

Uma análise aproximada do detector de energia

Felipe Gabriel de Mello Elias e Evelio Martín García Fernández

Resumo— Expressões fechadas dos parâmetros de desempenho do detector de energia são derivadas utilizando aproximações das distribuições qui-quadrado central e não central. Também são apresentadas novas equações que permitem que a taxa de erro total seja minimizada para obtenção de limiar de detecção ótimo. As aproximações utilizadas apresentam elevada proximidade com as funções originais. Os resultados analíticos condizem com as simulações para diversos valores de SNR.

Palavras-Chave— Rádio cognitivo, detecção de energia, sensoriamento.

Abstract— Closed-form expressions for energy detector performance parameters are derived using approximations of the central and non-central chi-square distributions. New equations are also presented that allow the error rate to be minimized to obtain the optimal detection threshold. The approaches used have high closeness to the original functions. The analytical results match the results of the simulation for a wide range of SNR values.

Keywords— Cognitive radio, energy detection, sensing.

I. INTRODUÇÃO

A crescente demanda por comunicações sem fio impactou na dinâmica do uso do espectro e o desafio para acomodar mais usuários utilizando uma quantidade finita de bandas está sendo investigado desde a publicação do trabalho [1]. O Rádio Cognitivo (CR) surgiu como um novo paradigma para a utilização inteligente do espectro. Usuários nativos de determinada frequência são conhecidos como usuários primários (PUs, do inglês: *Primary Users*), enquanto que dispositivos que utilizam rádio cognitivo são conhecidos como usuários secundários (SUs, do inglês: *Secondary Users*). Uma das formas de atuação do CR é sensoriar diversas frequências e ao verificar a ausência de ocupação de PU em alguma delas, ocupar a mesma de forma oportunista.

O mecanismo mais simples e eficaz para sensoriamento é a detecção de energia [2]. Esta técnica possui seu desempenho medido em termos de probabilidades de detecção e de falso alarme. Por meio destes parâmetros é possível garantir a proteção da transmissão do PU. O PU possui prioridade no uso da banda, desta forma o SU realiza o monitoramento de forma periódica configurando um ciclo conhecido como quadro do SU que é dividido em dois intervalos. No primeiro, o SU realiza o sensoriamento e com base no resultado da medição ele pode realizar duas ações no segundo intervalo: a transmissão efetiva de informação ou ficar em modo de espera. O tempo ótimo para o sensoriamento foi estudado em [3] onde foi mostrado teoricamente que existe uma duração de intervalo de sensoriamento de detecção ideal que maximiza a vazão da rede. Nesse trabalho foi utilizada a aproximação Gaussiana, ou

abordagem do Teorema do Limite Central (TLC) ao assumir um grande número de amostras no sensoriamento [2].

Em [4] é apresentada uma análise de rádio cognitivo para projeto de códigos em regime de blocos de comprimento finito e é utilizada também a detecção de energia com a abordagem TLC. O estudo do desempenho do detector de energia também é investigado em [5], onde é proposto um limiar de detecção adaptativo que gerou uma melhora no desempenho do sensoriamento. Os autores de [6] apresentam um algoritmo de intervalo adaptativo para o sensoriamento onde um ganho discreto é obtido. Já em [7] é apresentada uma análise cooperativa no entanto é englobado além do canal AWGN, alguns modelos de canais com desvanecimento.

Cenários que possuem baixa relação sinal-ruído (SNR) exigem que o detector de energia analise um grande número de amostras para o correto desempenho. Ao empregarem o detector de energia, os trabalhos [2-7] utilizam a aproximação do TLC. No entanto em alguns casos esta aproximação não se mostra ser a mais adequada, principalmente para cenários onde a quantidade de amostras é restrita (desta forma a SNR de projeto, $\hat{\gamma}$, fica próxima de 0 dB). Conforme mostrado em [4] são analisadas comunicações em regime de blocos de comprimento finito onde a quantidade de amostras é muito pequena, da mesma forma a análise de uma rede de sensores mostrada em [8] utilizou uma pequena quantidade de amostras. Sabendo que a saída do detector de energia possui características das distribuições qui-quadrado central e não central, ao supor que as amostras do sinal do PU são Gaussianas, utilizamos algumas aproximações clássicas encontradas na literatura para formular novas aproximações de parâmetros do detector de energia.

