

Espalhamento Eletromagnético em Arranjo Periódico Linear de Nanopartículas Core-Shell

André Cruz, Nadson Souza, Jean Carneiro, Tommaso Del Rosso, Victor Dmitriev e Karlo Costa

Resumo—Neste artigo é apresentada uma análise do espalhamento eletromagnético produzido pela interação de uma onda plana e um arranjo de Nanopartículas metálicas do tipo Core-Shell. Para isso utilizou-se um formalismo baseado na representação espectral da Função de Green Periódica, sobre os modos de Floquet, para descrição do Campo Potencial Magnético. Os resultados mostram os perfis dos campos Elétrico e Magnético em função dos parâmetros dimensionais da estrutura, e das características da onda plana de excitação. Por fim, discussões à respeito da convergência do método são apresentadas.

Palavras-Chave—Funções de Green, Arranjo Periódico, Representação Espectral, Core-Shell.

Abstract—In this paper a analysis of the electromagnetic scattering produced by the interaction between a plane wave and an array of metallic Nanoparticles of the Core-Shell type is presented. For this, a formalism based on the spectral representation of the Periodic Green's Function, over the Floquet modes, was used to describe the Magnetic Potential Field. The results show the profiles of the Electric and Magnetic fields in function of the dimensional parameters of the structure, and the characteristics of the excitation plane wave. Finally, discussions about the convergence of the method are presented.

Keywords—Green's functions, Periodic Array, Spectral Representation, Core-Shell.

I. INTRODUÇÃO

O estudo de novas estruturas periódicas tem sido de grande interesse no desenvolvimento de nanodispositivos fotônicos. Estes dispositivos, em geral, consistem de estruturas multicamadas formadas por metamateriais, com adição de cristais fotônicos artificiais [1]. Analogamente, o uso de nanopartículas metálicas tem sido proposto para melhorar as características plasmônicas destes dispositivos [2]. Na análise eletromagnética destes dispositivos, arranjos periódicos lineares de nanopartículas podem ser eficientemente modeladas como arranjos de dipolos elementares, desde que o comprimento de onda de radiação seja muito maior que as dimensões das nanopartículas [3]. Além disso, a utilização de moléculas fluorescentes ativas tem sido proposta na maximização da absorção e emissão de luz dentro da banda óptica [4]. Das diversas aplicações na área de fotônica, podemos enfatizar o desenvolvimento de nanoantenas ópticas, circuitos fotônicos e sensores plasmônicos [5].

A descrição eletromagnética de arranjos periódicos equivalentes pode oferecer informações importantes no desenvolvimento destes novos dispositivos fotônicos. O problema aqui apresentado consiste em um arranjo periódico de nanopartículas do tipo Core-Shell, todas enfileiradas em uma linha, onde uma onda plana com polarização arbitrária incide sobre o arranjo. Estas nanopartículas metálicas (NPM) são modeladas como dipolos equivalentes, que re-irradiam com comprimento de onda característico (assinatura de emissão) dentro do espectro óptico [6].

A solução semi-analítica apresentada é baseada no método da Representação Espectral da Função de Green com condições periódicas, sobre os modos de Floquet [7]. Além disso, o formalismo apresentado sustenta-se utilizando a teoria do Operador de Sturm-Liouville. Este operador possui propriedades únicas e muito úteis na solução de equações diferenciais lineares de segunda ordem, além de contribuir na descrição da solução de diversos fenômenos físicos, e soluções de problemas da engenharia [8].

Em frequências ópticas, soluções de problemas eletromagnéticos baseados em métodos numéricos, como MOM, FEM e FDTD, necessitam de uma fina malha para convergência, geralmente implicando em elevado custo de processamento e tempo computacional [9]. Desta forma, soluções analíticas viáveis, obtidas a partir de métodos sistemáticos surgem como excelentes ferramentas para soluções de problemas atuais [17].

