

Estudo de Detectores de Baixa Complexidade para Sistemas MIMO-OTFS

Dayse Gonçalves Correia Bandeira, Didier Le Ruyet, Mylene Pischella e João Cesar Moura Mota

Resumo—As transmissões de dados sem fio em canais variantes no tempo e com alta dispersão Doppler são desafiadoras. Assim, foi proposta a modulação *orthogonal time-frequency space* (OTFS) que apresentou vantagens significativas em canais duplamente dispersivos. O modelo de canal na modulação OTFS é esparso, permitindo usar algoritmos de baixa complexidade para detecção. Neste artigo, o desempenho da modulação OTFS para sistema MIMO é avaliado para algoritmos de "passagem de mensagens" aproximados. Os resultados mostram que os algoritmos têm desempenhos semelhantes e superam significativamente o estimador MMSE. Além disso, o algoritmo aproximado de primeira ordem é sugerido como melhor bom custo-benefício.

Palavras-Chave—OTFS, dispersão Doppler, passagem de mensagens.

I. INTRODUÇÃO

As redes de quarta geração (4G) alcançaram um grande sucesso, devido à sua capacidade de fornecer altas taxas de dados para um grande número de usuários usando a Multiplexação por Divisão de frequências Ortogonais (*orthogonal frequency division multiplexing* - OFDM). Os futuros sistemas sem fio (5G ou mais) terão que operar em ambientes de alta mobilidade, como trens de alta velocidade e ondas eletromagnéticas de banda milimétrica. Para aplicações de alta mobilidade, o OFDM experimenta uma interferência significativa entre portadoras devido o canal ser variante no tempo e consequentemente com alta dispersão Doppler [1]. No interesse de tratar a interferência de forma direta no domínio dos efeitos dos atrasos e dos deslocamentos Doppler, foram propostas soluções como a modulação *orthogonal time-frequency space* (OTFS) proposta por Hadani et al. [2] visando aplicações que requerem alta taxa de dados e mobilidade.

A modulação OTFS tem mostrado vantagens significativas em canais duplamente dispersivos [3] [4] [5]. A ideia principal da OTFS é converter os canais variantes no tempo em canais invariantes no tempo no domínio atraso-Doppler. O modulador OTFS espalha cada símbolo de dados em um conjunto de funções de base ortogonal bidimensionalmente selecionadas para lidar com o canal de múltiplos percursos que varia no tempo [6].

Foi mostrado em [7] que as técnicas de múltiplas-entradas e múltiplas-saídas (*multiple-input multiple-output* - MIMO)

D. G. C. Bandeira (dayse.correia@ifce.edu.br), Departamento de Engenharia de Teleinformática (DETI), Universidade Federal do Ceará (UFC); D. Le Ruyet (leruyet@cnam.fr), *Centre d'études et de Recherche en Informatique et Communication* (CEDRIC), *Conservatoire National des Arts et Métiers* (CNAM); M. Pischella (mylene.pischella@cnam.fr), CEDRIC, CNAM; J. C. M. Mota (mota@gtel.ufc.br), DETI, UFC. Este trabalho foi realizado durante uma bolsa de doutorado sanduíche entre o Brasil e a França, financiada pelo Projeto CAPES-COFECUB 830/15, CNPq.

combinadas com OTFS (MIMO-OTFS) podem aumentar a eficiência espectral e a robustez em sistemas com canais de variação rápida. Em [8], os autores estudaram a detecção do sinal e a estimativa de canal no MIMO-OTFS. Eles aplicaram o método *factor graph - gaussian approximation of interference* (FG-GAI) proposto por [9] fazendo o uso do conceito de grafo de fatores a partir do modelo de sistema MIMO-OTFS.

O objetivo deste artigo é avaliar e comparar diferentes detectores de mensagens interativas baseados em *message passing algorithm* (MPA), algoritmo de baixa complexidade baseado em passagem de mensagens e que evita componentes nulos do canal, para sistemas MIMO-OTFS em canais seletivos em tempo-frequência com alto Doppler. Para ressaltar os resultados, os algoritmos interativos foram comparados ainda com o detector linear *minimum mean square error* (MMSE). Neste trabalho, os algoritmos considerados são os seguintes: (i) *approximate message passing using gaussian approximation* (AMP-GA) em que os cálculos das mensagens de probabilidade são atualizados pelos cálculos das médias e variâncias entre os nós, (ii) AMP simplificado por *expectation propagation* (AMP-EP), (iii) AMP simplificado por *first-order* (AMP-FO), proposto em [10] e (iv) detector linear MMSE.