A principal contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de aproximações de métricas do detector de energia em cenários que demandam uma quantidade moderada de amostras. Podemos verificar, através de simulações, que o emprego de novas equações para o limiar de detecção de projeto permite ganhos de desempenho em termos de probabilidade de falso alarme medido de cerca de 6%. O restante deste trabalho está dividido da seguinte forma. A Seção II descreve as representações de métricas do detector de energia e apresenta as melhorias propostas. A Seção III apresenta os resultados da simulação. Finalmente, na Seção IV, algumas conclusões são discutidas.

II. DETECTOR DE ENERGIA

O sensoriamento espectral pode ser implementado por vários métodos, no entanto, o detector de energia [2] é a técnica mais simples e eficaz, a saída é proporcional à energia do sinal recebido.

O sinal recebido passa através de um dispositivo de elevação ao quadrado seguido por um integrador, a saída é comparada

com um valor limite. O resultado pode ser apresentado como uma hipótese binária sobre ocupação: $\{\mathbf{H}_0 : y(t) = n(t)\}$ ou $\{\mathbf{H}_1 : y(t) = hx(t) + n(t)\}$ onde $n(t)$ representa o ruído na entrada do detector, h é o ganho do canal, $x(t)$ é o sinal do PU e $y(t)$ é o sinal recebido no SU. Sob a hipótese \mathbf{H}_0 apenas o ruído está presente no receptor SU, enquanto na hipótese \mathbf{H}_1 o sinal do PU também está presente no lado do SU. O detector de energia coleta uma quantidade total de N amostras para realizar o teste de hipóteses. As probabilidades de ocupação de canal para ambas as hipóteses, são funções da densidade do tráfego e não são objeto de estudo neste trabalho.

As amostras de ruído $n(t)$ são assumidas como AWGN com média zero e variância $2\sigma_n^2$. A relação sinal-ruído entre o PU e SU, medida no receptor do próprio SU, é dada por $\gamma = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2}$, onde σ_x^2 é a potência média de $x(t)$. O sinal recebido $y(t)$ passa pelo detector de energia e a saída do detector é usada para determinar a estatística do teste, Λ . A probabilidade de detecção P_d e a probabilidade de alarme falso P_f são definidas de acordo com a estatística de teste como:

$$\begin{cases} P_d = P[\Lambda > \lambda_{th} | \mathbf{H}_1] \\ P_f = P[\Lambda > \lambda_{th} | \mathbf{H}_0], \end{cases} \quad (1)$$

onde λ_{th} é o valor de limiar de detecção. A estatística de teste Λ segue diferentes funções densidade de probabilidades quando analisada sobre as hipóteses \mathbf{H}_0 e \mathbf{H}_1 , sendo denotadas como $f_{\Lambda|\mathbf{H}_0}(\lambda)$ e $f_{\Lambda|\mathbf{H}_1}(\lambda)$, respectivamente. Assim, P_f é a probabilidade de o detector de energia acusar a existência de sinal sendo que na realidade o mesmo não está presente no receptor do SU. P_d é a probabilidade de o detector de energia atribuir a presença de sinal sendo que o mesmo existe de fato. A probabilidade de detecção errada $P_{md} = 1 - P_d$ que significa a probabilidade do detector de energia não acusar a presença de sinal sendo que o mesmo está presente na entrada do SU.

A. Métricas do detector de energia

No caso da hipótese \mathbf{H}_0 , a estatística de teste, Λ , é o resultado de uma soma de $2N$ quadrados de variáveis aleatórias Gaussianas independentes. A saída do detector de energia segue, portanto, uma distribuição qui-quadrado central (χ^2), com ν graus de liberdade, cuja função densidade de probabilidade é: $f_{\Lambda|\mathbf{H}_0}(\lambda) = \frac{\lambda^{\nu/2-1} e^{-\lambda/2}}{\Gamma(\nu/2) 2^{\nu/2}}$, onde $\Gamma(a) = \int_0^\infty b^{a-1} e^{-b} db$ é a função gama. A probabilidade de falso alarme é definida através de (1), ou seja é o complemento da função de distribuição acumulada (FDA) da distribuição qui-quadrado central, assim $P_f = 1 - F_{\Lambda|\mathbf{H}_0}(\lambda)$, sendo que $F_{\Lambda|\mathbf{H}_0}(\lambda)$ é a FDA de uma variável aleatória da distribuição qui-quadrado central, denotada como:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_0}(\lambda) = \frac{\gamma(\nu/2, \lambda/2)}{\Gamma(\nu/2)}. \quad (2)$$

