

Equalizador LRA-MMSE para sistemas OQ-OFDM de baixa resolução

Gabriel Silva e João Dias .

Resumo— Os sistemas OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) têm requisito de alta resolução dos conversores Analógico-Digitais, e o consumo de energia do sistema é proporcional à resolução desses conversores. Neste trabalho, derivamos um equalizador baseado no mínimo erro quadrático médio que leva em consideração a resolução do quantizador (LRA-MMSE) capaz de mitigar o efeito do ruído de quantização no domínio da frequência em sistemas OFDM sobreamostrados e quantizados (OQ-OFDM) com baixa resolução. Simulações revelam que o modelo proposto resulta em ganho de taxa de erro de bit, reduzido consumo de energia e melhor soma das taxas que os receptores OFDM tradicionais.

Palavras-Chave— LRA-MMSE, Conversores AD, OQ-OFDM.

Abstract— Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) systems have a high-resolution requirement for Analog-to-Digital Converters (ADC), and the system's energy consumption is proportional to the resolution of these converters. In this work, we derive a Low Resolution Aware equalizer based on the Minimum Mean Square Error (LRA-MMSE) able to mitigate the effect of quantization noise in the frequency domain in Oversampled and Quantized OFDM (OQ-OFDM) systems with low resolution. Simulations show that the proposed model results in Bit Error Rate (BER) gain, reduced energy consumption and better sum rate than traditional OFDM receivers.

Keywords— LRA-MMSE, AD Converters, OQ-OFDM.

I. INTRODUÇÃO

O OFDM se tornou um esquema popular para padrões recentes de redes sem fio que operam com alta taxa de bits [1]. A principal vantagem do OFDM sobre os esquemas de portadora única é sua capacidade de eliminar a interferência entre símbolos (ISI - *InterSymbol Interference*) sem a necessidade de filtros de equalização complexos no receptor [1]. O OFDM tem requisito de alta resolução para conversores analógico-digital (ADC). O projeto de sistemas OFDM convencionais não precisa considerar os efeitos de quantização, porque um grande número de níveis de quantização é usado. Nesse caso, o efeito de quantização pode ser negligenciado. No entanto, nos sistemas de comunicação móveis o consumo de energia no receptor é proporcional à resolução dos ADCs [1]. Portanto, é de interesse investigar o efeito de quantização para sistemas OFDM e verificar se podemos quantizar sinais OFDM com um baixo número de níveis de quantização. Se pudermos diminuir a resolução dos ADCs, os receptores consumirão menos energia [1].

Gabriel Silva, Departamento de Engenharia Eletrônica, CEFET/RJ, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, e-mail: gabrieldanilo1000@gmail.com; João Dias, Departamento de Engenharia de Telecomunicações, CEFET/RJ, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, e-mail: joao.dias@cefet-rj.br

Trabalhos anteriores com sobreamostragem do sistema OFDM foram relatados em [2], [3] e [4]. Este procedimento consiste na inserção de subportadoras nulas no centro do símbolo OFDM, antes da IFFT, com o intuito de obter um símbolo OFDM sobreamostrado no domínio do tempo. Tal fato permite um número maior de amostras na entrada do quantizador, o que reduz o ruído de quantização e resulta em menor taxa de erro de bits (BER).

Neste trabalho, derivamos um equalizador que leva em consideração a resolução do quantizador (LRA) e é baseado no mínimo erro quadrático médio (MMSE) capaz de atenuar o efeito do ruído de quantização no domínio da frequência em sistemas OFDM quantizados (Q-OFDM) com baixa resolução. Este procedimento utiliza a decomposição de Busgang [5]. Também, utilizamos sobreamostragem e comparamos o desempenho do equalizador LRA-MMSE proposto com os tradicionais receptores MMSE e Zero Forcing (ZF).

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: o modelo do sistema é mostrado na seção 2; na seção 3, é feita uma breve descrição do ADC utilizado; na seção 4, os receptores para os sistemas OFDM sobreamostrados e quantizados (OQ-OFDM) são descritos; os resultados da simulação são apresentados na seção 5 e as conclusões são feitas na seção 6.