Neste trabalho é apresentado um estudo sobre o espalhamento eletromagnético proveniente da interação entre uma onda plana e um arranjo periódico linear de nanopartículas do tipo Core-Shell. Nesta abordagem, propomos uma metodologia de solução em duas etapas: Primeiro caracterizar a onda plana que deverá incidir sobre o arranjo de nanopartículas. Nesta etapa são considerados os casos de polarização TE e polarização TM; Em seguida, ao modelar as NPM como dipolos elementares, considerando a excitação do modo dipolar, determinar a solução dos campos eletromagnéticos para um arranjo linear de dipolos elementares no espaço livre. Para isto, foi utilizado o método da representação espectral da função de Green Periódica, sobre os modos de Floquet, para descrever o Campo Potencial Magnético. Obtidas as soluções para ambas as etapas, a solução de campo total foi definida a partir do teorema da Superposição. O método de solução de onda completa apresentado permite mostrar graficamente os campos próximos espalhados, apresentando uma resposta gráfica computacional para a região de todo o domínio proposto. Por fim, são apresentadas discussões a respeito da convergência do método da representação espectral, além de propostas de aplicação em Sensores Plasmônicos.

André Cruz¹, e-mail: andcruz@unifesspa.edu.br; Nadson Souza¹, e-mail: nadsonwelkson@unifesspa.edu.br; Jean Carneiro¹, e-mail: jean.carneiro@unifesspa.edu.br; Tommaso Del Rosso², e-mail: tommaso@puc-rio.br; Victor Dmitriev³, e-mail: victor@ufpa.br; Karlo Costa³, e-mail: karlo@ufpa.br. ¹Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará; Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro²; ³Universidade Federal do Pará

II. MODELO ELETROMAGNÉTICO EQUIVALENTE

A estrutura em análise é definida como um arranjo periódico linear de nanopartículas metálicas (NPM) distribuídas sobre o eixo x , no espaço livre, como é descrito na Fig. 1. Nesta uma onda eletromagnética plana com constante de propagação \mathbf{k}_i incide sobre o arranjo periódico linear, com ângulo de incidência definido pela direção perpendicular ao arranjo.

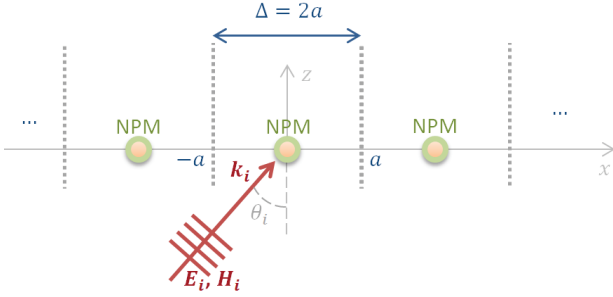


Fig. 1. Arranjo periódico de nanopartículas na presença de uma onda plana.

Na Fig. 1 $\Delta = 2a$ é a distância entre as NPM no arranjo periódico (também define o período da célula de análise), \mathbf{E}_i e \mathbf{H}_i são os campos Elétrico e Magnético (EH) associadas a onda plana que incide com ângulo θ_i sobre o arranjo periódico. A interação entre a onda plana, que viaja no espaço livre, e o arranjo de NPM resulta em espalhamento do campo eletromagnético. O perfil dos campos EH associados depende diretamente das características geométricas e construtivas do arranjo, do ângulo de incidência, do acoplamento eletromagnético entre a onda incidente e a radiação absorvida pelas NPM, e do acoplamento mútuo entre a radiação espalhada pelas NPM.

A metodologia proposta consiste em analisar o problema de espalhamento separadamente do problema de incidência de onda plana, identificando as soluções para ambos os problemas, e em seguida conectando-os fisicamente, sendo feitas as devidas considerações. As etapas de modelagem são descritas a seguir:

- Excluir as NPM da estrutura, e então determinar a solução do problema de incidência oblíquá em multicamadas. Como neste trabalho estamos tratando apenas da incidência no espaço livre, esta etapa resume-se em definir as equações dos campos EH para uma onda plana que viaja no espaço livre.
- Excluir a onda plana da estrutura, e então, considerando que as nanopartículas se comportam como dipolos radiantes, determinar a solução de onda completa utilizando o método da representação espectral.
- Utilizar a equação da polarizabilidade da NPM, para acoplar o campo elétrico da onda plana incidente ao momento de corrente induzido no problema periódico de espalhamento.
- Por fim, superposicionar as soluções obtidas a partir do problema de espalhamento e a partir do problema de incidência oblíquá.

A solução obtida deve descrever os perfis dos campos EH espalhados em função do ângulo de incidência θ_i , como ilustrado na Fig. 1.