O artigo está organizado da seguinte forma. A Seção II apresenta uma breve descrição do sistema OTFS. A extensão ao sistema MIMO-OTFS é considerada na Seção III. Os diferentes algoritmos detectores interativos baseados em passagem de mensagens ou MPA são detalhados na Seção IV. Os resultados da simulação são fornecidos na Seção V e as conclusões são evidenciadas na Seção VI.

II. BREVE DESCRIÇÃO DA MODULAÇÃO OTFS

A modulação OTFS opera no domínio atraso-Doppler, que está relacionado à frequência e ao tempo pela transformada simplética de Fourier (*symplectic finite fourier transform* - SFFT), uma transformada de Fourier discreta bidimensional [2], [7]. A estrutura da modulação OTFS pode ser entendida como uma modulação multiportadora de tempo-frequência com uma transformação adicional de pré-processamento dos símbolos de informação do domínio atraso-Doppler para o domínio tempo-frequência, pela transformada simplética inversa finita de Fourier (*inverse symplectic finite Fourier transform* - ISFFT).

No OTFS, os símbolos da modulação em amplitude em quadratura (*quadrature amplitude modulation* - QAM) são indexados por pontos em uma grade no domínio atraso-Doppler. Através da ISFFT, cada símbolo QAM pondera uma função de base 2D definida no domínio tempo-frequência. O

tamanho da grade atraso-Doppler está relacionado ao tamanho do plano de tempo-frequência pelas propriedades do sinal, ou seja, a largura de banda B do sinal, o intervalo de tempo de transmissão (*transmission time interval* - TTI), a duração do pulso T , o espaçamento entre subportadoras Δf , o número de subportadoras M e o comprimento do bloco de símbolos N .

A grade atraso-Doppler consiste em M pontos ao longo do atraso com espaçamento $\Delta\tau = \frac{1}{M\Delta f}$ e N pontos ao longo do Doppler com espaçamento $\Delta\nu = \frac{1}{NT}$. Por outro lado, a grade tempo-frequência consiste em M pontos ao longo da frequência com espaçamento $\Delta f = \frac{B}{M}$ e N pontos ao longo do tempo com espaçamento $T = \frac{TTI}{N}$ [1]. Portanto, a largura de banda da transmissão B é inversa ao atraso da resolução $\Delta\tau$ e a duração da transmissão TTI é inversa à resolução Doppler $\Delta\nu$. Considerando a ortogonalidade $T = 1/\Delta f$ que baseia tais definições, pode-se observar que o plano tempo-frequência é discretizado na grade amostrando os eixos de tempo em intervalos T (segundos) e de frequência em Δf (Hz), como:

$$\Lambda = \{(m\Delta f, nT), m = 0, \dots, M-1; n = 0, \dots, N-1\}, \quad (1)$$

Consequentemente, o plano atraso-Doppler é:

$$\Gamma = \left\{ \left(\frac{l}{M\Delta f}, \frac{k}{NT} \right), l = 0, \dots, M-1; k = 0, \dots, N-1 \right\}. \quad (2)$$

Em outras palavras, considerando um sistema *single input single output* (SISO), onde temos uma antena transmissora e uma antena receptora, a ISFFT mapeia os símbolos de informação $x_1[l, k]$ de uma grade Γ (2) no domínio atraso-Doppler em uma sequência de números complexos $X_1[m, n]$ mapeado na grade Λ (1) no domínio de tempo-frequência, da seguinte maneira:

$$X_1[m, n] = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} x_1[l, k] e^{j2\pi \left(\frac{nk}{N} - \frac{ml}{M} \right)}. \quad (3)$$

Após esta etapa dos blocos de pré e pós-processamento, pode-se implementar a modulação/demodulação OFDM convencional. A Figura 1 mostra o diagrama do sistema SISO-OTFS.

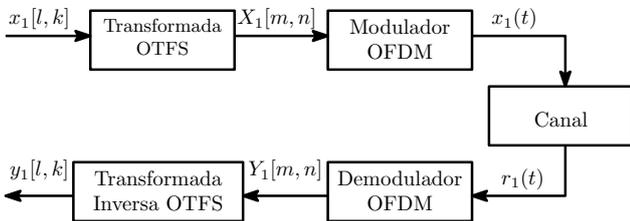


Fig. 1. Diagrama de bloco do sistema SISO-OTFS.

