

Codificação Espaço-Temporal de Khatri-Rao em Sistemas MIMO Sem Fio

Bárbara da Silva Oliveira e Walter da Cruz Freitas Júnior

Resumo— A utilização de modelos baseados em álgebra multilinear para sistemas de comunicação é uma solução vista com entusiasmo. Este artigo de iniciação científica tem como objetivo o estudo da técnica de codificação espaço-temporal Khatri-Rao para sistemas MIMO e a comparação de seu desempenho em relação a outros algoritmos clássicos.

Keywords— álgebra multilinear, MIMO, Alamouti

Abstract— The use of models based on multilinear algebra for communication systems is a solution seen with enthusiasm. This undergraduate paper aims to study the Khatri-Rao space-time coding technique for MIMO systems and compare their performance in relation to other classic algorithms.

Keywords— multilinear algebra, MIMO, Alamouti

I. INTRODUÇÃO

As novas gerações de redes móveis; redes 5G e 6G; proporcionarão, além da melhoria dos atuais serviços online, a oferta de novos. Realidade virtual, comunicação massiva entre máquinas e cirurgias remotas são algumas dessas possibilidades. Nesse cenário de propagação sem fio existem, porém, várias demandas que devem ser satisfeitas, como alta vazão de dados e baixíssima latência e problemas que devem ser atenuados, como desvanecimento e interferências.

A modelagem de sistemas de comunicações é geralmente baseada em uma representação matricial. A aplicação da álgebra multidimensional, por meio do arranjo de dados em três ou mais dimensões, pode representar certos sistemas de forma mais fiel e apresentar padrões de correlação entre os domínios que antes não eram observáveis, como em [1].

Sistemas de transmissão e recepção massivos que utilizam múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) são definidos como soluções para a implementação das novas redes móveis. A aplicação da álgebra multilinear nesse caso é vantajosa, já que os sinais desse sistema são tipicamente de múltiplas dimensões, como tempo, espaço, frequência e subportadoras.

No presente trabalho, é realizado o estudo de um método de codificação sistemas multiantenas (MIMO) sem fio. Em [2], foi proposto um código espaço-temporal baseado em produtos de Khatri-Rao de matrizes de símbolos, o denominado Espaço-temporal de Khatri-Rao (KRST). Esta codificação é então analisada em comparação ao método V-BLAST e à codificação Alamouti, apresentando resultados promissores.

O trabalho está organizado nas quatro seções seguintes. Na primeira é realizado uma fundamentação teórica. No tópico seguinte, é apresentado brevemente os algoritmos utilizados. A terceira seção mostra os resultados obtidos por simulação. A última apresenta a conclusão do trabalho.

Bárbara Oliveira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, e-mail: barbara@gtel.ufc.br; Walter Freitas, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, e-mail: walter@gtel.ufc.br. Este trabalho foi financiado pela CNPq.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A. Álgebra Multidimensional

Um tensor de N -ésima ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ de posto um pode ser definido como o produto externo (\circ) de N vetores [3]. O produto externo é o produto tensorial entre dois vetores coordenados e tem como resultado uma matriz, de forma que $\mathbf{x} \circ \mathbf{y}$ resulta em uma matriz \mathbf{C} , em que $c_{ij} = \mathbf{x}_i \mathbf{y}_j$. Também pode ser calculado como uma multiplicação matricial, com $\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = \mathbf{x} \mathbf{y}^T$. Assim, o tensor \mathcal{X} , com N componentes, pode ser representado como [3]:

$$\mathcal{X} = \mathbf{a}^{(1)} \circ \mathbf{a}^{(2)} \circ \dots \circ \mathbf{a}^{(N)}. \quad (1)$$

Assim, cada elemento do tensor é o produto correspondente dos elementos:

$$\mathbf{x} = \mathbf{a}_{i_1}^{(1)} \circ \dots \circ \mathbf{a}_{i_n}^{(n)} \circ \dots \circ \mathbf{a}_{i_N}^{(N)}, \quad (2)$$

para $1 \leq i_n \leq I_N$.