Primeiramente, excluindo o arranjo de nanopartículas da Fig.1, obtemos o problema de uma onda plana genérica que viaja na direção \mathbf{k}_i , no plano de incidência xz (plano formado por \mathbf{k}_i e o versor \mathbf{a}_z). A partir da teoria clássica, há pelo menos dois tipos de polarizações, que quando combinadas podem descrever qualquer onda eletromagnética que viaja no espaço, a polarização paralela (modo TM), e a polarização perpendicular (modo TE) [10]. Ambas as polarizações são ilustradas na Fig. 2.

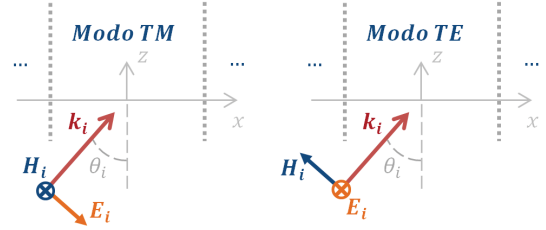


Fig. 2. Representação de uma onda plana com polarização paralela e perpendicular, respectivamente, em relação ao plano xy de incidência.

Matematicamente, os campos EH da onda plana da Fig. 2, seja em modo TM ou TE, podem ser descritos por exponenciais complexas que se propagam na direção da constante de propagação $\mathbf{k}_i = k_{xi}\hat{\mathbf{a}}_x + k_{zi}\hat{\mathbf{a}}_z$. Portanto, decompondo os vetores \mathbf{E}_i e \mathbf{H}_i na direção dos vetores unitários, os campos EH para onda plana com polarização paralela são descritos em (1) e (2). De forma análoga, (3) e (4) descrevem os campos EH para a onda plana com polarização perpendicular [10].

$$\mathbf{E}_i^{TM} = E_0 [\cos \theta_i \mathbf{a}_x - \sin \theta_i \mathbf{a}_z] e^{-jk_0(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_i^{TM} = \frac{E_0}{\eta_0} \mathbf{a}_y e^{-jk_0(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_i^{TE} = E_0 \mathbf{a}_y e^{-jk_0(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_i^{TE} = \frac{E_0}{\eta_0} [-\cos \theta_i \mathbf{a}_x + \sin \theta_i \mathbf{a}_z] e^{-jk_0(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (4)$$

onde E_0 é a amplitude do campo elétrico associado à onda plana incidente, η_0 é a impedância intrínseca do espaço livre e $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ é a constante de propagação no espaço livre, relacionada com k_{xi} e k_{zi} por: $k_{xi} = k_0 \sin \theta_i$ e $k_{zi} = k_0 \cos \theta_i$.

Retornando ao problema original da Fig. 1, a interação entre a onda plana e uma NPM resulta na excitação de modos multipolares dentro da NPM, que por sua vez resultam no campo espalhado [11]. Quando o comprimento de onda de excitação é muito maior que as dimensões da partícula, o modo fundamental dipolar é dominante, e desta forma, a nanopartícula se comporta como um dipolo radiante. Esta interação é denominada espalhamento quase-estático de Rayleigh [11-13]. Portanto, desde que $\lambda \gg d_{eff}$ (comprimento de onda λ muito maior que o diâmetro efetivo da NPM d_{eff}), o arranjo de nanopartículas pode ser aproximado como um arranjo de dipolos hertzianos, com polarizabilidade definida pelo tipo da nanopartícula. Neste trabalho consideramos utilizar nanopartículas de ouro do tipo core-shell, muito utilizadas em aplicações de fônica [12,13].

A equivalência utilizando a aproximação quase estática de Rayleigh é ilustrada na Fig. 3, cujas especificações da NPM Core-Shell são descritas.

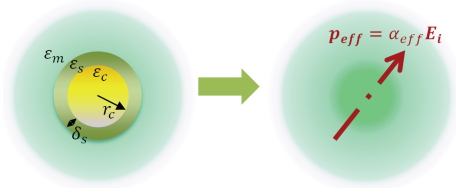


Fig. 3. Equivalente entre NPM excitada e dipolo hertziano.