II. MODELO DO SISTEMA

O diagrama em blocos do sistema OQ-OFDM proposto é mostrado na Fig. 1. Neste sistema, b são os bits a serem transmitidos, s são os símbolos de dados no domínio da frequência, x são as amostras de dados no domínio do tempo, y é o sinal recebido no domínio do tempo, y_q é o sinal quantizado, \hat{s} é o sinal recebido no domínio da frequência e \hat{b} são os bits estimados.

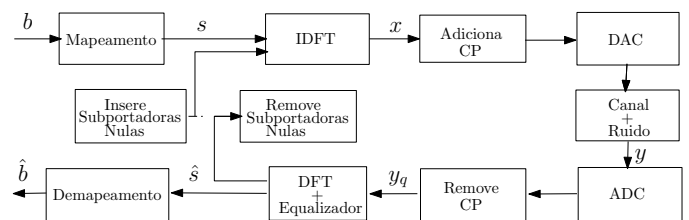


Fig. 1. Diagrama em blocos da solução proposta para o sistema OQ-OFDM

O sinal OFDM transmitido é dado por [1]

$$x[n] = \sum_{k=0}^{K-1} s_k e^{j2\pi \frac{k}{K} n}, \quad (1)$$

onde s_k é o símbolo de dados ou nulo na k -ésima subportadora e K é o número de subportadoras no símbolo OFDM. As

subportadoras nulas são inseridas no centro do símbolo OFDM no domínio da frequência para gerar sobreamostragem no domínio do tempo. O fator de sobreamostragem up será dado pela razão entre a dimensão K e o número de subportadoras de dados no símbolo OFDM.

O sinal recebido, antes do quantizador, pode ser escrito por

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} * \mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (2)$$

onde $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{(K+CP+N_p-1) \times 1}$, CP é o comprimento do prefixo cíclico e N_p é o número de percursos considerado no canal, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{(K+CP) \times 1}$, $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{(N_p) \times (1)}$ é a resposta ao impulso do canal, $*$ é a operação de convolução e $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{(K+CP+N_p-1) \times 1}$ é o ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN).

O sinal após o quantizador assumirá a forma

$$\mathbf{y}_q = \mathcal{Q}_c(\mathbf{y}), \quad (3)$$

onde $\mathcal{Q}_c(\cdot)$ denota a função elementar de mapeamento do quantizador de valor complexo, que compreende dois quantizadores paralelos de valor real $\mathcal{Q}(\cdot)$ que quantizam independentemente as partes real e imaginária de cada amostra de entrada analógica [7].

A adição e remoção do prefixo cíclico, para garantir que o sinal não sofrerá interferência intersimbólica (ISI) devido ao canal multipercorso, pode ser descrita pelas matrizes

$$\mathbf{AdCP} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}(CP, K - CP) & \mathbf{I}(CP, CP) \\ & \mathbf{I}(K, K) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

e,

$$\mathbf{ReCP} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}(K, CP) & \mathbf{I}(K, K) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

onde \mathbf{AdCP} e \mathbf{ReCP} têm dimensões $(CP + K) \times K$ e $K \times (CP + K)$, respectivamente. \mathbf{I} é a matriz identidade e $\mathbf{0}$ é a matriz de zeros.

O sinal recebido no domínio da frequência pode ser escrito como

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}^H \mathbf{F} \mathbf{y}_q, \quad (6)$$

onde $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ é a matriz do equalizador (*Zero Forcing* (ZF), *Minimum Mean Square Error* (MMSE) ou *Low Resolution Aware - Minimum Mean Square Error* (LRA-MMSE)), $(\cdot)^H$ representa a Hermitiana da matriz, e \mathbf{F} é a matriz de transformada discreta unitária de Fourier (DFT) com dimensão $K \times K$.

III. CONVERSOR ANALÓGICO DIGITAL

Nessa seção, será descrito o Conversor Analógico Digital (ADC - *Analog-to-Digital Converter*) utilizado neste trabalho e suas principais características.