Em seguida, no domínio discreto, a matriz de transmissão \mathbf{S}_1 ($M \times N$) pode ser escrita como [11]:

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{F}_M^H (\mathbf{F}_M \mathbf{X}_1 \mathbf{F}_N^H) = \mathbf{X}_1 \mathbf{F}_N^H, \quad (4)$$

na qual $\mathbf{X}_1 \in \mathbb{C}^{M \times N}$ denota a matriz dos símbolos de informação bidimensionais no domínio atraso-Doppler; \mathbf{F}_n e \mathbf{F}_n^H são as matrizes da transformada discreta de Fourier

de dimensão e a transformada discreta Fourier hermitiana, respectivamente, com dimensão $n \times n$. A vetorização em coluna da matriz \mathbf{S}_1 na eq. (4) gera o seguinte vetor de transmissão $MN \times 1$:

$$\mathbf{s}_1 = \text{vec}(\mathbf{S}_1) = (\mathbf{F}_N^H \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{x}_1. \quad (5)$$

na qual $\mathbf{x}_1 = \text{vec}(\mathbf{X}_1)$, \mathbf{I}_M é a matriz identidade de dimensão $M \times M$ e \otimes é o produto de Kronecker.

O vetor sinal recebido \mathbf{r}_1 de tamanho $MN \times 1$ pode ser escrito como:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{G}_{11} \mathbf{s}_1 + \mathbf{w}_1, \quad (6)$$

em que \mathbf{w}_1 é o vetor ruído gaussiano branco de média nula e variância σ_0^2 , e \mathbf{G}_{11} é a seguinte matriz de canal do OTFS de dimensão $MN \times MN$:

$$\mathbf{G}_{11} = \sum_{p=1}^{P_{11}} h_p \mathbf{\Pi}^{l_p} \mathbf{\Delta}^{k_p}, \quad (7)$$

na qual h_p é o ganho complexo do multipercuso, l_p e k_p são as identificações do atraso e do Doppler do multipercuso p , respectivamente, P_{11} é a quantidade de multipercursos entre as antenas em que, sem perda de generalidade, definiremos como P visto que consideraremos a quantidade de multipercursos igual entre as antenas, $\mathbf{\Pi}$ é uma matriz de deslocamento cíclico dada por:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

e $\mathbf{\Delta}$ é a matriz diagonal:

$$\mathbf{\Delta} = \text{diag}[z^0, z^1, \dots, z^{MN-1}], \quad (9)$$

na qual $z = e^{\frac{j2\pi}{MN}}$. As matrizes $\mathbf{\Pi}$ e $\mathbf{\Delta}$ modelam os deslocamentos de atraso e de Doppler respectivamente associados a cada multipercuso.

No receptor, o vetor sinal recebido \mathbf{r}_1 é transformado em símbolos no domínio do tempo-frequência $\mathbf{R}_1 = \text{vec}^{-1}(\mathbf{r}_1)$, depois em símbolos no domínio delay-Doppler. Para isso, uma transformada rápida de Fourier de M -pontos seguida por uma SFFT é aplicada $\mathbf{Y}_1 = \mathbf{F}_M^H (\mathbf{F}_M \mathbf{R}_1) \mathbf{F}_N$. Na forma vetorial, o sinal recebido no domínio atraso-Doppler pode ser escrito como:

$$\mathbf{y}_1 = (\mathbf{F}_N \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{r}_1. \quad (10)$$

Depois de substituir o vetor sinal transmitido \mathbf{s}_1 em (6) na eq. (10), obtemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= (\mathbf{F}_N \otimes \mathbf{I}_M) (\mathbf{G}_{11} \mathbf{s}_1 + \mathbf{w}_1) \\ &= \mathbf{H}_{11} \mathbf{x}_1 + \tilde{\mathbf{w}}_1, \end{aligned} \quad (11)$$

na qual $\mathbf{H}_{11} = (\mathbf{F}_N \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{G}_{11} (\mathbf{F}_N^H \otimes \mathbf{I}_M)$ é uma matriz com característica (efetiva) esparsa de dimensão $MN \times MN$, e $\tilde{\mathbf{w}}_1 = (\mathbf{F}_N \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{w}_1$ é um vetor ruído gaussiano com variância σ_0^2 .