A função $\gamma(a, b) = \int_0^b c^{a-1} e^{-c} dc$ é a função gama incompleta inferior. A distribuição qui-quadrado central tende para a distribuição normal unitária quando $\nu \rightarrow \infty$. Neste caso é utilizado o teorema do limite central [9] para se chegar à:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_0}^{TLC}(\lambda) \simeq \Phi\left(\frac{\lambda - \nu}{\sqrt{2\nu}}\right), \quad (3)$$

onde $\Phi(a) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) \right]$, denota a função de distribuição cumulativa da distribuição normal. Conforme [2], $\lambda = \frac{\lambda_{th}}{\sigma_n^2}$ e $\nu = 2N$, como $P_f = 1 - F_{\Lambda|\mathbf{H}_0}^{TLC}(\lambda)$, obtemos:

$$P_f^{TLC} \simeq 1 - \Phi\left(\frac{\lambda_{th} - N(2\sigma_n^2)}{\sqrt{N}(2\sigma_n^2)}\right) \simeq Q\left(\frac{\lambda_{th} - N(2\sigma_n^2)}{\sqrt{N}(2\sigma_n^2)}\right). \quad (4)$$

A função $Q(a) = 1 - \Phi(a)$, é conhecida como função Gaussiana-Q e representa a distribuição de cauda da distribuição normal padrão. Também foi adicionado uma indicação da abordagem TLC para diferenciação das abordagens empregadas neste trabalho. Conforme colocado na Seção I, a equação (4) é amplamente empregada no detector de energia, conforme pode ser visto nos trabalhos [2-7].

No entanto conforme colocado em [9], a aproximação TLC não é muito precisa a menos que N seja muito grande. A literatura clássica apresenta algumas equações de proximidade para (2) como a aproximação de Fischer [9]:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_0}^F(\lambda) \simeq \Phi(\sqrt{2\lambda} - \sqrt{2\nu - 1}). \quad (5)$$

Neste caso, a probabilidade de falso alarme pode ser calculada como:

$$P_f^F \simeq Q\left(\frac{\sqrt{2\lambda_{th}}}{\sigma_n} - \sqrt{4N - 1}\right), \quad (6)$$

onde o índice F aponta que foi utilizada a aproximação de Fischer. Outra aproximação para (2) foi introduzida por Wilson-Hilferty [9]:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_0}^{WH}(\lambda) \simeq \Phi\left(\sqrt{\frac{9\nu}{2}} \left\{ \left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^{1/3} - 1 + \frac{2}{9\nu} \right\}\right). \quad (7)$$

Novamente substituindo as variáveis x e ν obtemos:

$$P_f^{WH} \simeq Q\left(\frac{2 + 9N \left(\sqrt[3]{\frac{4\lambda_{th}}{N\sigma_n^2}} - 2\right)}{6\sqrt{N}}\right), \quad (8)$$

onde o índice WH indica a abordagem de Wilson-Hilferty para diferenciar das outras formas de cálculo da probabilidade de falso alarme já apresentadas. Para a hipótese \mathbf{H}_1 , a estatística de teste, Λ , é uma soma de $2N$ quadrados de variáveis aleatórias com distribuição Gaussiana e média diferente de zero que segue uma distribuição de probabilidade qui-quadrado não central ($\chi_\nu'^2$), definida como $f_{\Lambda|\mathbf{H}_1}(\lambda) = \frac{1}{2} e^{-(\lambda+\phi)/2} \left(\frac{\lambda}{\phi}\right)^{\nu/4-1/2} I_{\nu/2-1}(\sqrt{\phi\lambda})$, com ν graus de liberdade e parâmetro de não centralidade ϕ . Além disso $I_a(b)$ é a função de Bessel de primeiro tipo [10]. A probabilidade de detecção é definida através de (1), ou seja é o complemento da FDA da distribuição qui-quadrado não central e escrita como $P_d = 1 - F_{\Lambda|\mathbf{H}_1}(\lambda)$. A FDA da distribuição qui-quadrado não central é:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_1}(\lambda) = 1 - Q_{\nu/2}(\sqrt{\phi}, \sqrt{\lambda}), \quad (9)$$

sendo que $Q_M(a, b)$ é a função de Marcum-Q [10]. Novamente os trabalhos [2-7] aplicaram a aproximação do teorema do limite central em (9) [9], obtendo:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_1}^{TLC}(\lambda) \simeq \Phi\left(\frac{\lambda - \nu - \varphi}{\sqrt{2(\nu + 2\varphi)}}\right). \quad (10)$$

