

# Sistema *Fuzzy* para Detecção de Novidades em Inspeção Não Destrutiva por Ultrassom

Geiza M. Barros, Moisés A. Oliveira, Eduardo F. Simas Filho, Maria C. S. Albuquerque, Ivan C. Silva e  
Claudia T. T. Farias

**Resumo**— Neste trabalho, a aplicação de regras nebulosas (*fuzzy*) de decisão, no contexto de detecção de novidades, objetiva aumentar a confiabilidade na identificação de defeitos em estruturas e equipamentos usando sinais de inspeção por ultrassom. Foram considerados sinais obtidos por inspeção não destrutiva, adquiridos de um corpo de prova soldado, utilizando a técnica ultrassônica do Tempo de Percurso da Onda Difrataada (*Time of Flight Diffraction - ToFD*), e o resultado consistiu em atribuir uma probabilidade para que determinado sinal fosse referente a alguma não-conformidade. Resultados experimentais com sinais de ultrassom *ToFD* relativos a cinco tipos de defeitos indicaram a eficácia do método.

**Palavras-Chave**— Inspeção Não-Destrutiva, Processamento de Sinais, Detecção de Novidades, Lógica Nebulosa.

**Abstract**— In this paper, Fuzzy decision rules, in the context of novelty detection, aim to increase efficiency and reliability related to defect identification associated with a set of A-Scan signals, obtained from a welded test piece in a non-destructive inspection using the Time-of-Flight Diffraction (*ToFD*) ultrasound technique. The result consisted in assigning a probability that a given analyzed signal was related to some non-conformity. *ToFD* ultrasonic signals from five types of defects indicated the method's efficiency.

**Keywords**— Non-Destructive Inspection, Signal Processing, Novelty Detection, Fuzzy Logic.

## I. INTRODUÇÃO

O ensaio não destrutivo (END) por ultrassom é empregado durante a inspeção de peças e equipamentos soldados para garantir a qualidade da solda e a segurança de operação dos equipamentos. Neste contexto, a técnica de Tempo de Voo da Onda Difrataada (*Time of Flight Diffraction - ToFD*) é uma das mais eficientes [1], [2], pois permite detectar a presença de descontinuidades ao longo do cordão de solda.

Métodos de aprendizado de máquina [3], [4] têm sido utilizados para automatizar o processo de detecção de defeitos em soldas. Este processo é normalmente realizado por inspetores qualificados e está sujeito a erros na interpretação dos sinais medidos [5].

A lógica nebulosa [6], [7], [8] é uma abordagem pertinente para melhorar a interpretação dos sinais de ultrassom obtidos de peças soldadas. Por meio dessa técnica, é possível projetar

Geiza Barros, Moisés Oliveira e Eduardo F. Simas Filho são do Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA, e-mails: geiza.mascarenhas@ufba.br, moisesoliveira@ufba.br, eduardo.simas@ufba.br; Maria C. S. Albuquerque, Ivan C. Silva e Cláudia T. T. Farias são do Grupo de Pesquisas em Ensaios não Destrutivos, Instituto Federal da Bahia, Salvador-BA, e-mails: ivan.silva@ifba.edu.br, cleaalbuquerque@ifba.edu.br, ct.farias@uol.com.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB).

um sistema de identificação de defeitos baseado no conceito da detecção de novidades [8]. A detecção de novidades tem sido aplicada com sucesso em problemas de inspeção de equipamentos [4], pois não requer muitos exemplos de peças defeituosas (que normalmente são difíceis de ser obtidos para muitos casos práticos) no desenvolvimento do modelo.

Neste trabalho, os sinais de ultrassom *ToFD* foram processados utilizando a transformada discreta *wavelets* dispondo de diferentes níveis de decomposição com diferentes limiares para realização de *denoising* [2]. Deste modo, foi possível realizar a supressão adequada dos ruídos e a conseguinte melhora na relação sinal/ruído. O estudo de caso foi realizado a partir da inspeção de uma solda em chapa de aço carbono. A lógica nebulosa foi proposta para detectar as novidades (os defeitos) nos sinais utilizados.