O modelo PARAFAC (*Parallel factors*) [3] decompõe um tensor em uma soma de R componentes de posto um. Dado um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ e posto R , seus componentes podem ser escritos como:

$$\mathcal{X} \approx \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r, \quad (3)$$

em que r é um inteiro positivo, $\mathbf{a}_r \in \mathbb{C}^{I_1}$, $\mathbf{b}_r \in \mathbb{C}^{I_2}$ e $\mathbf{c}_r \in \mathbb{C}^{I_3}$.

Na Figura 1, o modelo PARAFAC é representado geometricamente:

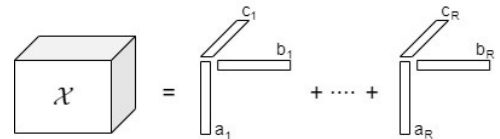


Fig. 1. Componentes do modelo PARAFAC.

De forma que o modelo pode ser representado elemento a elemento na equação [3]:

$$\mathbf{x}_{i_1 i_2 i_3} \approx \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_{i_1 r} \circ \mathbf{b}_{i_2 r} \circ \mathbf{c}_{i_3 r}. \quad (4)$$

O tensor também pode ser representado por suas formas matriciais [4], $\mathbf{X}_{(1)}$, $\mathbf{X}_{(2)}$ e $\mathbf{X}_{(3)}$, em que se utiliza os modos descritos a partir do produto de Khatri-Rao (\diamond), tais que :

$$\mathbf{X}_{(1)} \approx \mathbf{A}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{B})^T; \quad (5)$$

$$\mathbf{X}_{(2)} \approx \mathbf{B}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{A})^T; \quad (6)$$

$$\mathbf{X}_{(3)} \approx \mathbf{C}(\mathbf{B} \diamond \mathbf{A})^T. \quad (7)$$

B. Sistema MIMO

Um sistema MIMO geral é composto por M_t antenas transmissoras e M_r antenas receptoras. Seja D o número de *data streams* multiplexadas pelas M_t antenas. Entretanto, existe também um meio de diversidade entre o transmissor e o receptor. O sistema é representado pela seguinte equação:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{N}. \quad (8)$$

Com o sinal recebido $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M_r \times D}$, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M_r \times M_t}$ o canal de atenuação com desvanecimento Rayleigh entre antenas transmissoras e receptoras, $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{M_t \times D}$ o sinal transmitido e $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{M_r \times D}$ o ruído aditivo gaussiano branco com variância σ^2 .

III. METODOLOGIA

A. Modelo do sistema

O modelo de sistema MIMO é baseado na proposta de codificação KRST em [2][5]. É transmitido então a matriz de símbolo transposta $\mathbf{S}^T \in \mathbb{C}^{D \times M_t}$. A matriz \mathbf{S}^T é codificada pela matriz de código $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{K \times M_t}$, definido como uma matriz de Transformada de Fourier Discreta (DFT), o código KRST. A dimensão K é responsável pelo espalhamento no domínio do tempo, em que para o presente artigo, foi utilizado $K = M_t$, representando a diversidade total do sistema.

A matriz $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M_r \times KD}$ representa o primeiro unfolding do tensor do sinal recebido para a decomposição PARAFAC, de acordo com a equação (5), com parâmetros do modelo $\|\mathbf{H}, \mathbf{S}^T, \mathbf{C}; M_t\|$:

$$\mathbf{Y}_{M_r \times KD} = \mathbf{H}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{S}^T)^T + \mathbf{N}. \quad (9)$$

É realizado dois tipos de decodificação. No primeiro, a matriz de canal \mathbf{H} é estimada. Utiliza-se, então, a fatoração do produto de Khatri-Rao em *Least Squares*, fatorando-se o tensor em sua solução fechada. No segundo, a matriz \mathbf{H} é assumida conhecida pelo receptor. Efetua-se então decodificação por *zero forcing* (ZF), tomando-se o segundo modo do tensor.