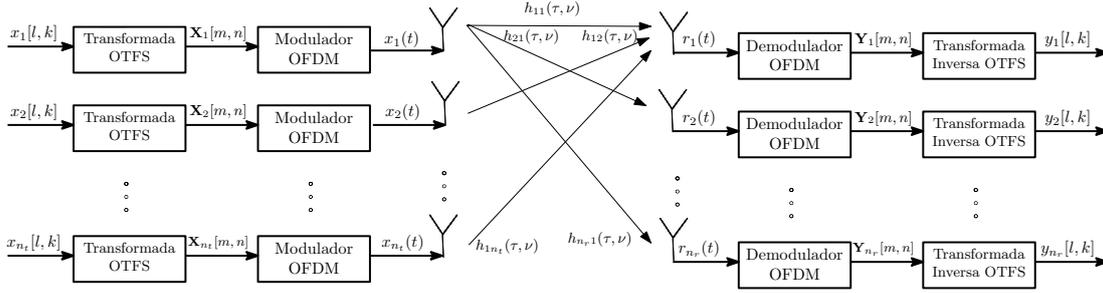


Fig. 2. Diagrama do sistema MIMO-OTFS.

III. OTFS COM MÚLTIPLAS ANTENAS

Nesta seção, estendemos de forma resumida o esquema de modulação SISO-OTFS da Fig. 1 para um MIMO-OTFS como mostrado na Fig. 2 [8]. Usando a técnica de multiplexação espacial, a partir de (11) temos a seguinte relação de entrada-saída :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{w}}, \quad (12)$$

na qual \mathbf{H} é a matriz de canal efetivo MIMO de dimensão $MNn_r \times MNn_t$ dado por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \cdots & \mathbf{H}_{1n_t} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \ddots & \mathbf{H}_{2n_t} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{n_r,1} & \mathbf{H}_{n_r,2} & \cdots & \mathbf{H}_{n_r,n_t} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

em que n_t e n_r são os números de antenas transmissoras e receptoras, respectivamente. \mathbf{H}_{ij} é a matriz de canal efetivo SISO entre a j -ésima antena transmissora e a i -ésima antena receptora. Os vetores regressivos \mathbf{x} , \mathbf{y} e $\tilde{\mathbf{w}}$ são, respectivamente, o vetor de símbolos transmitidos, o vetor de sinais recebidos e o vetor de ruído no sistema MIMO-OTFS, definidos por: $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_{n_t}^T]^T$, $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \dots, \mathbf{y}_{n_r}^T]^T$, $\tilde{\mathbf{w}} = [\tilde{\mathbf{w}}_1^T, \tilde{\mathbf{w}}_2^T, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_{n_r}^T]^T$.

IV. ALGORITMOS DETECTORES BASEADOS EM PASSAGEM DE MENSAGENS

No campo das comunicações digitais, problemas de estimativa e inferência podem ser descritos usando grafo-fator [12]. Este grafo bipartido é composto por dois conjuntos de vértices ou nós e um conjunto de ramos ou arestas, em que os dois conjuntos de nós são compostos respectivamente por nó-variável x_i e nó-fator f_j .

Assumindo que $n_t = n_r = n_a$ e ressaltando que a matriz efetiva \mathbf{H} é esparsa, podemos representar a equação (12) em espaço de estado no qual um grafo-fator composto por MNn_a nós-variáveis e MNn_a nós-fatores. O número de elementos não nulos de cada linha e cada coluna de \mathbf{H} é igual a n_a vezes o número de multipercursos P . Consequentemente, o grafo-fator é regular com grau de nó-variável e nó-fator igual a Pn_a .

As notações usadas para descrever os algoritmos baseados em passagem de mensagens (*message passing algorithm* - MPA) são as seguintes: $\mu_{f_j \rightarrow x_i}(x_i)$ são as mensagens do nó-fator f_j para o nó-variável x_i e $\mu_{x_i \rightarrow f_j}(x_i)$ são as mensagens no sentido oposto.

A complexidade das regras de atualização para a t -ésima iteração das mensagens MPA fornecidas por: $\mu_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i) = \prod_{b \in n(i) \setminus j} \mu_{f_b \rightarrow x_i}^t(x_i)$ e $\mu_{f_j \rightarrow x_i}^t(x_i) = \prod_{l \in m(j) \setminus i} \mu_{x_l \rightarrow f_j}^{t-1}(x_l)$, é muito alta, considerando o fato de trabalhar diretamente com a estimativa de todas as probabilidades (mensagens) em cada iteração. Por outro lado, no intuito de diminuir tal complexidade, é possível realizar aproximações do MPA fazendo uso dos algoritmos *approximate message passing* (AMP). O MPA considera a atualização das mensagens levando em consideração a conexão de cada ramo entre nó-variável e nó-fator, ou seja, $\mu_{x_i \rightarrow f_j}(x_i)$ e $\mu_{f_j \rightarrow x_i}(x_i)$ com base em probabilidades, por sua vez, os algoritmos AMP tratam de reduzir a complexidade substituindo a atualização das mensagens de um sentido ou de ambos por médias e variâncias.