A principal contribuição deste trabalho é a possibilidade de atribuir um grau de pertinência para que um sinal medido represente uma condição de defeito. Exemplos de uma placa soldada foram usados para treinamento com as ferramentas Agrupamento *Fuzzy C-means* e Estimação de Parâmetros para a formação do Modelo de Mistura de Gaussianas. Ambas foram aplicadas separadamente e, ao final, os resultados alcançados foram combinados em um sistema automatizado de tomada de decisões que atribui, utilizando lógica *Fuzzy*, uma probabilidade para o sinal ser uma novidade.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### A. END por Ultrassom e Técnica *ToFD*

A inspeção por *ToFD* é uma técnica END por ultrassom que usa a difração de ondas para detectar o comprimento, a altura e a profundidade de descontinuidades presentes em juntas soldadas, identificando falhas e danos. A técnica “destaca-se como alternativa para detecção e dimensionamento de falhas em estruturas soldadas face às dificuldades encontradas nas técnicas ultrassônicas convencionais” [9].

Dois transdutores ultrassônicos, com um ângulo de incidência pré definido, são colocados na mesma superfície do corpo de prova: um na condição de transmissor, e o outro como receptor do sinal. A distância entre os transdutores é calculada a partir da espessura do corpo de prova. A onda lateral corre ao longo da superfície, o eco de fundo reflete a superfície inferior do corpo de prova e chega ao receptor. Os outros dois sinais, a onda difratada superior e a onda difratada inferior aparecem devido à possível presença do defeito interno no material, conforme ilustrado na Figura 1.

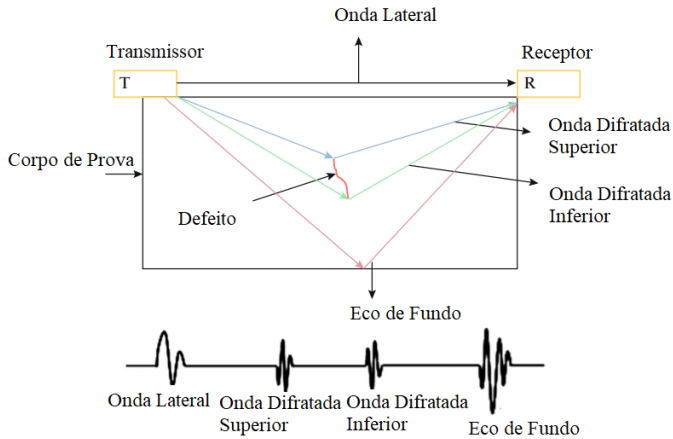


Fig. 1: Técnica de inspeção *ToFD*, adaptado de [5].

### B. Processamento Digital de Sinais

Na caracterização do material avaliado, a análise espectral do sinal ultrassônico com a Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform - DFT*) permite obter a distribuição de energia no domínio da frequência, sendo considerada uma ferramenta importante de avaliação da mudança produzida por variações microestruturais presentes nos diferentes tipos de materiais [9].

Para modelagem da estatística dos sinais disponíveis, foi utilizada a técnica de Maximização de Expectativas (*Expectation Maximization-EM*), aplicada ao Modelo de Mistura de Gaussianas (*Gaussian Mixture Model-GMM*) [10], [11], na qual é formada uma Função Densidade de Probabilidade (PDF, do inglês *Probability Density Function*) [13] com determinado número de gaussianas somadas, de modo a obter a acurácia desejada [12].

Através do algoritmo iterativo de Maximização de Expectativas, aplicado ao Modelo de Mistura de Gaussianas, estimam-se os parâmetros do GMM em duas etapas: expectativa, chamada E, e maximização, chamada M, as quais se repetem alternadamente até que o critério de convergência seja atingido. Na etapa E, cria-se uma expectativa para a log-probabilidade avaliada, usando a estimativa atual para os parâmetros. Na etapa M, calculam-se os parâmetros para maximizar a probabilidade em *log*, encontrada na etapa E.