Na Fig. 3, r_c é o raio interno do núcleo da NPM, com permissividade ε_c , δ_s é a espessura da casca dielétrica com permissividade ε_s , e ε_m é a permissividade do meio onde está inserida a NPM, neste caso no espaço livre. O momento de dipolo efetivo $\mathbf{p}_{eff} = \alpha_{eff} \mathbf{E}_i$ é proporcional ao campo elétrico incidente e a polarizabilidade efetiva (5) da nanoesfera Core-Shell [11,12].

$$\alpha_{eff} = 4\pi\varepsilon_m r_c^3 \frac{1}{f} \left[\frac{f(\varepsilon_c - \varepsilon_m)(2\varepsilon_s + \varepsilon_m) + (2\varepsilon_s + \varepsilon_c)(\varepsilon_s - \varepsilon_m)}{f(\varepsilon_c - \varepsilon_m)(2\varepsilon_s - 2\varepsilon_m) + (2\varepsilon_s + \varepsilon_c)(\varepsilon_s + 2\varepsilon_m)} \right] \quad (5)$$

sendo $f = r_c^3 / (r_c + \delta_s)^3$ a fração do volume total da partícula ocupada pelo núcleo.

Na aproximação quase estática, a variação temporal ocorre harmonicamente com $e^{j\omega t}$, e portanto, o momento de corrente induzido no dipolo hertziano é $\mathbf{il} = j\omega \mathbf{p}_{eff}$. Desta forma, para qualquer posição $\mathbf{r} = (x, y, z)$ no espaço, a densidade de corrente \mathbf{J} induzida no dipolo localizado em $\mathbf{r}'' = (x'', y'', z'')$:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = [j\omega \alpha_{eff} \mathbf{E}_i(\mathbf{r}'')] \delta(x - x'') \delta(y - y'') \delta(z - z'') \quad (6)$$

Como a estrutura possui periodicidade unidimensional ao longo do eixo x , podemos definir um conjunto de células com largura $\Delta = 2a$, cada uma com seu dipolo elementar localizado no centro da célula. No entanto, apesar desta periodicidade geométrica, a excitação do arranjo de dipolos elementares ocorre com deslocamento de fase progressivo $\Delta\Psi$, dependendo da inclinação da onda plana que incide sobre o arranjo, como ilustrado na Fig. 1. Portanto, é esperado que os campos EH apresentem um perfil periódico influenciado pela diferença de fase entre as células de análise. A partir destas preliminares podemos restringir o domínio de análise à célula central localizada no intervalo $-a \leq x \leq a$, com o dipolo localizado em $\mathbf{r}'' = \mathbf{0} = (0, 0, 0)$, como ilustrado na Fig. 4.

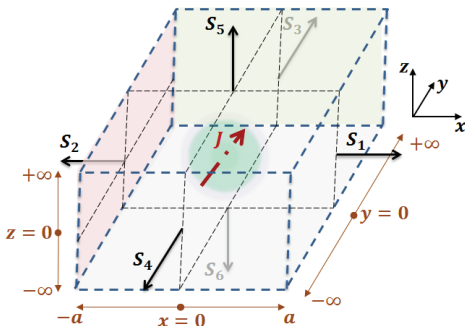


Fig. 4. Volume de análise.

A região de análise é delimitada pelo volume V encerrado pela superfície fechada $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$, conforme Fig. 4. Na região de análise, o campo potencial magnético \mathbf{A} é governado pela EDP de Helmholtz [10,14]:

$$-\left[\nabla^2 + k_0^2\right] \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (7)$$

Devido à característica periódica e a excitação progressiva do arranjo de dipolos, o campo potencial, nas superfícies S_1 e S_2 , deve atender as condições de contorno periódicas fora de fase, definidas em (8). Por limitações físicas, em regiões distantes da fonte dipolar, como nas superfícies S_3 , S_4 , S_5 e S_6 , o campo potencial magnético deve atender as condições de limite em (9) e (10), ou seja, sendo nulo no infinito.

$$e^{-j\Delta\Psi/2} \mathbf{A}(-a, y, z) = e^{+j\Delta\Psi/2} \mathbf{A}(+a, y, z) \quad (8)$$

$$e^{-j\Delta\Psi/2} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}(-a, y, z) = e^{+j\Delta\Psi/2} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}(+a, y, z) \quad (8)$$

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} \mathbf{A}(x, y, z) = 0 \quad (9)$$

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \mathbf{A}(x, y, z) = 0 \quad (10)$$

A EDP vetorial em (7) produz três equações diferenciais escalares com a mesma estrutura $-\left[\nabla^2 + k_0^2\right] A_w = \mu_0 J_w$, e condições de contorno idênticas, desta forma, podemos definir uma solução genérica para A_w , e posteriormente estender os resultados para $w = x, y$, e z . O laplaciano $L = -\nabla^2$ é um operador de Sturm-Liouville tridimensional formalmente auto-adjunto, pois pode-se mostra que $-\nabla^2$ é idêntico ao seu adjunto formal ($L = L^*$) [14]. Resguardado pelas propriedades do operador L , a solução para A_w pode ser determinada pela identidade de Green $\langle [L - k_0^2] A_w, h(x, x') \rangle = \langle A_w, [L^* - \bar{k}_0^2] h(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rangle + \mathcal{J}(A_w, h)|_S$ [14].