A escolha do quantizador linear *Mid-Riser*, se deve a sua ampla utilização, fácil implementação e bom desempenho [6]. Este quantizador divide o sinal a ser mapeado em níveis de quantização equispaçados, com um passo de tamanho Δ e número total de níveis de quantização (V) dado por $V = 2^b$, onde b é o número de bits de quantização utilizado no ADC. Para quantizadores *Mid-Riser* uniformes e simétricos, os níveis de saída do quantizador são dados pela equação

$$v_i = \frac{-V\Delta}{2} + (i - \frac{1}{2})\Delta. \quad (7)$$

Os limites de entrada do quantizador são definidos por $\tau_1 = -\infty$, $\tau_{L+1} = \infty$ e $\tau_i = v_i + \frac{\Delta}{2}$, para $i = 2, 3, \dots, V$ [6]. Portanto, para um sinal de entrada y discreto, a caracterização desse quantizador é dada pela equação (8) e ilustrado na figura 2.

$$\mathcal{Q}(y[n]) \begin{cases} v_1, & y \leq \tau_1, \\ v_i, & \tau_{i-1} < y \leq \tau_i, \\ v_L, & y > \tau_{L+1}. \end{cases} \quad (8)$$

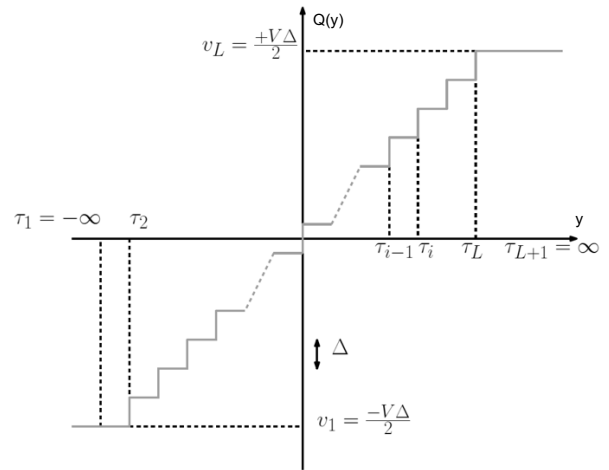


Fig. 2. Caracterização do quantizador *Mid-Riser* uniforme e simétrico.

Sabendo que o sinal recebido é uma variável aleatória complexa Gaussiana e como queremos economizar recursos do receptor, podemos quantizar o sinal em um intervalo mais curto e com resolução de quantização mais alta nesse intervalo, usando o mesmo número de bits. Para isso, estimamos o desvio padrão (SD) ou a variância do sinal e definimos o intervalo de quantização como um múltiplo do SD ou da variância deste sinal, como ilustrado na Figura 3.

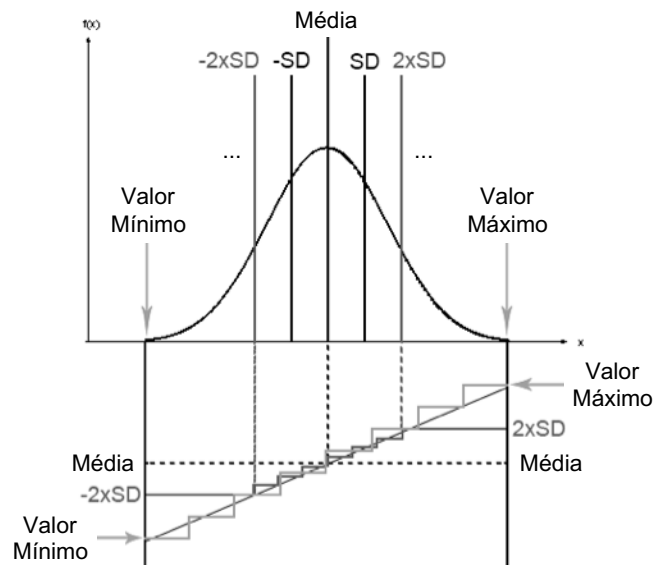


Fig. 3. Efeito do corte (*clipping*) do sinal no quantizador.

A diferença entre o sinal recebido (y) e o sinal quantizado ($\mathcal{Q}(y)$) é chamado erro de quantização. Em um sistema de

baixa resolução, esse erro tende a aumentar inversamente proporcional ao número de bits utilizado no quantizador. Neste trabalho, definimos erro de quantização como ruído de quantização $\mathbf{n}_q = \mathcal{Q}(\mathbf{y}) - \mathbf{y}$.