A esparsidade do canal produzido pelo OTFS favorece o emprego dos algoritmos MPA. Nas próximas subseções, descreveremos sucintamente os três algoritmos apresentados em [10], no qual é feito o estudo da complexidade de cada algoritmo, do mais ao menos complexo, a saber: *approximate message passing using gaussian approximation* (AMP-GA), *AMP simplified by expectation propagation* (AMP-EP) e *AMP simplified by first-order* (AMP-FO).

A. Approximate message passing using gaussian approximation (AMP-GA)

Uma simplificação do MPA usando aproximação gaussiana foi proposta por [10]. No AMP-GA, simplesmente as mensagens de média e variância dos nós-variáveis são atualizadas a partir das mensagens dos nós-fatores pelo cálculo de uma função gaussiana complexa.

A estimação da média da distribuição $\hat{x}_{x_i \rightarrow f_j}^t$ e a estimação da variância da distribuição $\hat{\tau}_{x_i \rightarrow f_j}^t$ são calculadas da seguinte forma:

$$\hat{x}_{x_i \rightarrow f_j}^t = \sum_{\alpha_s \in A} \alpha_s \mu_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i = \alpha_s). \quad (14)$$

$$\hat{\tau}_{x_i \rightarrow f_j}^t = \sum_{\alpha_s \in A} |\alpha_s|^2 \mu_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i = \alpha_s) - |\hat{x}_{x_i \rightarrow f_j}^t|^2. \quad (15)$$

Supondo x_i como uma variável aleatória contínua e aproximando a mensagem à uma função Gaussiana complexa, então $\mu_{f_j \rightarrow x_i}^t(x_i) \approx N_{\mathbb{C}}(h_{j,i}x_i; z_{f_j \rightarrow x_i}^t, \nu_{f_j \rightarrow x_i}^t)$, em que $N_{\mathbb{C}}(x; \hat{x}; \hat{\tau}) \triangleq (\pi\hat{\tau})^{-1} \exp(-|x - \hat{x}|^2/\hat{\tau})$ é uma função Gaussiana complexa. A média $z_{f_j \rightarrow x_i}^t$ e a variância $\nu_{f_j \rightarrow x_i}^t$ são

dadas por:

$$z_{f_j \rightarrow x_i}^t = y_j - \sum_{l \in m(j) \setminus i} h_{j,l} \hat{x}_{x_l \rightarrow f_j}^t. \quad (16)$$

$$\nu_{f_j \rightarrow x_i}^t = \sigma_n^2 + \sum_{l \in m(j) \setminus i} |h_{j,l}|^2 \hat{\tau}_{x_l \rightarrow f_j}^t. \quad (17)$$

As mensagens $\mu_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i)$ são aproximadas como:

$$\mu_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i) \propto N_{\mathbb{C}}\left(x_i; \zeta_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1}, \gamma_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1}\right) \quad (18)$$

na qual $\gamma_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1} = \left(\sum_{b \in n(i) \setminus j} \frac{|h_{b,i}|^2}{\nu_{f_b \rightarrow x_i}^{t-1}}\right)^{-1}$ e $\zeta_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1} = \gamma_{x_i \rightarrow f_j}^{t-1} \sum_{b \in n(i) \setminus j} \frac{h_{b,i}^* z_{f_b \rightarrow x_i}^{t-1}}{\nu_{f_b \rightarrow x_i}^{t-1}}$ são as mensagens de variância e média do nó-variável para o nó-fator, respectivamente.

B. AMP simplified by expectation propagation (AMP-EP)

O AMP-EP apresentado em [10] é uma redução da complexidade do AMP-GA através do cálculo das mensagens $\mu_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i)$ em (18), onde as mensagens são substituídas por um *belief symbol*, ou seja, uma crença de símbolo o qual é aproximada por uma função de densidade de probabilidade gaussiana da seguinte maneira:

$$\beta^t(x_i) \approx \frac{\prod_{b \in n(i)} N_{\mathbb{C}}\left(h_{b,i} x_i; z_{f_b \rightarrow x_i}^{t-1}, \nu_{f_b \rightarrow x_i}^{t-1}\right)}{\sum_{x_i \in A} \prod_{b \in n(i)} N_{\mathbb{C}}\left(h_{b,i} x_i; z_{f_b \rightarrow x_i}^{t-1}, \nu_{f_b \rightarrow x_i}^{t-1}\right)}. \quad (19)$$