A função de Green Adjunta Conjugada $\bar{h}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = g(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ é obtida a partir da EDP: $-\left[\nabla^2 + k_0^2\right] g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(x - x') \delta(y - y') \delta(z - z')$ com condições de contorno homogêneas idênticas às de A_w . A identidade de Green torna-se:

$$A_w(\mathbf{r}') = \mu_0 \iiint_V J_w(\mathbf{r}, \mathbf{0}) \bar{h}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV + \iint_S [\bar{h} \nabla A_w - A_w \nabla \bar{h}] \cdot d\mathbf{S} \quad (11)$$

Em (11) a primeira integral provem do produto interno complexo $\langle [L - k_0^2] A_w, \bar{h}(x, x') \rangle$, a segunda integral é o resultado da conjugação $-\mathcal{J}(A_w, \bar{h})|_S$ entre $A_w(\mathbf{r})$ e $\bar{h}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$.

O método da representação espectral é utilizado na obtenção da função de Green $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ associada ao problema do arranjo linear de dipolos elementares, para isso utilizou-se o par de transformadas espectrais série de Fourier, sobre os modos de Floquet, para atender as condições periódicas progressivas em x , transformada integral de Fourier, para atender as condições de limite em y , e por fim, a Forma Fechada da Função de Green para atender as condições de limite em z [7,14,15].

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} u_m(x) \bar{u}_m(x') \int_{-\infty}^{\infty} v(y) \bar{v}(y') \frac{1}{2j k_z^m} e^{j k_z^m |z - z'|} dk_y \quad (12)$$

Em (12), o conjunto $\{u_m(x) = [1/\sqrt{2a}] e^{-j k_x^m x}\}$ é formado pelas autofunções próprias, com autovalores $[k_x^m]^2 = [2\pi m/2a + \Delta\Psi/2a]^2$, associadas ao problema periódico em x , o conjunto $\{v(y) = [1/\sqrt{2\pi}] e^{-j k_y y}\}$ é formado pelas autofunções impróprias, com autovalores $[k_y]^2 \in \mathbb{C}$, associados ao problema de limite em y .

Para que a solução em (12) exista, é necessário que $k_z \in \mathbb{C}$.

$$k_z^m = \sqrt{k_0^2 - k_x^m{}^2 - k_y^2}, \quad \Im\{k_z^m\} < 0 \quad (13)$$

[15] verificou que para problemas tridimensionais com condições de limite e condições periódicas associadas ao operador $-\nabla^2$, a conjunção em (11) é nula, sendo esta uma característica fundamental de problemas de Sturm-Liouville auto-adjuntos [14]. Então, substituindo $\mathcal{J}(A_w, \bar{h})|_S = 0$, (6) e (12) em (11), obtemos a componente genérica A_w do campo potencial magnético, excitada pela componente genérica J_w da fonte dipolar. Devido ao fato do arranjo periódico estar localizado no espaço livre, há isotropia por parte do campo $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ excitado pela fonte dipolar $\mathbf{J}(\mathbf{r}, \mathbf{0})$, isso é, J_x resulta em A_x , J_y em A_y , e portanto J_z em A_z . Finalmente, o campo potencial magnético produzido pelo arranjo linear de dipolos elementares radiantes com fase progressiva é definido em (14).

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = [j\omega\alpha_{eff}\mathbf{E}_i(\mathbf{0})] \frac{\mu_0}{4\pi a} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j(k_x^m x + k_y y + k_z^m |z|)}}{2jk_z^m} dk_y \quad (14)$$

Uma vez conhecido \mathbf{A} , podemos encontrar os campos \mathbf{E}_{sct} e \mathbf{H}_{sct} espalhados a partir das operações diferenciais [10]:

$$\mathbf{H}_{sct} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_{sct} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (16)$$

Nesta última passagem, não apenas determinamos a solução para o problema de espalhamento, mas também realizamos a etapa de conexão entre a onda incidente e o dipolo radiante, desde que o campo potencial em (14) é excitado diretamente pelo campo elétrico \mathbf{E}_i da onda incidente, na posição $\mathbf{r}'' = (\mathbf{0})$, e também é proporcional a polarizabilidade (5) da NPM.