IV. EQUALIZADORES PARA OS SISTEMAS OQ-OFDM

Nesta seção serão descritos os equalizadores que serão utilizados para comparação nos testes de simulação. Como o objetivo deste trabalho é apresentar um modelo de filtro LRA-MMSE e analisar o seu desempenho em sistemas OQ-OFDM, partiremos do princípio de que o receptor conhece perfeitamente a resposta ao impulso do canal.

A. Zero Forcing (ZF)

O objetivo do receptor *Zero Forcing* (ZF) [8] é reduzir a interferência intersimbólica (ISI) a zero através da pré-multiplicação do vetor de sinal recebido $\bar{\mathbf{s}} = \mathbf{F}\mathbf{y}_q$ por uma matriz de condicionamento \mathbf{W}_{ZF}^H que é obtida a partir da função custo:

$$\epsilon = \|\bar{\mathbf{s}} - \mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\hat{\mathbf{s}}\|^2 = (\bar{\mathbf{s}} - \mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\hat{\mathbf{s}})^H(\bar{\mathbf{s}} - \mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\hat{\mathbf{s}}), \quad (9)$$

onde \mathbf{H}_c é a matriz resultante do produto $(\mathbf{A}dCP)\mathbf{H}(\mathbf{R}eCP)$ e \mathbf{H} é a matriz circulante gerada a partir do vetor da resposta ao impulso do canal \mathbf{h} .

Para determinar a matriz de coeficientes do filtro ZF (\mathbf{W}_{ZF}), calculamos a derivada de (9) em relação a $\hat{\mathbf{s}}^H$, igualamos esse resultado a zero e resolvemos para $\hat{\mathbf{s}}^H$. A solução é

$$\hat{\mathbf{s}} = [(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)^H(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)]^{-1}(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)^H\bar{\mathbf{s}} = \mathbf{W}_{ZF}^H\bar{\mathbf{s}} = \mathbf{W}_{ZF}^H\mathbf{F}\mathbf{y}_q. \quad (10)$$

A matriz de coeficientes do receptor ZF (\mathbf{W}_{ZF}) pode ser escrita por

$$\mathbf{W}_{ZF} = \mathit{Pinv}((\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)^H)\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H, \quad (11)$$

onde Pinv é o cálculo da *Moore-Penrose* pseudoinversa.

B. Mínimo Erro quadrático médio (MMSE)

A técnica MMSE minimiza a função erro quadrático médio entre o sinal desejado \mathbf{s} e o sinal estimado $\hat{\mathbf{s}}' = \mathbf{W}^H\mathbf{F}\mathbf{y}$, sem considerar o efeito da quantização, e é dado por

$$\mathbf{W}_{MMSE} = \arg \min_{\mathbf{W}} \mathbb{E}[\|\mathbf{s} - \mathbf{W}^H\bar{\mathbf{s}}'\|^2], \quad (12)$$

onde $\bar{\mathbf{s}}' = \mathbf{F}\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n}$.

A solução deste problema, também, é realizada obtendo a derivada parcial da função custo com respeito a \mathbf{W} , igualando a derivada a zero e resolvendo para \mathbf{W} , que resulta na conhecida solução de *Wiener-Hopf* [8]:

$$\mathbf{W}_{MMSE} = \mathbf{R}_{s\bar{\mathbf{s}}'}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}'\bar{\mathbf{s}}'}^{-1} = (\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)^H + \sigma_n^2/\sigma_s^2\mathbf{I})^{-1}(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H), \quad (13)$$

onde foi considerado que o ruído n e o sinal transmitido s são variáveis aleatórias complexas Gaussianas, independentes e idênticamente distribuídos (i.i.d.), de média nula e variâncias σ_n^2 e σ_s^2 , respectivamente. Além disso, os símbolos de dados são considerados estatisticamente independentes das amostras de ruído.

C. Equalizador LRA-MMSE proposto

O receptor proposto de mínimo erro quadrático médio para sistemas OFDM de baixa resolução é baseado no LRA-MMSE (*Low Resolution Aware - Minimum Mean Square Error*) [9], [10] e [11]. Onde é considerado os coeficientes da decomposição de Bussgang [5] e o ruído de quantização para o sinal na saída do quantizador, que pode ser escrito como

$$\mathbf{y}_q = \mathbf{A}_q(\mathbf{y}) + \mathbf{n}_q, \quad (14)$$

onde $\mathbf{A}_q \in \mathbb{R}^{(K+CP) \times (K+CP)}$ é a matriz diagonal formada pelos coeficientes da decomposição de Bussgang e $\mathbf{n}_q \in \mathbb{C}^{(K+CP) \times 1}$ é o vetor de ruído de quantização.