### C. Lógica Nebulosa aplicada à Detecção de Novidades

A Detecção de Novidades é uma ferramenta, dentro do campo de Aprendizado de Máquina não-supervisionado, que objetiva identificar os eventos diferentes (chamados “novidades”) em relação àqueles previamente conhecidos [4] [6].

O conceito de conjuntos nebulosos, por sua vez, introduziu uma concepção mais profunda acerca de modelos de natureza mais complexa, nos quais não convém adotar um modelo rígido e binário, mas um grau de pertencimento [14].

Fuzzy C-means (FCM) [7] consiste em um método de agrupamento baseado em *K-means clustering*, com o diferencial de que, em vez de determinar um *cluster* para determinado ponto, esse elemento pode pertencer a várias classes, com distintos valores de pertinência. O método atribui a um ponto,

um valor entre 0 e 1 para um ou mais centros, que simboliza seu pertencimento àquele centro.

### III. EXPERIMENTO E OBTENÇÃO DE DADOS

O material usado neste trabalho consiste em duas chapas de aço carbono SAE 1020, com dimensões 1000x500x15,5mm, soldadas por uma combinação dos processos de soldagem a arco elétrico TIG, MIG e eletrodo revestido, através dos quais foram produzidos cinco tipos de defeitos: Falta de Fusão (FF), Falta de Penetração (FP), Trinca (TC), Inclusão de Escória (IE) e Porosidade (PO). A localização dos defeitos, para fins de geração desta base de dados, foi validada por um ensaio de raio-x. Na Figura 2, são exibidas a chapa soldada e as regiões com e sem defeitos.



Fig. 2: Corpo de prova utilizado no ensaio.

Para a inspeção ultrassônica por *ToFD*, os sensores transmissor e receptor foram posicionados em linha a uma distância (*probe center distance*) de 62 mm, determinada a partir dos tempos de percurso da onda superficial e eco de fundo para que se obtivesse a completa cobertura do cordão de solda. O ensaio foi realizado usando um gerador de pulso Olympus®, modelo 5077PR, transdutores, modelo C543-SM, com diâmetro de 3 mm e frequência central de 5 MHz, do mesmo fabricante. Os sinais no domínio do tempo (visualização A-Scan) foram digitalizados por meio de um osciloscópio digital Tektronix® modelo TDS 2024B, utilizando frequência de amostragem igual a 250 MHz.

Deste modo, foram adquiridos 131 sinais, variando a posição de leitura, para cada uma das 6 regiões da chapa (uma sem defeitos e as demais com os defeitos supracitados), totalizando 786 sinais, sendo cada um composto de 2048 valores de amplitude.

### IV. METODOLOGIA DE ANÁLISE

Foram escolhidas aleatoriamente, para a fase de treinamento, 66 realizações (exemplos) da classe sem defeitos. Para cada sinal aplicou-se a DFT produzindo 2048 valores de magnitude do espectro de frequência. Foi aplicada também a média desses valores como um atributo adicional, formando uma matriz  $DTr = [dtr_{ij}]_{66 \times 2049}$ , que contém os dados de treinamento.

Para a etapa de validação (e definição dos critérios de decisão), formou-se uma matriz  $Dv = [dv_{ij}]_{357 \times 2049}$ , que armazenou os dados de 32 coletas da classe Sem Defeitos mais 65 coletas para cada uma das 5 classes defeituosas. Para a etapa de teste, formou-se uma matriz  $D = [d_{ij}]_{363 \times 2049}$ ,

que armazenou os dados das 33 coletas restantes da classe Sem Defeitos mais 66 coletas para cada uma das 5 classes defeituosas.