A partir de (14) é evidente que o campo potencial magnético será orientado de acordo com a direção do campo elétrico incidente. Contudo, para considerar a excitação fora de fase do arranjo periódico, ainda precisamos determinar o parâmetro $\Delta\Psi$. Retornando à Fig. 1, seja para o modo TM ou TE, com pouco esforço pode-se verificar que a diferença de fase entre $\mathbf{E}_i(x = a)$ e $\mathbf{E}_i(x = -a)$ é $e^{-jk_0(a \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} / e^{-jk_0(-a \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} = e^{-j2ak_0 \sin \theta_i}$. Aplicando a condição de contorno (8), verifica-se que a diferença de fase entre $\mathbf{A}(x = a)$ e $\mathbf{A}(x = -a)$ é $e^{-j\Psi/2} / e^{+j\Psi/2} = e^{-j\Psi}$, desta forma, comparando ambas as expressões chegamos a seguinte conclusão: $\Psi = 2ak_0 \sin \theta_i$. Desta forma, os autovalores próprios do problema periódico se tornam:

$$[k_x^m]^2 = \left[\frac{2\pi m}{2a} + k_0 \sin \theta_i \right]^2 \quad (17)$$

Os autovalores em (17) surgem frequentemente em problemas modais de Floquet [7]. Por fim, utilizando o teorema de superposição, os campos EH resultantes da interação entre a onda plana e o arranjo de NPM são definidos em (18) e (19).

$$\mathbf{E}_{total}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{sct}(\mathbf{r}) \quad (18)$$

$$\mathbf{H}_{total}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_i(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{sct}(\mathbf{r}) \quad (19)$$

III. RESULTADOS

Para verificarmos os resultados de campo através do modelo proposto, consideramos que as NPM Core-Shell são funcionalizadas quimicamente com substâncias luminescentes, assim, adquirindo uma polarizabilidade de $\alpha_{eff} = (66,99 - j3,39)D\mu m/V$. Uma fonte monocromática de comprimento de onda $\lambda = 632,8nm$, possuindo polarização ajustável (TM ou TE), incide sobre o arranjo linear de NPM com período $\Delta = 2a = 3\lambda$, sobre ângulo de incidência θ_i ajustável. Em posse dos campos EH totais, um código no software MATLAB foi preparado para gerar os resultados gráficos. Para calcular (18) e (19), é necessário primeiramente solucionar a representação integral em (14). Diversos métodos são possíveis para esta tarefa, aqui propomos utilizar a identidade (20) [14].

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_m(x, k_y, z) e^{-jk_y y} dk_y = \lim_{2b \rightarrow \infty} \frac{1}{2b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_{mn}(x, z) e^{-j \left[\frac{\pi n}{b} \right] y} \quad (20)$$

A Fig. 5 mostra H_y em três células para incidência com: $\theta_i = 0^\circ$ e 45° , em modo TM, e em sequência mostra E_y para incidência com: $\theta_i = 0^\circ$ e 45° , em modo TE.