O LRA-MMSE terá a forma

$$\mathbf{W}_{LRA} = \mathbf{R}_{s\bar{\mathbf{s}}} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}}^{-1}, \quad (15)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{s\bar{\mathbf{s}}} &= \mathbb{E}[\|\mathbf{s}\bar{\mathbf{s}}^H\|] \\ &= \mathbb{E}[\|\mathbf{s}(\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{n} + \mathbf{F}\mathbf{n}_q)^H\|], \end{aligned} \quad (16)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}} &= \mathbb{E}[\|\bar{\mathbf{s}}\bar{\mathbf{s}}^H\|] \\ &= \mathbb{E}[\|(\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{n} + \mathbf{F}\mathbf{n}_q) \\ &\quad (\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{n} + \mathbf{F}\mathbf{n}_q)^H\|]. \end{aligned} \quad (17)$$

No desenvolvimento desta equação, além das considerações feitas no desenvolvimento do equalizador MMSE, foi considerado que o sinal quantizado, o ruído aditivo branco e o ruído de quantização são decorrelacionados [12]. A matriz de coeficientes do receptor LRA-MMSE (\mathbf{W}_{LRA}) é dada por

$$\mathbf{W}_{LRA} = (\mathbf{A}_q^2(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)^H + \sigma_n^2/\sigma_s^2\mathbf{I}) + \mathbf{R}_{n_q})^{-1}(\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H), \quad (18)$$

onde \mathbf{R}_{n_q} é a matriz de autocorrelação do ruído de quantização e é descrita por

$$\mathbf{R}_{n_q} = \mathbf{A}_q(\mathbf{I} - \mathbf{A}_q)\mathit{diag}(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H)^H + \mathbf{I}), \quad (19)$$

sendo diag a diagonal principal da matriz.

V. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para validar o filtro receptor proposto e comparar seu desempenho com os receptores *ZF* e *MMSE* em sistemas OQ-OFDM, foram levantadas as curvas de taxa de erro de bits (BER), consumo de energia e soma das taxas, considerando os seguintes parâmetros de simulação:

TABELA I
PARÂMETROS DAS SIMULAÇÕES

número de subportadoras [K]	16 e 64
modulação das subportadoras	QPSK e 16-QAM
tamanho do prefixo cíclico em n° de subportadoras	4
número de bits de quantização [b]	1 à 3
fator de sobreamostragem [up]	1, 2 e 4

Os testes foram realizados em um canal seletivo em frequência com perfil de atraso dado por $\mathbf{h} = [1 \ 0.7 \ 0.5 \ 0]$, e $\mathbf{A}_q = \mathbf{I} - \rho$, conforme [13], descrito na tabela II.

Se o quantizador possuir mais de 5 bits, $\rho = \pi \frac{\sqrt{3}}{2} 2^{-2 \text{ no. de bits}}$. Para mitigar o efeito da relação entre

TABELA II
 VALORES DE ρ

	1 bit	2 bits	3 bits	4 bits	5 bits
ρ	0.3634	0.1175	0.03454	0.09497	0.002499

a potência de pico e a potência média (*PAPR - Peak-to-Average Power Ratio*) nos símbolos OFDM, o sinal foi limitado (*Clipping*) em amplitude de duas vezes o valor de sua variância.

A. Análise de desempenho da BER

No primeiro teste, para verificar o desempenho do receptor proposto em um sistema Q-OFDM convencional, sem sobreamostragem, as curvas de BER para os receptores proposto e existentes foram levantadas quando o ADC atua com quantização de 1, 2 e 3 bits. Utilizou-se modulação QPSK e 16 subportadoras de dados, a Fig. 4 Mostra o desempenho da BER em função da relação sinal-ruído (E_b/N_0).

