan, *Optical networks: a practical perspective*, 2nd ed. London: Academic Press, 2001.
- [2] —, "Design of logical topologies for wavelength-routed optical networks," *IEEE J. Sel. Areas Communications*, vol. 14, pp. 840–851, June 1996.
- [3] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, and C. L. Rivest, *Algoritmos - teoria e prática*, 2nd ed. Editora Campus, 2002.
- [4] E. Oliveira, L. C. B. Pereira, R. T. R. Almeida, and M. E. V. Segatto, "Estratégias com algoritmos híbridos para projeto de redes ópticas," in *Anais do SOBRAPO 2004: XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, São João Del Rei, Nov. 2004.
- [5] E. Oliveira, M. O. Lima, L. C. B. Pereira, R. T. R. Almeida, and M. E. V. Segatto, "A hybrid-combined algorithm approach for the design topologies and flow congestion minimization of optical networks," in *Proceedings of the 5th Conference on Telecommunications*, vol. 1, Tomar-Portugal, Apr. 2005, pp. 1–4.
- [6] E. Leonardi, M. Mellia, and M. A. Marsan, "Algorithms for logical topology design in WDM all-optical networks," *Optical Networks Mag.*, vol. 1, no. 1, pp. 35–46, Jan. 2000.
- [7] J. Shi and J. P. Fonseka, "Hierarchical self-healing rings," *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 3, pp. 690–697, Dec. 1995.
- [8] W. W. Hines, D. C. Montgomery, D. M. Goldsman, and C. M. Borror, *Probabilidade e estatística na engenharia*, 4th ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.