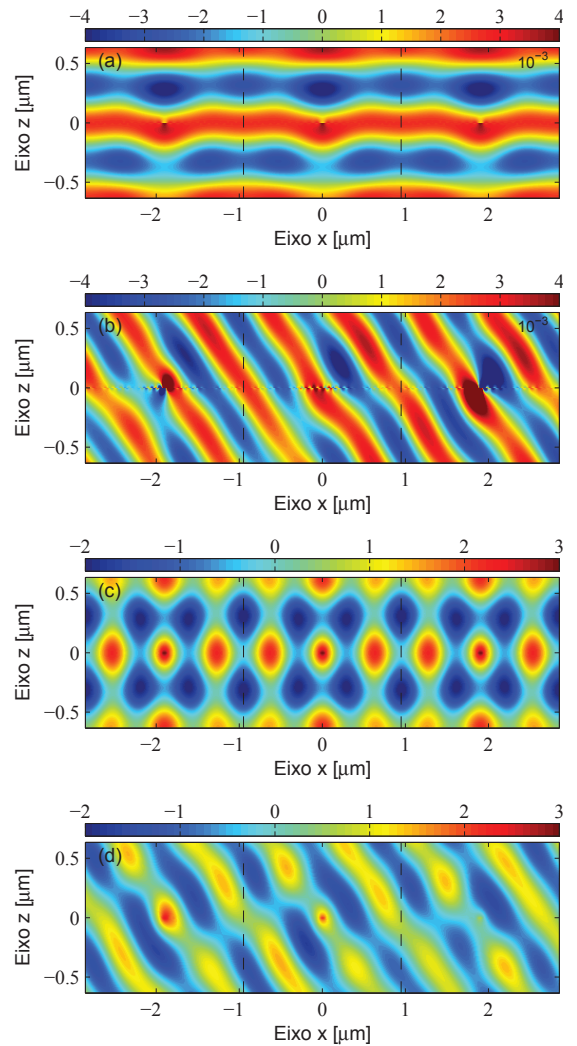


Fig. 5. Perfil de campo no plano xz em $y=0$, para três células no arranjo periódico. Componente $\Re\{H_y\}$ [A/m] (modo TM): (a) $\theta_i = 0^\circ$, (b) $\theta_i = 45^\circ$. Componente $\Re\{E_y\}$ [V/m] (modo TE): (c) $\theta_i = 0^\circ$, (d) $\theta_i = 45^\circ$.

Na Fig. 5a, para o caso $\theta_i = 0^\circ$ (incidência normal), os dipolos nas três células são excitados em fase, levando a um acoplamento mútuo da radiação entre as células. Ainda no modo TM, para $\theta_i = 45^\circ$ (Fig. 5b), podemos verificar que a incidência oblíqua provoca a excitação periódica progressiva no arranjo linear, isto pode ser confirmado com a quebra de simetria do perfil de radiação nas células. Além disso, uma característica notável surge no centro de cada célula na Fig. 5b, o padrão de campo da radiação dipolar (formato de maçã), resultante do campo elétrico apontando nas direções \mathbf{a}_x e $-\mathbf{a}_z$. A partir desta constatação, podemos afirmar a apreciação da condição de contorno de fase progressiva, tendo em vista que os dipolos nas células da Fig. 5b, da esquerda para direita, possuem uma notável diferença de fase. Na Fig. 5c, a característica mais marcante observada, é o padrão periódico oriundo das sucessivas interações, construtivas e destrutivas, entre a onda incidente e a radiação espalhada. Este padrão é muitas vezes observado em cristais fotônicos com estrutura periódica. O resultado na Fig. 5d apenas corrobora com as características observadas na Fig. 5b, da esquerda para a direita, verifica-se a excitação progressiva, o que leva a sucessivas interações fora de fase entre a radiação espalhada e a onda incidente. Por fim, verifica-se que todas as condições periódicas são atendidas.

Os resultados mostram que o padrão de radiação adequa-se ao comportamento físico pressuposto. Contudo, algumas considerações a respeito da convergência do método precisam ser feitas. Primeiramente, para que a representação espectral em (14) possua convergência, é necessário a seguinte condição ($\Im\{k_z^m\}$) seja atendida. Informalmente, adiciona-se uma pequena parte imaginária à k_0 , algo aceitável, tendo em vista que na prática o arranjo é inserido dentro de um meio material que possui uma pequena perda associada. Além disso, note que o campo potencial \mathbf{A} em (14) é descrito por uma representação espectral em séries de integrais infinitas. No entanto, [15] verificou que o número de termos necessários na representação em série é proporcional a razão $2a/\lambda$, possuindo rápida convergência para arranjos com períodos não maiores que algumas dezenas de λ . Para resolução da integral em (14), tem sido proposto utilizar métodos assintóticos de aproximação, como o DCIM (Discrete complex image method) [7]. Infelizmente, não há meios tão simples para resolução da representação integral, por isso métodos semi-analíticos também tornam-se viáveis para aproximar soluções de problemas analíticos. Assim, para solução da integral em (14), utilizamos a identidade (20) com a série truncada em $n = -N : N$, e $2b$ como um múltiplo de λ .

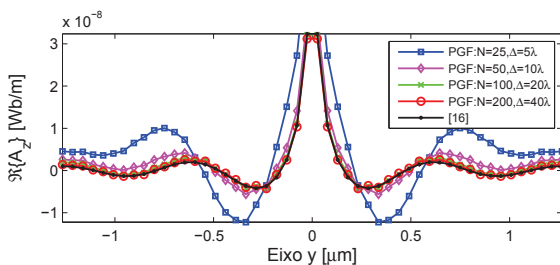


Fig. 6. Convergência do método: Comparação PGF com referência [16].