Pode-se observar no fluxo da Figura 3 que, após a DFT, as informações de magnitude tornam-se entradas para os modelos de misturas de Gaussianas (GMM) e *Fuzzy C-means clustering*. Os atributos obtidos nestes modelos são combinados para produzir as regras nebulosas de decisão propostas neste trabalho.



Fig. 3: Etapas do Método proposto.

#### A. O algoritmo para criação de Mistura de Gaussianas

Com a combinação das técnicas GMM e EM, foi possível obter as curvas de distribuição de probabilidade para cada exemplo de treinamento. Deste modo, foram criadas as matrizes:

- $Gv = [gv_{ij}]_{357 \times 2049}$ , matriz de validação, que armazenou, em  $gv_{ij}$ , o valor retornado pela função característica da curva da respectiva coluna treinada quando o ponto  $dv_{ij}$  é dado como entrada;
- $G = [g_{ij}]_{363 \times 2049}$ , matriz de teste, que armazenou, em  $g_{ij}$ , o valor retornado pela função característica da curva da respectiva coluna treinada quando o ponto  $d_{ij}$  é dado como entrada;

#### B. O algoritmo para agrupamento com o método Fuzzy c-means

Foram selecionados três agrupamentos para cada coluna da matriz DTr: um deles agrupou os dados conhecidos, sem defeitos; dentre os outros dois, que são hipotéticos, um se localizou geometricamente acima do conhecido, e o outro, abaixo dele, e agruparam dados defeituosos, distantes do centro conhecido. Portanto, foram realizados 2049 agrupamentos, sendo os 2048 primeiros referentes aos valores de amplitude do sinal, e o último, aos valores das médias dessas amplitudes, conforme detalhado anteriormente. Para cada um desses agrupamentos, o centro do agrupamento Sem Defeitos correspondeu à média dos elementos da  $j$ -ésima coluna da matriz DTr.

Calculou-se, então, o módulo da diferença (distância) entre o ponto máximo da coluna e a sua média. O primeiro agrupamento hipotético correspondeu ao ponto máximo, somado a essa distância. Em seguida, obteve-se o módulo da diferença entre o ponto mínimo da coluna e a sua média. O segundo agrupamento hipotético corresponde ao ponto mínimo menos essa distância. Note-se que se o grau de pertencimento em relação a um agrupamento diminui ou aumenta no grupo de sinais treinados (conforme é alterada a distância do agrupamento hipotético), ele irá diminuir ou aumentar à mesma proporção no grupo de sinais usado em teste. A escolha dos critérios para a determinação das posições dos agrupamentos hipotéticos tratou-se apenas de um referencial para que fossem

aplicadas, ao final, as regras de decisão *fuzzy*, sendo importante a proporcionalidade entre os valores da matriz de partição.

A Figura 4 apresenta, num fluxograma, todas as etapas dos métodos indicados para realizar a tarefa de identificação dos defeitos associados à solda.

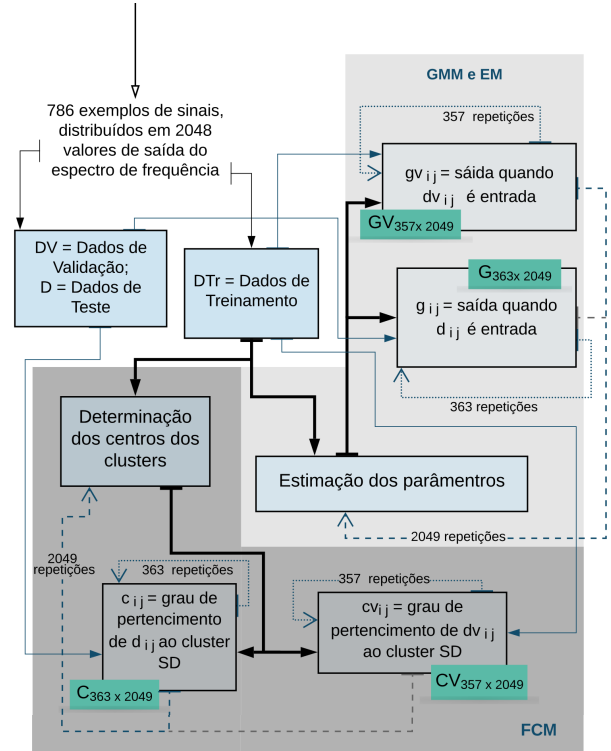


Fig. 4: Fluxograma dos métodos aplicados para a tomada de decisão.