De acordo com [2], $x = \frac{\lambda_{th}}{\sigma_n^2}$, $\nu = 2N$ e $\varphi = 2N\gamma$, a probabilidade de detecção é reescrita como:

$$P_d^{TLC} \simeq Q\left(\frac{\lambda_{th} - N(2\sigma_n^2(1 + \gamma))}{\sqrt{N(1 + 2\gamma)}(2\sigma_n^2)}\right). \quad (11)$$

Da forma similar a (4), a probabilidade de detecção apresentada em (11) é válida para valores muito grandes de N , em outros casos, a aproximação começa a se distanciar da curva gerada pela equação original. Aproximações para a FDA da distribuição qui-quadrado não central também são encontradas na literatura científica, como por exemplo a abordagem de Abdel-Aty [9]:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_1}^{AA}(\lambda) \simeq \Phi\left(\sqrt{\frac{9f}{2}}\left\{\left(\frac{\lambda}{\nu + \varphi}\right)^{1/3} - 1 + \frac{2}{9f}\right\}\right), \quad (12)$$

onde $f = \frac{(\nu + \varphi)^2}{\nu + 2\varphi}$. Assim, a probabilidade de detecção pode ser reescrita como:

$$P_d^{AA} \simeq Q\left[\frac{(\gamma + 1)\sqrt{N}\left(9\left(\sqrt{\frac{4\lambda_{th}}{N(\gamma + 1)\sigma^2}} - 2\right) + \frac{2\gamma + 1}{(\gamma + 1)^2 N^2}\right)}{6\sqrt{2\gamma + 1}}\right], \quad (13)$$

onde o índice AA indica a abordagem de Abdel-Aty.

É possível também utilizar a aproximação de Sankaran [9] para a FDA da distribuição qui-quadrado não central:

$$F_{\Lambda|\mathbf{H}_1}^S(\lambda) \simeq \Phi\left(\frac{\left(\frac{\lambda}{\nu + \varphi}\right)^h - (1 + hp(h - 1 - 1/2(2 - h)mp))}{h\sqrt{2p}(1 + 1/2mp)}\right) \quad (14)$$

onde $h = 1 - \frac{2}{3}\frac{(\nu + \varphi)(\nu + 3\varphi)}{(\nu + 2\varphi)^2}$, $p = \frac{\nu + 2\varphi}{(\nu + \varphi)^2}$ e $m = (h - 1)(1 - 3h)$. Desta forma a probabilidade de detecção pode ser reescrita através da equação (15), onde o índice S indica a utilização da abordagem de Shankaran.

B. Limiar de detecção de projeto

O desempenho do detector de energia é altamente impactado pela escolha correta dos parâmetros que compõem as equações supracitadas. Uma das formas mais utilizadas para estabelecer um excelente desempenho é a especificação de parâmetros de

projeto: \hat{P}_d , \hat{P}_f e $\hat{\gamma}$. Com isso é possível definir um limiar constante de projeto $\hat{\lambda}_{th}$ [5]. A equação (6) pode ser colocada em função do limiar de projeto:

$$\hat{\lambda}_{th}^F = \frac{\sigma_n^2 \left(Q^{-1}(\hat{P}_f) + \sqrt{4N - 1}\right)^2}{2}. \quad (16)$$

O limiar constante de projeto também pode ser encontrado através de (8):

$$\hat{\lambda}_{th}^{WH} = \frac{N\sigma_n^2 \left(2 - \frac{2 - 6\sqrt{N}Q^{-1}(\hat{P}_f)}{9N}\right)}{4}. \quad (17)$$

Podemos definir também o limiar constante de projeto com base em (13), para este caso denotado como:

$$\hat{\lambda}_{th}^{AA} = \frac{N\sigma_n^2(\hat{\gamma} + 1) \left(2 - \frac{2\hat{\gamma} + 1}{N^2(\hat{\gamma} + 1)^2} - \frac{Q^{-1}(\hat{P}_d)6\sqrt{2\hat{\gamma} + 1}}{9\sqrt{N}(\hat{\gamma} + 1)}\right)^3}{4}. \quad (18)$$