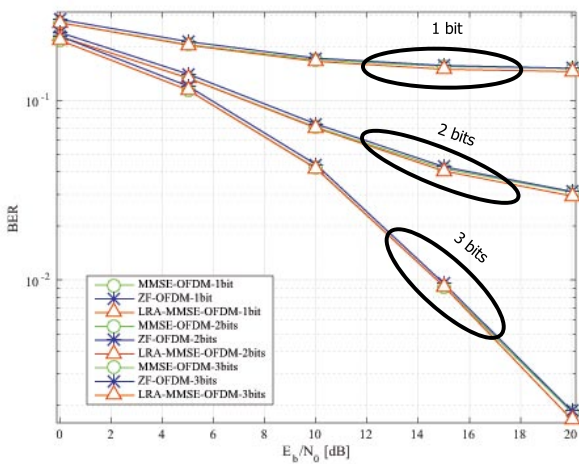


Fig. 4. Desempenho da BER com os receptores *ZF*, *MMSE* e *LRA-MMSE*, $u_p = 1$ e $b = 1, 2$ e 3 bits.

Muitos outros testes foram realizados variando o número de subportadoras nulas, tamanho da FFT e fator de sobreamostragem. Em todos os testes, o desempenho da BER do equalizador proposto foi ligeiramente melhor que os outros equalizadores. A Fig. 5 ilustra o desempenho da BER com 3 bits de quantização, fator de sobreamostragem de 1, 2 e 4, com modulação QPSK e 16 subportadoras.

B. Análise do consumo de energia

Para avaliar o impacto da sobreamostragem no consumo de energia do conversor AD, foi levantada a curva de consumo de energia por número de bits de quantização. Para tanto, foi usada a expressão descrita em [14] que lista a energia consumida por um ADC em relação ao número de bits de resolução:

$$P_{ADC} = c f_s 2^b, \quad (20)$$

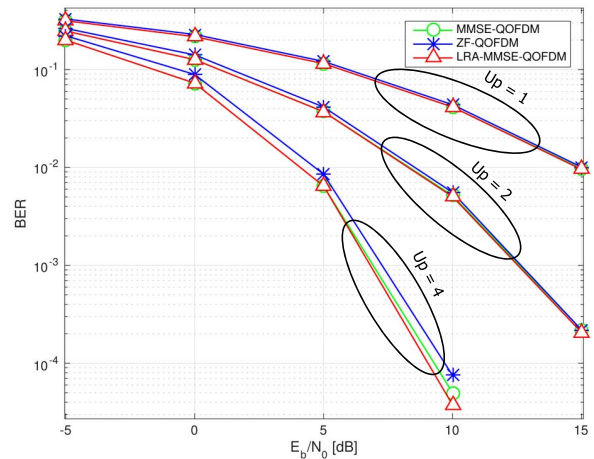


Fig. 5. Desempenho da BER com os receptores *ZF*, *MMSE* e *LRA-MMSE*, $u_p = 1, 2$ e 4 , e $b = 3$ bits.

onde b representa o número de bits de resolução, c é uma constante associada à figura de mérito, e f_s é a taxa de amostragem.

Essa simulação foi realizada com $f_s = 200$ MHz e $c = 496$ fJ/conversion-step (femto Joule / conversion-step) [15]. Como podemos ver na Fig. 6, o aumento na taxa de amostragem não impacta significativamente no consumo de energia quando o número de bits é inferior a 5 bits.

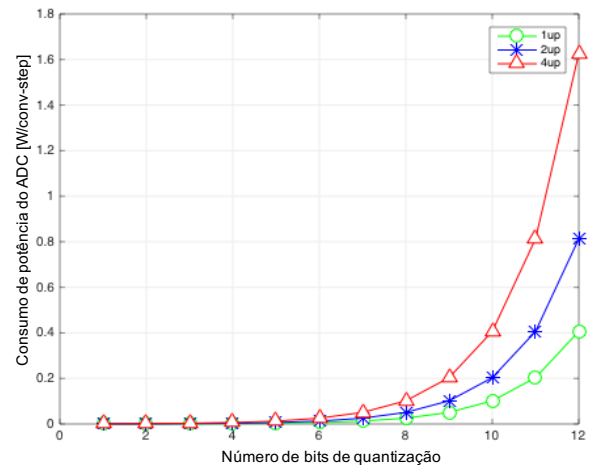


Fig. 6. Consumo de energia do ADC com $u_p = 1, 2$ e 4 .