Depois do cálculo $\beta^t(x_i)$ de cada nó-variável, é calculada a estimação de sua média $\hat{x}_{x_i}^t$ e de sua variância $\hat{\tau}_{x_i}^t$. Então a média e variância das mensagens $\mu_{x_i \rightarrow f_j}^t(x_i)$ são calculadas respectivamente por $\hat{x}_{x_i \rightarrow f_j}^t$ e $\hat{\tau}_{x_i \rightarrow f_j}^t$, como:

$$\hat{x}_{x_i \rightarrow f_j}^t = \hat{\tau}_{x_i \rightarrow f_j}^t \left(\frac{\hat{x}_{x_i}^t}{\hat{\tau}_{x_i}^t} - \frac{h_{j,i}^* z_{f_j \rightarrow x_i}^{t-1}}{\nu_{f_j \rightarrow x_i}^{t-1}} \right), \quad (20)$$

$$\hat{\tau}_{x_i \rightarrow f_j}^t = \left(\frac{1}{\hat{\tau}_{x_i}^t} - \frac{|h_{j,i}|^2}{\nu_{f_j \rightarrow x_i}^{t-1}} \right)^{-1}. \quad (21)$$

Em seguida, as mensagens $\mu_{f_j \rightarrow x_i}^t(x_i)$ são atualizadas com os valores de $\hat{\tau}_{x_i \rightarrow f_j}^t$ e $\hat{x}_{x_i \rightarrow f_j}^t$ calculado anteriormente. Finalmente, as mensagens de variância $\nu_{f_j \rightarrow x_i}^t$ e de média $z_{f_j \rightarrow x_i}^t$ serão usadas como parâmetros de entrada para atualizar os símbolos como $\beta^t(x_i)$ que por sua vez serão a base de cálculo da próxima iteração. As mensagens $z_{f_j \rightarrow x_i}^t$ e $\nu_{f_j \rightarrow x_i}^t$ são calculadas pelas equações (16) e (17). A distribuição marginal $\mu_{x_i}^t(x_i)$ é aproximada diretamente usando $\beta^t(x_i)$.

C. AMP simplified by first-order (AMP-FO)

Outra simplificação proposta em [10] pode ser considerada através da negligência de alguns termos, isto é, o AMP-FO não considera as mensagens de conexão entre todos os ramos do grafo do sistema, mas calcula a média e a variância de forma marginal em cada nó. As mensagens em (18) são primeiramente aproximadas da seguinte forma:

$$\mu_{x_i}^t(x_i) \propto N_{\mathbb{C}}\left(x_i; \zeta_{x_i}^{t-1}, \gamma_{x_i}^{t-1}\right), \quad (22)$$

na qual $\gamma_{x_i}^{t-1} = \left(\sum_{b \in n(i)} \frac{|h_{b,i}|^2}{\nu_{f_b}^{t-1}}\right)^{-1}$ são as variâncias e $\zeta_{x_i}^{t-1} = \hat{x}_{x_i}^t + \gamma_{x_i}^{t-1} \sum_{b \in n(i)} \frac{h_{b,i}^* z_{f_b}^t}{\nu_{f_b}^{t-1}}$ são as médias dos nós-variáveis. $z_{f_b}^t$ e $\nu_{f_b}^t$ são as médias e as variâncias dos nós-fatores, calculadas como:

$$z_{f_j}^t = y_j - \sum_{l \in m(j)} h_{j,l} \hat{x}_{x_l}^t + z_{f_j}^{t-1} \frac{\sum_{l' \in m(j)} \hat{\tau}_{x_{l'}}^t |h_{j,l'}|^2}{\nu_{f_j}^{t-1}}, \quad (23)$$

$$\nu_{f_j}^t = \sigma_n^2 + \sum_{l \in m(j)} |h_{j,l}|^2 \hat{\tau}_{x_l}^t, \quad (24)$$

em que $\hat{x}_{x_i}^t$ e $\hat{\tau}_{x_i}^t$ são as médias e variâncias da distribuição $\mu_{x_i}^t(x_i)$.

V. ANÁLISE DA COMPLEXIDADE

Nesta seção, analisamos a complexidade dos algoritmos da seção anterior contabilizando o número necessário de operações de ponto flutuante (*floating-point operation* - FLOP). Na seção IV, apresentamos as simplificações introduzidas por cada algoritmo para reduzir a complexidade do MPA tradicional. Na sequência do algoritmo mais complexo ao menos complexo, temos: AMP-GA AMP-EP e AMP-FO. A Tabela I apresenta a complexidade dos algoritmos de baixa complexidade considerados através do número total FLOPs por iteração em função da dimensão da modulação Z -QAM, do número de percursos P , do número de antenas $n_a = A$ e do total de nós-variáveis e nós-fatores O .

