

# Comparando métodos para determinar a distribuição de uma carteira de investimentos em renda variável

Giovani Braga Oliveira Viana, Miguel Oliveira Guedes e Gustavo Luiz Sandri

**Resumo**—Neste trabalho comparamos três métodos para se determinar a distribuição de uma carteira de renda variável: método Ingênuo, onde todas as ações possuem o mesmo peso, teoria moderna dos portfólios e por Referência. O último método foi proposto por nós. Ele tenta replicar o comportamento de uma carteira pulverizada utilizando poucos ativos e foi o que apresentou a melhor performance quando comparado aos outros dois.

**Palavras-Chave**—diversificação, distribuição, investimento.

**Abstract**—In this work, we compare three methods to determine the distribution of a stock portfolio: Naive method where all shares have the same weight, Modern Portfolio Theory and by Reference. The latter method was proposed by us. He tries to replicate the behavior of a pulverized portfolio using few assets and was the one that presented the best performance when compared to the other two.

**Keywords**—diversification, distribution, investment.

## I. INTRODUÇÃO

Neste trabalho focamos em determinar a distribuição de ativos de renda variável para uma carteira previdenciária, ou seja, uma carteira de longo prazo. Apesar de evitar custos desnecessários com taxas, investir por conta própria aumenta os riscos para o investidor. Por isso, maximizar a diversificação de uma carteira é uma forma de reduzir riscos [1], [2].

O efeito da diversificação em uma carteira é estudado por Wang [1], chegando à conclusão de que uma carteira com de 21 a 24 ativos é capaz de otimizar o retorno e reduzir a volatilidade. A teoria de que uma carteira com ativos igualmente distribuídos se aproxima do ótimo a medida que o número de ativos aumenta foi questionada por Evans e Archer [3] e por Fisher e Lorie [4] já nos anos 60, que demonstram que é possível diversificar uma carteira com poucos ativos.

## II. MÉTODOS PARA DETERMINAR A DISTRIBUIÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS

Propomos testar três métodos para determinar a distribuição de pesos de cada ação dentro da carteira, sendo eles: ingênuo, teoria moderna dos portfólios e por referência. O método ingênuo foi escolhido para comparação e consiste em distribuir igualmente as empresas dentro da carteira.

A teoria moderna dos portfólios é um método que permite ajustar o valor da volatilidade e do retorno da carteira através da combinação de seus ativos. Ele consiste em determinar

a distribuição que resulte em um retorno alto com baixa volatilidade com base nos dados históricos [5], [6], [7].

Por fim, propomos um terceiro método baseado em uma carteira de referência. O objetivo é copiar o comportamento desta carteira. Seja uma carteira de referência composta por  $N_{ref}$  ações onde  $\alpha_i$  é a proporção da  $i$ -ésima ação nesta carteira. Queremos usar esta carteira de referência para determinar a proporção  $\beta_j$  da  $j$ -ésima ação de uma carteira teórica composta por  $N_{teo}$  ações. Como o objetivo é que a carteira teórica tenha um comportamento semelhante a carteira de referência, a proporção da  $i$ -ésima ação da carteira de referência é distribuída entre as ações da carteira teórica em função da correlação entre elas. A correlação utilizada neste trabalho foi o coeficiente de correlação de Pearson [8], que varia entre  $-1$  e  $+1$ . Um coeficiente igual a  $+1$  corresponde a dados totalmente correlacionados, igual a  $0$  para totalmente descorrelacionados e  $-1$  para dados inversamente correlacionados. Seja então  $\gamma_{ij}$  o coeficiente de correlação entre a  $i$ -ésima ação da carteira de referência com a  $j$ -ésima ação da carteira teórica, então calculamos  $\beta_j$  como:

$$\beta_j = \sum_{i=1}^{N_{ref}} \alpha_i \frac{\max(0, \gamma_{ij})}{\Gamma_i}, \text{ onde} \quad (1)$$

$$\Gamma_i = \sum_{j=0}^{N_{teo}} \max(0, \gamma_{ij}). \quad (2)$$

## III. RESULTADOS

Para testar os três métodos, usamos os dados históricos das empresas que compunham o Índice Brasil 100 (IBrX 100) no dia 29/03/2020, excluindo aquelas que não possuíam dados históricos antes de 2015, resultando num total de 78 ações.