C. Análise da soma das taxas

Para concluir o estudo, a soma das taxas dos receptores testados foi levantada [16], [17]. Para tanto, os subcanais do sistema OFDM foram considerados independentes entre si e o ruído interferente η . O ruído interferente η foi definido como a soma entre o ruído aditivo (\mathbf{n}) e o ruído de quantização (\mathbf{n}_q). As médias das somas das taxas são dadas por

$$SR = \sum_{k=1}^K (1/K) \log_2((\mathbf{R}_{\bar{s}\bar{s}} \mathbf{R}_{\eta\eta}^{-1})_{k,k}), \quad (21)$$

onde $\mathbf{R}_{\bar{s}\bar{s}}$ e $\mathbf{R}_{\eta\eta}$ são as matrizes de autocorrelação do sinal recebido e do ruído interferente, respectivamente.

A matriz de autocorrelação de sinal recebido foi obtida para cada um dos receptores avaliados, ou seja, para o ZF:

$$\mathbf{R}_{\bar{s}\bar{s}}^{ZF} = \mathbb{E}[\|\bar{s}\bar{s}^H\|] = \mathbb{E}[\|(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s})(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s})^H\|], \quad (22)$$

para o MMSE:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{s}\bar{s}}^{MMSE} &= \mathbb{E}[\|\bar{s}\bar{s}^H\|] \\ &= \mathbb{E}[\|(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n})(\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n})^H\|], \end{aligned} \quad (23)$$

e para o LRA-MMSE:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{s}\bar{s}}^{LRA-MMSE} &= \mathbb{E}[\|\bar{s}\bar{s}^H\|] \\ &= \mathbb{E}[\|(\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{n} + \mathbf{F}\mathbf{n}_q) \\ &\quad (\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{H}_c\mathbf{F}^H\mathbf{s} + \mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{n} + \mathbf{F}\mathbf{n}_q)^H\|]. \end{aligned} \quad (24)$$

A matriz de autocorrelação do ruído interferente foi obtida por

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\eta\eta} &= \mathbb{E}[\|\eta\eta^H\|] \\ &= \mathbb{E}[\|(\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{n} + \mathbf{F}\mathbf{n}_q)(\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{n} + \mathbf{F}\mathbf{n}_q)^H\|]. \end{aligned} \quad (25)$$

É importante lembrar que o ruído n e os símbolos transmitidos s são variáveis aleatórias complexas Gaussianas, independentes e idênticamente distribuídos (i.i.d.), de média nula e variâncias σ_n^2 and σ_s^2 , respectivamente. Além disso, foi considerado que o sinal quantizado, o ruído aditivo e o ruído de quantização são descorrelacionados [12].

A Fig. 7 mostra a soma das taxas para o sistema OQ-OFDM com 16 subportadoras, modulação QPSK e fator de sobreamostragem $4up$, onde podemos ver que o equalizador proposto supera o MMSE para SNRs acima de 5 dB e excede o ZF em toda faixa de SNR.

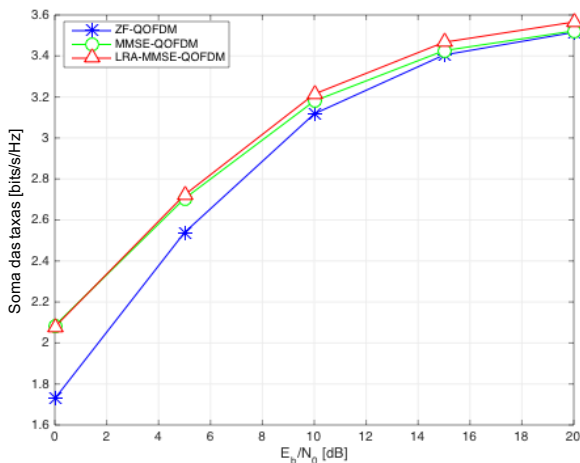


Fig. 7. Soma das taxas dos receptores ZF, MMSE e LRA – MMSE com 3 bits de quantização e $4up$ de sobreamostragem.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto e investigado o desempenho de um equalizador MMSE para sistemas OFDM sobreamostrados e quantizados (OQ-OFDM) com baixa resolução. Os equalizadores clássicos ZF e MMSE foram brevemente revistos para

serem usados na comparação. Os resultados mostraram que o receptor proposto (LRA-MMSE) apresenta bom desempenho na mitigação do ruído de quantização, resulta em ganho de BER e possui maior soma das taxas quando comparado aos demais equalizadores em todos os cenários testados. Além disso, foi possível observar que o uso de sobreamostragem melhora significativamente o desempenho da BER sem comprometer o consumo de energia.