Através do método de agrupamento *Fuzzy C-means* em cada coluna, a partir da matriz de partição retornada, foi possível encontrar os graus de pertencimento de determinado ponto a cada um dos três *clusters*. Definiu-se:

- $Cv = [cv_{ij}]_{357 \times 2049}$  matriz que armazenou, em  $cv_{ij}$ , o grau de pertencimento do ponto  $dv_{ij}$  ao *cluster* sem defeitos.
- $C = [c_{ij}]_{363 \times 2049}$  matriz que armazenou, em  $c_{ij}$ , o grau de pertencimento do ponto  $d_{ij}$  ao *cluster* sem defeitos.

A matriz  $Cv$ , portanto, armazenou os resultados dos sinais após validação, e  $C$ , dos sinais testados. Ao final do processo, as matrizes  $Gv$ ,  $G$ ,  $Cv$  e  $C$  foram usadas para a aplicação de regras de decisão *fuzzy*.

#### C. Aplicação de Lógica Fuzzy

Dos sinais não utilizados em treinamento, foram selecionados 32 exemplos sem defeitos e 65 de cada classe de defeitos para a etapa de validação. Para testar o método, foram usados 33 exemplos sem defeitos mais os restantes 66 exemplos de cada classe defeituosa. Em seguida, usando o grupo de exemplos destinado à validação, foram selecionados limites, alterados sucessivamente até que as métricas de otimização fossem atingidas: maior acurácia, desde que a uma precisão mínima de 97% no grupo de validação.

Os limites 1, 2, 3 foram definidos considerando valores do Modelo de Mistura de Gaussianas, enquanto os limites 4, 5, 6 foram definidos utilizando o método *Fuzzy C-means*. Os limites 1 e 2 não se mostraram úteis dentro do grupo de validação e, por esse motivo, foram descartados dos testes.

Partindo dos resultados obtidos no conjunto de validação, foi adotado um conjunto de regras de decisão, que usa princípios de lógica *Fuzzy* e se baseia na indicação de cada sinal em cinco faixas de probabilidade: baixa, média-baixa, média, média-alta e alta, referentes ao nível de segurança quanto à afirmação “não contém defeitos”. Deste modo, foram usadas as seguintes estatísticas para os critérios de decisão:

- $media_i(gv_{(i,1-2048)}) = (\sum_{j=1}^{2048} gv_{i,j})/2048$ : média dos elementos das colunas 1 a 2048 da  $i$ -ésima linha da matriz Gv.
- $mediana_i(gv_{(i,1-2048)})$ : mediana dos elementos das colunas 1 a 2048 na  $i$ -ésima linha da matriz Gv.
- $gv_{(i,2049)}$ : último elemento da  $i$ -ésima linha da matriz Gv.
- $media_i(cv_{(i,1-2048)}) = (\sum_{j=1}^{2048} cv_{i,j})/2048$ : média dos elementos das colunas 1 a 2048 da  $i$ -ésima linha da matriz Cv.
- $mediana_i(cv_{(i,1-2048)})$ : mediana dos elementos das colunas 1 a 2048 na  $i$ -ésima linha da matriz Cv.
- $cv_{(i,2049)}$ : último elemento da  $i$ -ésima linha da matriz Cv.