Os dados históricos consistiam no valor de mercado de cada ação mês a mês desde 2000 (ou quando a ação se tornou disponível na bolsa) até o final de 2019. Os dados anteriores a 2019 foram usados para se determinar a distribuição das ações na carteira e os dados do ano de 2019 foram utilizados para avaliar a performance da carteira.

Como referência para o método por referência foi usado uma carteira com todas as 78 ações usadas para teste, cuja distribuição foi determinada pela teoria moderna de portfólios.

Buscando mensurar a eficácia desse método foi utilizado o índice de Sharpe. Esse indicador permite determinar a relação entre o retorno de um ativo e seu risco, podendo assim determinar aquele que teve um maior desempenho [9]. O índice de Sharpe é calculado como a razão entre o retorno anualizado de um ativo ( $r$ ) descontado o retorno obtido por um

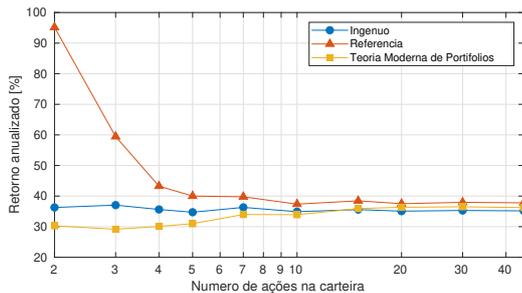


Fig. 1

RETORNO MÉDIO ANUALIZADO OBTIDO PELOS TRÊS MÉTODOS TESTADOS PARA O ANO DE 2019 AO SE VARIAR O NÚMERO DE ATIVOS NA CARTEIRA.

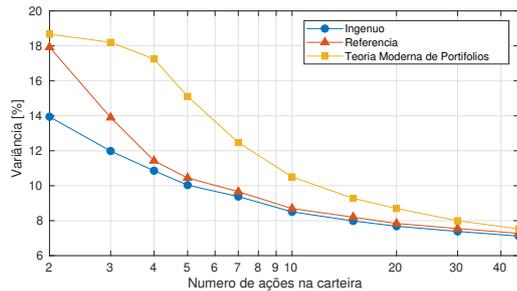


Fig. 2

VOLATILIDADE MÉDIA OBTIDA PARA OS TRÊS MÉTODOS TESTADOS NO ANO DE 2019 EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE ATIVOS NA CARTEIRA.

ativo livre de risco ( $r_0$ ) e a volatilidade, medida para variância ( $\sigma$ ):

$$i_s = \frac{r - r_0}{\sigma} \quad (3)$$

A taxa livre de risco utilizada para determinar a distribuição pela teoria moderna de portfólios e para calcular o índice de Sharpe foi baseada na taxa SELIC e adotado como sendo de 6,4% ao ano.

Para cada simulação foram criadas carteiras teóricas escolhendo entre 2 e 45 ações de forma aleatória dentro do conjunto de 78 ações. Foram feitas um total de 18 mil simulações, sendo 2 mil simulações para cada valor fixo de ações dentro da carteira. Para cada um dos métodos testados foi utilizado o mesmo conjunto de ações em cada simulação.

A fig. 3 mostra a performance para o método ingênuo. O índice de Sharpe cresceu a medida que a carteira se tornava mais diversificada. Isto aconteceu porque o retorno da carteira definido pelo método ingênuo, em média, não variava muito com a variação do número de ativos na carteira (ver fig. 1), enquanto que a volatilidade da carteira reduzia a medida que mais ações passavam a compô-la (ver fig. 2).