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado uma metodologia de modelagem dos campos EH resultantes da interação entre uma onda plana, com polarização arbitrária, e um arranjo periódico de NPM modeladas como dipolos elementares radiantes. Os resultados obtidos na Fig. 5 foram gerados com as séries truncadas em $m = -10 : 10$ e $n = -50 : 50$, contabilizando 2121 termos na série. Para verificar a convergência do método, foi proposto comparar o campo potencial \mathbf{A} de um dipolo infinitesimal isolado, obtido na referência [16], com o caso da representação espectral (14) no limite em que $2a \rightarrow \infty$ e $2b \rightarrow \infty$, com as séries truncadas em $m = -N : N$ e $n = -N : N$, contabilizando $(2N+1)^2$ termos em cada representação espectral. A comparação é feita na Fig. 6, e mostra que o método proposto converge para $\Delta = 2b = 2a = 40\lambda$, não sendo necessários infinitos termos na representação (14).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos integrantes do Laboratório de Nanoeletrônica e Nanofotônica (NANOTRIBO) da UFPA e ao apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES).

REFERÊNCIAS

- [1] F. Wu, G. Lu, Z. Guo, H. Jiang, C. Xue, M. Zheng, C. Chen, G. Du, & H. Chen, Redshift gaps in one-dimensional photonic crystals containing hyperbolic metamaterials. *Physical Review Applied*, v. 10, American Physical Society, Dezembro 2018.
- [2] M. Fränz, S. Moras, O. D. Gordan, & D. R. T. Zahn, Interaction of 1-Dimensional Photonic Crystals and Metal Nanoparticle Arrays and Its Application for Surface-Enhanced Raman Spectroscopy. *The Journal of Physical Chemistry*, American Chemical Society, Abril 2018.
- [3] R. Carminati, J.-J. Greffet, C. Henkel, J.M. Vigoureux, Radiative and non-radiative decay of a single molecule close to a metallic nanoparticle. *Optics Communications* pp. 368-375, Setembro 2005.
- [4] O. S. Wolfbeis, An overview of nanoparticles commonly used in fluorescent bioimaging. *Chem. Soc. Rev.*, v. 44, pp. 4743-4768, 2015.
- [5] N. W. P. de Souza, J. S. Costa, R. C. dos Santos, A. F. S. da Cruz, T. Del Rosso & K. Q. da Costa, Modal Analysis of Surface Plasmon Resonance Sensor Coupled to Periodic Array of Core-Shell Metallic Nanoparticles. *Resonance*, J. Awrejcewicz, Ed., InTech, Novembro 2017.
- [6] A. Bose, I. Thomas, G. Kavitha & E. Abraham, Fluorescence spectroscopy and its applications: A Review. *International Journal of Advances in Pharmaceutical Analysis*, v. 8, pp. 01-08, Fevereiro 2018.
- [7] S. Adanir, Efficient Computation of Green's Function for Multilayer Structures with Periodic Dielectric Gratings. *Dissertação*, Middle East Technical University, Fevereiro 2011.
- [8] A. Zettl, *Sturm-Liouville Theory*. American Mathematical Society, 2005.
- [9] R. Marz, C. Wachter, *Handbook of Lasers and Optics*. Frank Trager, 2Ed., pp.1209-1248, Springer, 2012.
- [10] C. A. Balanis. *Advanced engineering electromagnetics*. John Wiley & Sons, 2012.
- [11] C. H. Bohren, & D. D. R Huffman *Absorption and scattering of light by small particles*, 1983.
- [12] A. Cruz, & K. Costa. Extinction efficiency and electromagnetic fields of isolated and coupled core-shell nanoparticles. *Journal of Communication and Information Systems*, 33(1), 2018.
- [13] S. A. Maier. *Plasmonics: fundamentals and applications*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [14] D. G. Dudley. *Mathematical foundations for electromagnetic theory*. New York: IEEE press, 1994.
- [15] A. Cruz, V. Dmitriev, T. Del Rosso & K. Costa. Electromagnetic Model of a SPR Sensor Coupled to Array of Nanoparticles by Periodic Green's Function. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2019.
- [16] C. Balanis. *Antenna theory: Analysis & design*. John Wiley & sons, 2016.
- [17] D. M. Natarov, et al. Periodicity-induced effects in the scattering and absorption of light by infinite and finite gratings of circular silver nanowires. *Optics Express*, 19(22), 22176-22190, 2011.