Sabendo-se que Gv e Cv armazenaram os resultados validados após as GMM e o agrupamento com Fuzzy C-Means, respectivamente, foram usadas notações semelhantes para as matrizes G e C, de teste:

- $media_i(g_{(i,1-2048)}) = (\sum_{j=1}^{2048} g_{i,j})/2048$ : média dos elementos das 2048 colunas da  $i$ -ésima linha da matriz G.
- $mediana_i(g_{(i,1-2048)})$ : mediana dos elementos das colunas 1 a 2048 na  $i$ -ésima linha da matriz G.
- $g_{(i,2049)}$ : último elemento da  $i$ -ésima linha da matriz G.
- $media_i(c_{(i,1-2048)}) = (\sum_{j=1}^{2048} c_{i,j})/2048$ : média dos elementos das 2048 colunas da  $i$ -ésima linha da matriz C.
- $mediana_i(c_{(i,1-2048)})$ : mediana dos elementos das colunas 1 a 2048 na  $i$ -ésima linha da matriz C.
- $c_{(i,2049)}$ : último elemento da  $i$ -ésima linha da matriz C.

Antes da apresentação das regras de decisão, foram formulados critérios, que podiam ou não ser atendidos (no conjunto de teste), em comparação com os melhores limites encontrados para o conjunto de validação. A seleção de vários critérios, independentes uns dos outros, possibilitou que um aspecto facilmente confundível de um sinal fosse compensado por outra característica, aproximando-se do diagnóstico correto.

Critério 1:  $g_{(i,2049)} \geq lim_3$

Critério 2:  $media_i(c_{(i,1-2048)}) \geq lim_4$

Critério 3:  $mediana_i(c_{(i,1-2048)}) \geq lim_5$

Critério 4:  $c_{(i,2049)} \geq lim_6$

As regras de decisão são constituídas de uma interseção dentre os critérios, que desencadeia uma sequência de faixas:

Regra 1: Se todos os critérios forem atendidos → “ALTA possibilidade de não haver defeito”.

Regra 2: Se apenas três dos critérios forem atendidos → “MÉDIA-ALTA possibilidade de não haver defeito”.

Regra 3: Se apenas dois dos critérios forem atendidos → “MÉDIA possibilidade de não haver defeito”.

Regra 4: Se apenas um dos critérios for atendido → “MÉDIA-BAIXA possibilidade de não haver defeito”.

Regra 5: Se nenhum critério for atendido → “BAIXA possibilidade de não haver defeito”.

## V. RESULTADOS

Os resultados obtidos com as GMM consistiram em curvas de distribuição de probabilidade aproximadas dos dados de treino. A Figura 5 apresenta uma das curvas formadas, a da média espectral.

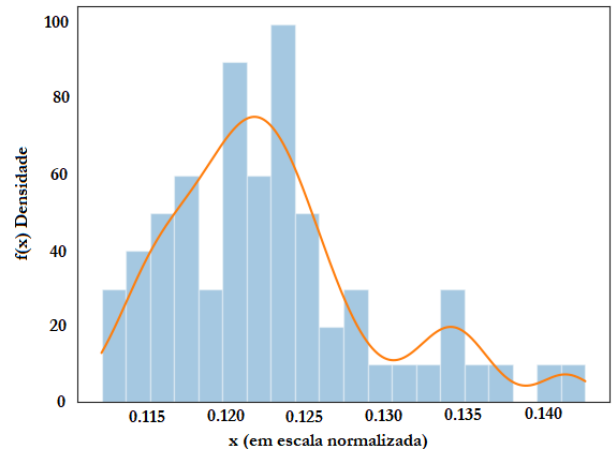


Fig. 5: Curva de PDF utilizando EM aplicado à GMM da classe SD para a coluna 2049.

Os resultados do algoritmo que utilizou a função de previsão de pertencimento aos agrupamentos do método Fuzzy C-Means permitiram obter a matriz de partição referente à proximidade com os centros dos agrupamentos dos exemplos de treinamento. Da matriz de partição retornada, foram usados apenas os graus de pertencimento ao agrupamento Sem Defeitos, que foram armazenados nas matrizes Cv e C.