IV. RESULTADOS

Foi realizado simulações para o cenário de duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras para o sistema MIMO com codificação KRST, em seu modelo clássico V-BLAST e com codificação Alamouti. Utilizou-se a modulação de amplitude de quadratura 4QAM. Assumiu-se canal com desvanecimento Rayleigh. Foi calculado a relação sinal-ruído (E_s/N_0) em termos da taxa de erro de símbolo (SER).

A Tabela 1 mostra os valores absolutos do SER para SNR de cada algoritmo, e a Figura 2, sua representação gráfica.

TABELA I
DESEMPENHO DOS MODELOS

Algoritmo	Taxa de erro de símbolo (SER)					
	Relação sinal-ruído (E_s/N_0)					
	0 dB	6 dB	12 dB	18 dB	24 dB	30 dB
V- Blast	0.2176	0.0944	0.0352	0.0088	0.0019	0.0003
Alamouti	0.2097	0.0454	0.0047	0.0002	0.0000	0.0000
KRST	0.4275	0.0913	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000
KRST ZF	0.2148	0.0154	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Percebe-se que o algoritmo KRST apresenta valores de SER inicialmente próximos ao modelo V-BLAST e, após 3dB, valores significativamente inferiores. O SER do KRST é abaixo ao do Alamouti para casos com E_s/N_0 maiores que 9 dB. A codificação KRST com ZF possui os menores valores de SER, que são nulos a partir de 9 dB. A Figura 3 mostra o NMSE da estimação do canal por E_s/N_0 do algoritmo KRST.

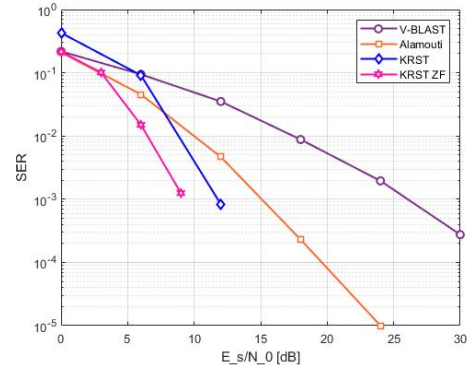


Fig. 2. Desempenho dos modelos para modulação 4QAM

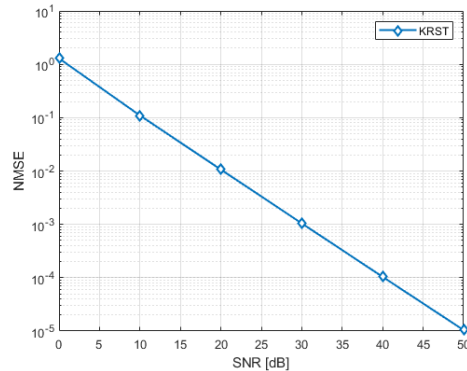


Fig. 3. NMSE da estimação de canal pelo algoritmo KRST

V. CONCLUSÕES

A partir da análise comparativa entre KRST e outros métodos de codificação, pode-se verificar que a codificação baseada em produtos tensoriais obteve em geral desempenho superior. O algoritmo com estimação de canal obteve resultados próximos ou superiores a algoritmos com o canal conhecido. Dessa forma, os resultados observados contribuem para ratificar a eficácia da utilização de ferramentas da álgebra multidimensional para Comunicações Móveis e motivar estudos futuros.

REFERÊNCIAS

- [1] L. De Lathauwer, Signal processing based on multilinear algebra. Katholieke Universiteit Leuven, 1997.
- [2] N. D. Sidiropoulos and R. S. Budampati, "Khatri-Rao space-time codes," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 10, Oct. 2002.
- [3] T. G. Kolda and B. W. Bader, "Tensor decompositions and applications," *SIAM review*, vol. 51, no. 3, 2009.
- [4] A. Smilde, R. Bro, and P. Geladi, *Multi-way Analysis: Applications in the Chemical Sciences*. New York: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [5] W. Jr, G. Favier, A. de Almeida, "Generalized Khatri-Rao and Kronecker Space-Time Coding for MIMO Relay Systems with Closed-Form Semi-Blind Receivers," *Signal Processing*, vol. 151, pp. 19-31, 2018.