O método por referência (fig. 3) iniciou com uma tendência de queda do índice de Sharpe a medida que a carteira se tornava mais diversificada até o valor de 4 ativos na carteira. A partir deste ponto o índice de Sharpe passou a aumentar com o aumento de ações na carteira. Isso se deve a dois comportamentos com efeitos opostos. A rentabilidade da carteira era, em média, maior para uma carteira mais concentrada quando a distribuição era definida por este método e decaía a medida que a carteira se tornava mais diversificada. Já a volatilidade da carteira diminuía com o aumento da diversificação.

A fig 3 resume o comportamento da média do índice de

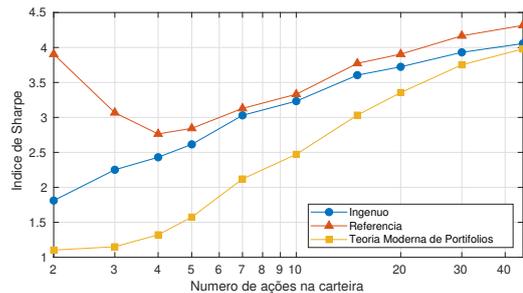


Fig. 3

ÍNDICE DE SHARPE MÉDIO OBTIDO PELOS TRÊS MÉTODOS TESTADOS PARA O ANO DE 2019 AO SE VARIAR O NÚMERO DE ATIVOS NA CARTEIRA.

Sharpe para os três métodos testados. De forma geral a diversificação da carteira contribuiu para diminuir a volatilidade.

#### IV. CONCLUSÕES

Dos três métodos analisados, o método por referência foi o que teve a melhor performance. A carteira usada como referência era pulverizada. Em carteiras pulverizadas a proporção de cada ativo na carteira é pequena, o que faz com que o comportamento individual de um único ativo tenha pouco impacto no comportamento da carteira. Carteiras pulverizadas tendem a ter uma performance muito próxima da performance do mercado. Este método por referência, na forma como foi adotada neste trabalho, tentava replicar o comportamento de uma carteira pulverizada em uma carteira teórica com menos ativos.

A teoria moderna de portfólios foi o método que resultou no pior índice de Sharpe em função do número de ações na carteira quando comparado aos outros dois métodos. Acreditamos que isso se deva ao fato deste método depender fortemente da rentabilidade passada dos ativos para determinar a distribuição da carteira. Caso o histórico passado não se repita, a performance de uma carteira distribuída por este método fica comprometida.

#### REFERÊNCIAS

- [1] G. Y. Wang, "Portfolio diversification and risk reduction- evidence from taiwan stock mutual funds," in *2010 International Conference on Management and Service Science*, pp. 1–4, Aug. 2010.
- [2] G. A. V. Pai, "Active portfolio rebalancing using multi-objective metaheuristics," in *2018 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*, pp. 1845–1852, Nov 2018.
- [3] J. L. Evans and S. H. Archer, "Diversification and the reduction of dispersion: An empirical analysis," *Journal of Finance*, vol. 23, no. 5, pp. 761–767, 1968.
- [4] L. Fisher and J. H. Lorie, "Some studies of variability of returns on investments in common stocks," *The Journal of Business*, vol. 43, no. 2, pp. 99–134, 1970.
- [5] H. Markowitz, "Portfolio selection," *The Journal of Finance*, vol. 7, pp. 77–91, Mar. 1952.
- [6] T. de Ayala Botto Fraústo da Silva, "Aplicação da teoria moderna do portfólio à seleção de canais de marketing digital," Master's thesis, Universidade Nova de Lisboa, Nov. 2014.
- [7] L. H. L. R. Alves, "Teoria moderna de portfólio aplicada ao mercado brasileiro. Markowitz vs diversificação ingênuo.." Trabalho de Conclusão de Curso, Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa, 2015.
- [8] A. G. Asuero, A. Sayago, and G. González, "The correlation coefficient: An overview," *Critical Reviews in Analytical Chemistry*, vol. 36, pp. 41–59, January 2006.
- [9] W. F. Sharpe, "The sharpe ratio," *The Journal of Portfolio Management*, 1994.