As expressões (16), (17) e (18) são representações alternativas à expressão obtida através da abordagem do TLC (equação (12) do trabalho de [3]) e apresentam resultados mais precisos como será explorado na Seção III. Pode-se derivar a equação de λ_{th}^S realizando a operação inversa de (15), que não será apresentada neste trabalho devido à limitação de páginas. Além do limiar constante de projeto as equações podem ser ajustadas para definir a quantidade de amostras N necessárias para a detecção apropriada.

Outra importante análise decorrente dos parâmetros do detector de energia é a probabilidade de erro total composta pela soma $P_f + P_{md}$, que indica a expectativa de imprecisão do detector de energia. Se a probabilidade de erro total é avaliada em função de λ_{th} , ela possui um mínimo global, que indica que existe apenas um valor de λ_{th} que minimiza $P_f + P_{md}$, ou seja existe um limiar ótimo λ_{th}^* , tal que $\lambda_{th}^* = \arg \min_{\lambda_{th}} (P_f + P_{md})$, isto é, $\frac{\partial P_{md}}{\partial \lambda_{th}} + \frac{\partial P_f}{\partial \lambda_{th}} = 0$.

Para resolver as derivadas, utilizamos a equação $\Phi(a)$ e a aproximação $\text{erf}(a) \simeq \frac{2}{1 + e^{-\sqrt{2\pi}a}} - 1$, que deriva da aproximação de (7.1.27) em [10]. Também escolhemos as equações alternativas já apresentadas acima, (6) e (13), pela praticidade de manipulação algébrica de ambas, reescrevendo-as, respectivamente, como:

$$P_f^F \simeq \frac{1}{1 + e^{\left[\sqrt{\pi}\left(\frac{\sqrt{2\lambda_{th}}}{\sigma_n} - \sqrt{4N - 1}\right)\right]}}, \quad (19)$$

$$P_d^S \simeq Q\left[\frac{9(\gamma + 1)(2\gamma + 1)^5 N \left(\left(\frac{\lambda_{th}}{\sigma_n^2(2\gamma N + 2N)}\right)^{\frac{6\gamma^2 + 4\gamma + 1}{3(2\gamma + 1)^2}} + \frac{(3\gamma + 1)(6\gamma^2 + 4\gamma + 1)(\gamma^2(2\gamma(9\gamma + 10) + 5) + 6(\gamma + 1)^2(2\gamma + 1)^3 N)}{54(\gamma + 1)^3(2\gamma + 1)^6 N^2} - 1\right)}{(6\gamma^2 + 4\gamma + 1)\sqrt{\frac{2\gamma + 1}{(\gamma + 1)^2 N}}(\gamma^2(3\gamma + 1) + 3(\gamma + 1)(2\gamma + 1)^3 N)}\right]. \quad (15)$$

$$P_d^{AA} \simeq \frac{1}{1 + e^{\left[\frac{(\gamma+1)\sqrt{N} \left(9 \left(\sqrt[3]{\frac{4\lambda_{th}}{N(\gamma+1)\sigma_n^2} - 2} \right) + \frac{2\gamma+1}{(\gamma+1)^2 N^2} \right)} \right]}} \quad (20)$$

A derivada parcial de P_f^F em relação a λ_{th} é dada por:

$$\frac{\partial P_f^F}{\partial \lambda_{th}} = - \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\lambda_{th}}{\sigma_n^2}}}{2\lambda_{th} + 2\lambda_{th} \cosh \left[\sqrt{\pi} \left(\sqrt{-1 + 4N} - \sqrt{\frac{2\lambda_{th}}{\sigma_n^2}} \right) \right]} \quad (21)$$

Da mesma forma, a derivada parcial de P_d^{AA} em relação a λ_{th} é dada pela equação (22). Desta forma o limiar de detecção ótimo pode ser encontrado numericamente através das resoluções das equações (21) e (22).

III. RESULTADOS

Os resultados analíticos apresentados na Seção anterior são discutidos juntamente com os resultados de simulações computacionais que implementam os limiares de detecção propostos pelas expressões apresentadas na Seção II em um detector de energia de um SU.