TABELA I
COMPLEXIDADE EM NÚMERO TOTAL DE FLOPS POR ITERAÇÃO.

Algoritmo	FLOPs
AMP-GA	$(15Z + 22PA - 19)POA$
AMP-EP	$(7Z + 16PA)OA + (10PA + 11)POA^2$
AMP-FO	$(15Z + 24PA + 8)OA + 3POA$

VI. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

Nesta seção, avaliaremos o desempenho da taxa de erros de bit (*bit error rate* - BER) do sistema MIMO-OTFS em um modelo de canal atraso-Doppler com um cenário de múltiplos percursos considerando os diferentes algoritmos de baixa complexidade apresentados na seção IV (AMP-GA, AMP-EP e AMP-FO) e a estimação *minimum mean square error* (MMSE), calculada por [13]:

$$\mathbf{x}_{mmse} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \sigma_d^2 / \sigma_d^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (25)$$

em que σ_d^2 é a variância do ruído na entrada da antena, σ_d^2 é a variância do sinal QAM e \mathbf{I} é a matriz identidade. Os parâmetros para as simulações são fornecidos na Tabela II. O modelo de canal é o modelo de multipercursos baseado no perfil de atraso-Doppler [8]. Com base nos parâmetros apresentados na Tabela II, cada refletor tem um deslocamento de atraso múltiplo de 1 μs e um deslocamento Doppler múltiplo de 234 Hz. Os deslocamentos de atraso e de Doppler

TABELA II
PARÂMETROS DA SIMULAÇÃO.

PARÂMETRO	VALOR
Frequência da portadora (f_c)	4 GHz
Espaço entre portadoras (Δf)	15 kHz
Número de subportadoras (M)	64
Número de símbolos OTFS (N)	64
Número de percursos (P)	4
Número de antenas (n_a)	2
Esquema de modulação	4-QAM
Velocidade do usuário	60, 120, 180 km/h
Estimação de canal	ideal
Deslocamento Doppler	234 Hz
Deslocamento do atraso	1 μ s

TABELA III
PERFIL ATRASO-DOPPLER PARA O MODELO DE CANAL MULTIPERCURSO.

Índice do percurso (i)	1	2	3	4
Atraso (τ_i) em μ s	0	1	2	3
Índice do atraso l_i	0	1	2	3
Doppler (ν_i) em Hz	468	-234	702	234
Índice Doppler (k_i)	2	-1	3	1

para cada percurso no cenário são fornecidos na Tabela III, na qual os refletores estão em sentidos diferentes.

Com base nos parâmetros acima, avaliamos o desempenho em termos da BER do sistema MIMO-OTFS para cada algoritmo detector de baixa complexidade em uma faixa de relação sinal-ruído (*signal noise ratio* - SNR) de -5 a 10 dB. A Figura 3 apresenta o desempenho da BER como uma função da SNR.

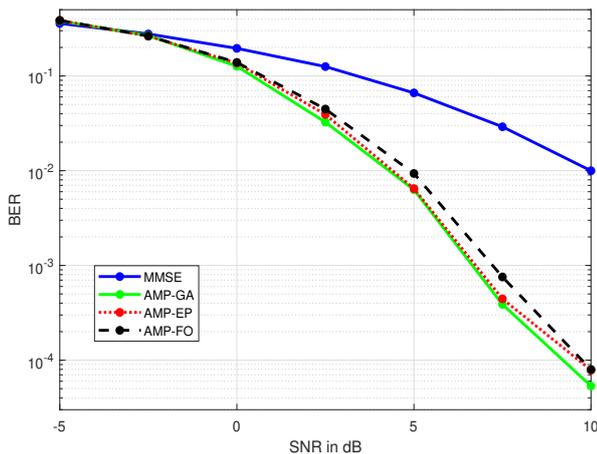


Fig. 3. Desempenho BER do sistema MIMO-OTFS.

Todos os grafos de fatores são baseados na mesma matriz **H**. Conforme mostrado na Figura 3, os algoritmos iterativos (AMP-GA, AMP-EP e AMP-FO) têm desempenho semelhante e o MMSE apresenta um desempenho pior, no qual para atingir uma taxa de erro de 10^{-2} , o MMSE mostra uma diferença de 5 dB em relação aos algoritmos AMP estudados.