Seguindo os limites e as regras encontrados na validação, foram usados os dados testados (G e C) para determinar a eficácia do método. O histograma da Figura 6 ilustra de que forma ocorreu, para cada critério estabelecido, a separação entre as classes defeituosas e não-defeituosa testadas.

A Tabela I mostra a distribuição percentual, após fase de teste, nas faixas de probabilidade selecionadas através das regras nebulosas de decisão. Percebe-se que as classes defeituosas tendem a se concentrar nas faixas de probabilidade mais baixas, e a classe Sem Defeitos, nas faixas mais altas.

A fim de expressar os resultados encontrados em uma matriz de confusão (Tabela II), adotou-se uma regra alternativa, binária: considera-se novidade o sinal posicionado abaixo da pertinência Média-Alta.

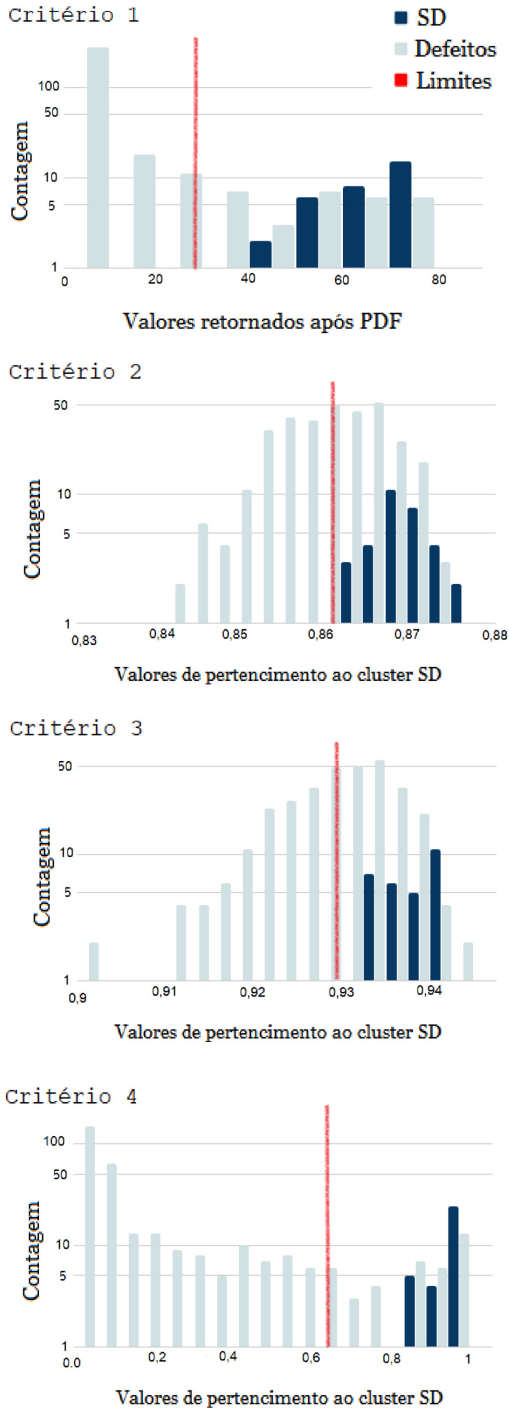


Fig. 6: Relação entre os valores encontrados para o grupo testado e o limite associado a cada critério.

TABELA I: Distribuição (%) de pertinência das classes

Classes	Regras de Decisão Fuzzy				
	Alta	Média Alta	Média	Média Baixa	Baixa
SD	96,97	3,03	0,00	0,00	0,00
FF	10,60	15,15	62,12	7,58	4,55
FP	7,58	1,52	75,76	6,06	9,09
TC	0,00	1,52	30,30	19,70	48,49
IE	0,00	0,00	22,73	19,70	57,58
PO	0,00	0,00	12,12	13,64	74,24
Total Defeitos	3,64	3,64	40,61	13,13	38,79