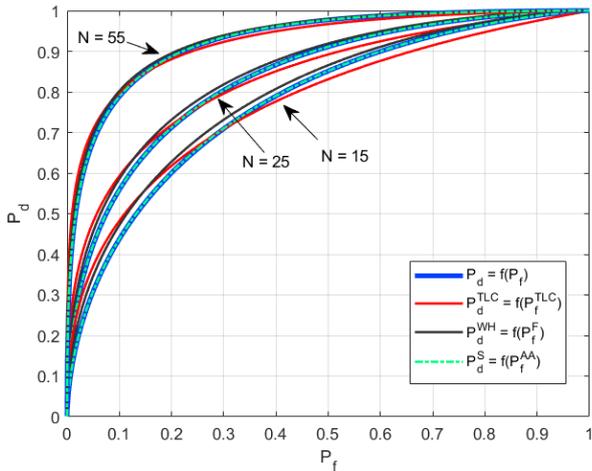


Fig. 1. Curvas de ROC teórica e aproximadas para $N = 15$, $N = 25$ e $N = 55$, utilizando $\sigma_n = \sqrt{1/2}$ e $\gamma = -5$ dB.

A Fig. 1 exibe diferentes medidas de P_d em função de P_f , ou $P_d = f(P_f)$, através de curvas características de operação do receptor (ROC, do inglês: *Receiver Operating Characteristic Curve*). Desta forma é possível avaliar o desempenho do detector de energia a partir das expressões teóricas e aproximadas das probabilidades apresentadas na Seção II utilizando os seguintes parâmetros: $N = \{15, 25, 55\}$, $\sigma_n = \sqrt{1/2}$ e $\gamma = -5$ dB. Para cada valor de N , a Fig. 1 apresenta quatro curvas ROC: $P_d = f(P_f)$ gerada com base

nas equações originais (2) e (9), $P_d^{TLC} = f(P_f^{TLC})$ gerada a partir da abordagem TLC usando (4) e (11), $P_d^{AA} = f(P_f^F)$ combinando (6) e (13) e finalmente $P_d^S = f(P_f^{WH})$ obtida através da combinação de (8) e (15).

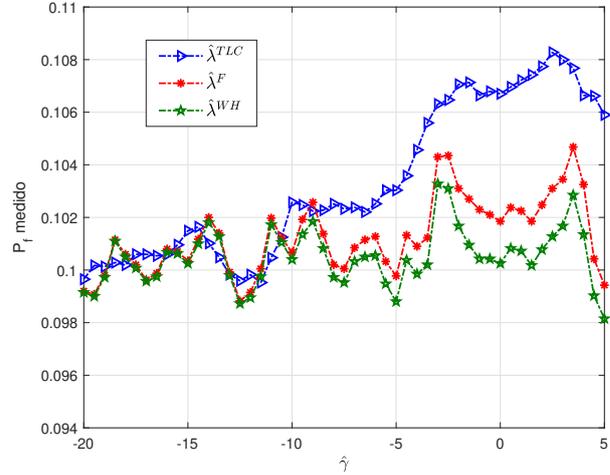


Fig. 2. Probabilidade de falso alarme medida em função do $\hat{\gamma}$, utilizando $\hat{P}_f = 0.1$, $\hat{P}_d = 0.9$ e $\sigma_n = \sqrt{1/2}$

Optou-se pela escolha da apresentação de apenas duas novas curvas ROC para uma análise gráfica mais concisa, neste sentido foram escolhidos os pares: $P_d^{AA} = f(P_f^F)$ e $P_d^S = f(P_f^{WH})$. Quanto mais próxima do canto superior esquerdo a curva ROC se encontra, melhor é o seu desempenho pois proporciona P_d mais alto com um P_f mais baixo. O aumento de N é uma maneira de melhorar o desempenho da curva ROC, graficamente podemos analisar que todas as curvas tendem a se igualar quando aumentamos o valor de N . Através da análise da Fig. 1 é possível verificar que a curva gerada através da abordagem TLC além de possuir um distanciamento significativo em relação as curvas originais, também possui uma má precisão se comparada com as curvas geradas pelas abordagens sugeridas. É possível observar portanto que as aproximações alternativas apresentam maior precisão em relação à curva original.