REFERÊNCIAS

- [1] A. R. S. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communications Theory and Applications of OFDM*. Kluwer Academic/Plenum, New York, 1999.
- [2] A. B. Üçüncü, E. Björnson, H. Johansson, A. Ö. Yılmaz and E. G. Larsson, *Performance Analysis of Quantized Uplink Massive MIMO-OFDM With Oversampling Under Adjacent Channel Interference*. IEEE Transactions on Communications, vol. 68, no. 2, pp. 871-886, Feb. 2020.
- [3] F. Askerbeyli, H. Jedda and J. A. Nossek, *1-Bit Precoding in Massive MU-MISO-OFDM Downlink with Linear Programming*. WSA 2019; 23rd International ITG Workshop on Smart Antennas, Vienna, Austria, 2019, pp. 1-5.
- [4] H. Wang, W. Shih, C. Wen e S. Jin, *Reliable OFDM Receiver With Ultra-Low Resolution ADC*. IEEE Transactions on Communications, vol. 67, no. 5, pp. 3566-3579, Maio 2019.
- [5] J. J. S. Bussgang, *Cross correlation functions of amplitude-distorted Gaussian signals*. Technical Report No. 216, Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, March 1952.
- [6] A. Gersho, R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression* Springer US, New York, USA, 1st edition, 1992.
- [7] C. Studer and G. Durisi, *Quantized Massive MU-MIMO-OFDM Uplink*. IEEE Transactions on Communications, Vol. 64, no. 6, June 2016.
- [8] U. Katare, P. Patidar e A.C. Tiwari, *Comparative Analysis of ZF and MMSE Receiver for Multicode MC-CDMA Downlink Channels*. International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT) Volume 3, Issue 4, Julho 2014.
- [9] Z. Shao, R. C. de Lamare and L. T. N. Landau, *Iterative Detection and Decoding for Large-Scale Multiple-Antenna Systems With 1-Bit ADCs*. in IEEE Wireless Communications Letters, vol. 7, no. 3, pp. 476-479, Junho 2018.
- [10] G. Silva, J. Dias and R. C. de Lamare, *Receptor MMSE para sistemas Q-OFDM de baixa resolução*. XXXVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBRT2019, Petrópolis, RJ.
- [11] S. F. B. Pinto and R. C. de Lamare, *Coarse Quantization-Aware Block Diagonalization Algorithms for Multiple-Antenna Systems with Low-Resolution Signals*. WSA 2020.
- [12] Al. K. Fletcher, S. Rangan, V. K Goyal e K. Ramchandran, *Robust Predictive Quantization: Analysis and Design Via Convex Optimization*. IEEE Journal of selected topics in Signal Processing, Vol. 1, No. 4, December 2007.
- [13] W. B. Abbas, F. G. Cuba and M. Zorzi, *Millimeter Wave Receiver Efficiency: A Comprehensive Comparison of Beamforming Schemes With Low Resolution ADCs*. IEEE Transaction on Wireless Communications, vol. 16, no. 12, December 2017.
- [14] R. Walden, *Analog-to-digital converter survey and analysis*. IEEE J. Sel. Areas Communications, Vol. 17, no. 4, pp. 539-550, Apr. 1999.
- [15] H. Lee and C. G. Sodini, *Analog-to-Digital Converters: Digitizing the Analog World*. Proceedings of the IEEE, vol. 96, no. 2, pp. 323-334, Feb. 2008.
- [16] T. M. COVER, J. A. THOMAS, *Elements of information Theory*. John Wiley and Sons, Hoboken, New Jersey, USA, 2nd edition, 2006.
- [17] V. KÜHN, *Wireless Communications over MIMO Channels: Applications to CDMA and Multiple Antenna Systems*. John Wiley and Sons, Chichester, West Sussex, England, 1st edition, 2006.