Na Fig. 3 observa-se que dos três algoritmos AMP apre-

sentados, pode-se constatar que o mais complexo AMP-GA apresentou desempenho ligeiramente melhor do que os outros dois algoritmos. No entanto, o AMP-FO é significativamente menos complexo do que o AMP-GA e o AMP-EP, e o seu desempenho é ligeiramente inferior que os demais. Assim, a relação custo-benefício favorece a escolha do algoritmo AMP-FO.

VII. CONCLUSÕES

Neste artigo, estudamos, avaliamos e comparamos algoritmos iterativos de baixa complexidade baseados em MPA (AMP-GA, AMP-EP e AMP-FO) e o estimador MMSE para um sistema MIMO-OTFS em canal seletivo de tempo-frequência com alto Doppler em relação ao desempenho da BER. Como esperado, dos três algoritmos MPA aproximados, o algoritmo AMP-GA foi aquele que apresentou um desempenho ligeiramente superior aos demais AMP, e ao mesmo tempo os três algoritmos AMP apresentaram desempenhos largamente superiores ao MMSE. De outro lado é recomendado que o algoritmo AMP-FO seja escolhido entre os demais algoritmos AMP por indicar ter melhor relação custo-benefício, conforme a análise das complexidades e os resultados de desempenhos obtidos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] P. Raviteja, et al., *Interference cancellation and iterative detection for orthogonal time frequency space modulation*, IEEE Trans. Wireless Communications, v. 17, n. 10, pp. 6501-6515, Agosto 2018.
- [2] R. Hadani, S. Rakib, M. Tsatsanis, A. Monk, A. J. Goldsmith, A. F. Molisch, and R. Calderbank, *Orthogonal time frequency space modulation*, in Proc. IEEE WCNC, pp. 1558-2612, Março 2017.
- [3] F. Wiffen, L. Sayer, M. Z. Bocus, A. Doufexi, and A. Nix, *Comparison of OTFS and OFDM in Ray launched sub-6 GHz and mmWave line-of-sight mobility channels*, in IEEE 29th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC), pp. 73-79, Setembro 2018.
- [4] A. R. Reyhani, A. Farhang, M. Ji, R. R. Chen, and B. Farhang-Boroujeny, *Analysis of discrete-time MIMO OFDM-based orthogonal time frequency space modulation*, Outubro 2017. Disponível online: <https://arxiv.org/pdf/1710.07900.pdf>
- [5] T. Zemen, M. Hofer, and D. Loeschbrand, *Low-complexity equalization for orthogonal time and frequency signaling (OTFS)*, Outubro 2017. Disponível online: <https://arxiv.org/pdf/1710.09916v1.pdf>.
- [6] K. R. Murali and A. Chockalingam, *On OTFS modulation for high-doppler fading channels*, Outubro 2018. Disponível online: <https://arxiv.org/abs/1802.00929.pdf>.
- [7] R. Hadani and A. Monk, *OTFS: A new generation of modulation addressing the challenges of 5G*, Fevereiro 2018. Disponível online: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1802/1802.02623.pdf>
- [8] M. K. Ramachandran and A. Chockalingam, *MIMO-OTFS in high-doppler fading channels: Signal detection and channel estimation*, Dezembro 2018. Disponível online: <https://arxiv.org/pdf/1805.02209v1.pdf>.
- [9] P. Som, T. Datta, N. Srinidhi, A. Chockalingam, and B. S. Rajan, *Low-complexity detection in large-dimension MIMO-ISI channels using graphical models*, IEEE J. Sel. Topics in Signal Processing, v. 5, n. 8, pp. 1497–1511, Dezembro 2011.
- [10] S. Wu, L. Kuang, Z. Ni, J. Lu, D. Huang, and Q. Guo, *Low-complexity detection for large-scale multiuser MIMO-OFDM systems using approximate message passing*, IEEE Journal Sel. Topics in Signal Processing, v. 8, n. 5, pp. 902-915, Outubro 2014.
- [11] P. Raviteja, Y. Hong, E. Viterbo, and E. Biglieri, *Practical pulse-shaping waveforms for reduced-cyclic-prefix OTFS*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, v. 68, n. 1, pp. 957-961, Outubro 2018.
- [12] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and Hans-Andrea Loeliger, *Factor graphs and the sum-product algorithm*, IEEE Transactions on Information Theory, v. 47, n. 2, pp. 498-519, Fevereiro 2001.
- [13] S. Lyu and C. Ling, *Hybrid vector perturbation precoding: the blessing of approximate message passing*, IEEE Transactions on Signal Processing, v. 67, n. 1, pp. 178-193, Outubro 2018.