TABELA II: Matriz de confusão para Detecção de Novidades

Classe Real	Classe Detectada	
	Sem Defeito	Defeito
Sem Defeito	33 (100%)	0
Defeito	24 (7,3%)	306 (92,7%)

VI. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi proposta uma abordagem nebulosa para detecção de novidades combinando critérios de decisão para identificação de defeitos em inspeções não destrutivas por ultrassom. O sistema mostrou-se capaz de detectar a condição dos defeitos eficazmente ao atribuir uma probabilidade de determinado sinal ser proveniente de uma área defeituosa. É possível acrescentar, para trabalhos futuros, novos limites e critérios, e combinar as ferramentas aqui selecionadas (GMM e FCM) com outras abordagens para identificação dos defeitos.

REFERÊNCIAS

- [1] D. Neganov, O. I. Filippov, I. I. Mikhaylov, A. V. Geit and P. S. Golosov. *TOFD technique application to examine welded joints with non-equal wall thickness of the vertical steel tanks*. Pipeline Science and Technology, v. 3, n. 2, pp. 84-90, 2019.
- [2] S. Lalithakumari, R. Pandian. *Discrete Wavelet Transform based Denoising of TOFD Signals of Austenitic Stainless Steel Weld at Elevated Temperature*. Russian Journal of Nondestructive Testing, v. 55, n. 5, pp. 363-368, 2019.
- [3] L. Silva, E. Filho, Eduardo, M. Albuquerque, I. Silva and C. Farias. *Segmented Analysis of Time-of-Flight Diffraction Ultrasound for Flaw Detection in Welded Steel Plates using Extreme Learning Machines*. Ultrasonics, pp. 102, 2020.
- [4] M. Oliveira, E. Filho, M. Albuquerque, Y. Santos, I. Silva and C. Farias. *Ultrasound-based identification of damage in wind turbine blades using novelty detection* Ultrasonics, v.108, pp. 106-166, 2020.
- [5] J. Chen, E. Wo, H. Wo, H. Zhou and K. Yang. *Enhancing ultrasonic time-of-flight diffraction measurement through an adaptive deconvolution method*. Ultrasonics, v. 96, pp. 175-180, 2019.
- [6] K. Kim, S. Lee, S. Seo and K. Lee. *Fuzzy Logic-based Outlier Detection for Bio-medical Data*. In: 2014 International Conference on fuzzy Theory and its Applications. Kaohsiung, Taiwan, 26-28 nov, 2014.
- [7] T. Ross. *Fuzzy Logic With Engineering Applications*. 3rd ed. Wiley. ISBN 978-0-470-74376-8, pp. 352-353, 2010.
- [8] T. Silva, L. Schick, P. A. Lopes and H. A. Camargo *A Fuzzy Multi-class Novelty Detector for Data Streams*. In: 2018 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), pp. 1-8, 2018.
- [9] M. A. Oliveira, *Sistemas Inteligentes para Detecção de Novidades em Inspeções não-destrutivas por Ultrassom*. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017.
- [10] T. F. Covões. *Algoritmos evolutivos para modelo de mistura de gaussianas em problemas com e sem restrições*. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC - USP, São Carlos, 2015. pp. 138.
- [11] N. M. Portela. *Modelo de Mistura de Gaussianas Fuzzy Contextual*. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) - Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, Recife, pp. 131, 2015
- [12] R. AL-Shabandar, A. Hussain, R. Keigh, A. Laws, T. Baker. *The application of gaussian mixture models for the identification of at-risk learners in massive open online courses* In: 2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). IEEE, 2018. pp. 1-8.
- [13] P. A. Barbeta, M. M. Reis, A. C. Borna. *Estatística para cursos de engenharia e informática*. 3a. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- [14] K. Deb, S. Banerjee, R. Chatterjee, A. Das. *Educational Website Ranking Using Fuzzy Logic and K-Means Clustering Based Hybrid Method*. Ingénierie des Systèmes d’Information, v. 24, n. 5, pp. 497-506, 2019.