A Fig. 2 mostra o desempenho de um sistema obtido através de simulações onde um SU realiza o sensoriamento utilizando detecção de energia. Em todas as simulações o PU não está presente e apenas ruído é considerado na entrada de rádio do SU. Neste caso é empregado apenas o valor de relação sinal-ruído de projeto ($\hat{\gamma}$) como parâmetro para projeto do detector de energia pois o mesmo é necessário para estimação da quantidade do número de amostras. São realizadas análises no detector de energia do SU medindo a probabilidade de falso alarme P_f em função de diversos valores de $\hat{\gamma}$. Foi realizado um total de $N_a = 20000$ rodadas na simulação

$$\frac{\partial P_d^{AA}}{\partial \lambda_{th}} = - \frac{\sqrt{\pi} \sqrt{\frac{(\gamma+1)^2 N}{2\gamma+1}} \sqrt[3]{\frac{\lambda_{th}}{2\gamma N \sigma_n^2 + 2N \sigma_n^2}}}{2\lambda_{th} \left(\cosh \left(3\sqrt{\pi}(\gamma+1) \sqrt{\frac{N}{2\gamma+1}} \left(\sqrt[3]{\frac{\lambda_{th}}{2\gamma N \sigma_n^2 + 2N \sigma_n^2}} + \frac{2\gamma+1}{9(\gamma+1)^2 N} - 1 \right) \right) + 1 \right)} \quad (22)$$

e foi considerado $\sigma_n = \sqrt{1/2}$. Para os diversos valores de $\hat{\gamma}$ analisados, foram mantidos os valores fixos de projeto $\hat{P}_f = 0.1$, $\hat{P}_d = 0.9$ e calculado N conforme o processo iterativo apresentado no final da Seção II-A. Assim foi possível calcular os valores de limiar constante apresentados em (16), (17) e também a equação (12) do trabalho de [3]. A análise da P_f medida na saída do detector de energia do SU foi realizada com os valores distintos de limiar constante. É possível verificar que os resultados para baixos valores de $\hat{\gamma}$ ($N \gg 1$) são muito similares nas três simulações. Na região $-20\text{dB} < \hat{\gamma} < -8\text{dB}$, os valores de P_f medido no SU ficam realmente muito próximos dos valores de projeto \hat{P}_f .

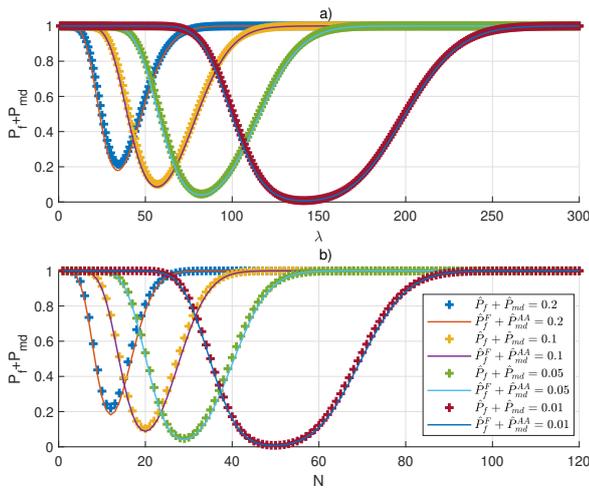


Fig. 3. Probabilidade de erro total $P_f + P_{md}$ simulada, utilizando equações originais e aproximações, em função de (a) limiar de detecção e (b) quantidade de amostras.

Ainda na Fig. 2, para $\hat{\gamma} > -8$ dB é possível observar uma diferença entre valores medidos de P_f para todas as abordagens empregadas. Existe no entanto um distanciamento maior entre os valores medidos P_f utilizando a aproximação TLC em comparação com o valor de projeto \hat{P}_f e também com os valores medidos pelas outras aproximações. O desempenho geral do detector de energia quando são empregados os limiares constantes apresentados em (16) e (17) apresentam maior proximidade a \hat{P}_f do que no caso proposto pela abordagem TLC. Para $\hat{\gamma} = 0$ dB o projeto com λ_{th}^{TLC} apresentou um desempenho inferior de cerca de 6% em comparação com o projeto λ_{th}^{WH} . Estas diferenças ocorrem pois para um mesmo número de amostras definido em projeto, as probabilidades de falso alarme possuem valores diferentes conforme pode ser visualizado na Fig. 1.

A análise da Fig. 3 apresenta a probabilidade de erro total $P_f + P_{md}$ simulada, utilizando duas abordagens: equações originais e aproximações apresentadas na Seção II em função de (a) limiar de detecção e (b) quantidade de amostras. Para gerar o presente resultado foram utilizados diferentes valores de projeto \hat{P}_f , \hat{P}_d , $\sigma_n = 1$ e $\text{SNR} = 0$ dB. Primeiramente é possível observar os valores ótimos de λ_{th} e N conforme discutido na Seção II-B para vários valores de projeto. Quanto menor a probabilidade de erro total, logicamente maiores serão

os valores de λ_{th} e N . As diferenças em termos de quantidade de amostras N e nível de limiar de detecção ótimos foi menor que 1%, quando são comparadas com as funções originais e o modelo de probabilidade de erro total proposto, mostrando com isso a precisão dos resultados obtidos.

IV. CONCLUSÕES

Apresentamos aproximações de probabilidade de falso alarme, probabilidade de detecção e limiar de detecção para o detector de energia. Também foram apresentadas novas expressões para encontrar a taxa de erro total mínima. As aproximações propostas são mais próximas das funções originais se comparadas com a aproximação do teorema do limite central (TLC) já empregado na literatura. Diferentemente da aproximação TLC, que atendem apenas para grandes valores de N , as aproximações apresentadas também podem ser empregadas para uma quantidade moderada de amostras. Mostramos que o projeto com as novas equações de limiar constante de detecção possuem maior precisão em termos de probabilidade de falso alarme medido para diversos valores de SNR.

As equações apresentadas são simples e não impactam no custo computacional da implementação da detecção de energia, podem ser empregadas em todos os dispositivos de rádio cognitivo já implementados. As equações de limiar constante de projeto apresentadas podem ser empregadas de forma alternativa à abordagem TLC para casos que necessitam de grandes quantidades de amostras ($\hat{\gamma} \ll 0\text{dB}$) e de forma especial para casos que necessitam de quantidade moderadas de amostras ($\hat{\gamma} \approx 0\text{dB}$) como rede de sensores e comunicações em regime de blocos de comprimento finito. Com o cálculo da minimização do taxa de erro total foram obtidos resultados muito precisos de procura do limiar de detecção e da quantidade de amostras. O estudo contínuo de técnicas eficientes para utilização do espectro abre espaço para que novos modelos práticos de rádio cognitivo sejam implementados em novas gerações de sistemas de comunicações sem fio.

REFERÊNCIAS

- [1] Mitola, J. and Maguire, G. Q.: ‘Cognitive radio: making software radios more personal’, *IEEE Personal Communications*, 1999, **6.4**, pp. 13-18
- [2] Atapattu, S., Tellambura, C., et. Jiang, H.: ‘Energy detection for spectrum sensing in cognitive radio’, New York, NY, USA. (Springer, 1995).
- [3] Liang, Y. C. et al.: ‘Sensing-throughput tradeoff for cognitive radio networks’, *IEEE transactions on Wireless Communications*, 2008, **7.4**, pp. 1326-1337
- [4] Ozcan, G., and Guroy, M. C.: ‘Throughput of cognitive radio systems with finite blocklength codes’, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, **31.11**, pp. 2541–2554.
- [5] Wang, N., et al.: ‘Energy detection-based spectrum sensing with constraint region in cognitive LTE systems’, *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, 2017, **28.11**, e3171
- [6] Alkady, M. S., et al.: ‘An Adaptive Sensing Time Based on SNR for Spectrum Utilization Enhancement in Cognitive Radio’, *Wireless Personal Communications*, 2019, **106.2**, pp. 307-319
- [7] Godugu, K. K., et al.: ‘Performance of energy-efficient cooperative cognitive radio system over erroneous Nakagami-m and Weibull fading channels’, *Wireless Networks*, 2019, **26**, pp. 2623–2638
- [8] Maleki, S., Pandharipande, A., and Leus, G.: ‘Energy-efficient distributed spectrum sensing for cognitive sensor networks’, *IEEE Sensors Journal*, 2010, **11.3**, pp. 565–573.
- [9] Johnson, N. L., Kotz, S., Balakrishnan, N.: ‘Continuous Univariate Distributions, Volume 1 - 2’ (Wiley, 1995)
- [10] Abramowitz, M. and Stegun, I. A.: ‘Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables’ (Dover, 1970)