

Seleção de Pontos de Acesso, Pré-Codificação MMSE e Alocação de Potência Iterativa para Sistemas de Múltiplas Antenas Livres de Células

Victoria M. T. Palhares, Rodrigo C. de Lamare, Andre R. Flores e Lukas T. N. Landau

Resumo— Neste trabalho, apresentamos técnicas iterativas de seleção de pontos de acesso (PAs) (SPA), pré-codificação linear *minimum mean-square error* (MMSE) e alocação de potência para sistemas de múltiplas antenas livres de células (*cell-free*). Consideramos o *downlink* com usuários com uma antena e PAs com múltiplas antenas. Desenvolvemos uma estratégia, onde usamos um pré-codificador MMSE junto com alocação de potência uniforme ou ótima que maximiza a mínima taxa por usuário. Resultados mostram que a técnica proposta supera os pré-codificadores existentes, *Conjugate Beamforming* (CB) e *Zero-Forcing* (ZF) e que o desempenho se mantém excelente com SPA, na presença de conhecimento perfeito e imperfeito de canal.

Palavras-Chave— sistemas de múltiplas antenas livres de células, pré-codificação MMSE, alocação de potência, seleção de PA, sistemas de antenas distribuídas.

Abstract— In this work, we propose iterative access point (AP) selection (APS), linear minimum mean-square error (MMSE) precoding and power allocation for Cell-Free multiple-input multiple-output (MIMO) systems. We consider the downlink channel with single-antenna users and multiple-antenna APs. A sophisticated downlink strategy is developed which implies MMSE precoding in combination with uniform power allocation or optimized power allocation that maximizes the minimum rate per user. Simulations show that the proposed approach outperforms existing conjugate beamforming (CB) and zero-forcing (ZF) schemes and that performance remains excellent with APS, in the presence of perfect and imperfect channel state information (CSI).

Keywords— Cell-Free Massive MIMO, MMSE precoding, power allocation, AP selection, distributed antenna systems.

I. INTRODUÇÃO

Em sistemas de comunicação de 5ª geração (5G), sistemas de *multiple-input multiple-output* (MIMO) massivo são utilizados para melhorar a confiabilidade, eficiência e performance de redes sem fio. Nestes cenários, múltiplas antenas servem simultaneamente múltiplos usuários no mesmo recurso de tempo-frequência. Dentre as suas vantagens, eles podem aumentar a capacidade e ter infraestrutura de baixo custo. Além disso, podem explorar latência reduzida e maior robustez para lidar com interferência. No 5G, sistemas de antenas distribuídas (DAS) estão sendo considerados para prover maior cobertura, gerenciamento flexível de recursos, alta eficiência energética e maiores capacidades pela exploração de distâncias menores entre estação radiobase e usuários e diversidade de espaço [1].

Como uma evolução de sistemas MIMO massivo e DAS, em sistemas livres de células (*cell-free*), múltiplos pontos de acesso (PA) distribuídos aleatoriamente estão conectados por uma unidade central de processamento (CPU) e servem

simultaneamente todos os usuários. Na CPU são realizadas técnicas de pré-codificação e alocação de recursos. Dentre os benefícios destes sistemas temos o seu simples processamento de sinais e exploração de fenômenos como *favorable propagation* e *channel hardening*. Em [2], foi usado um pré-codificador *Conjugate Beamforming* (CB) e um filtro casado (*Matched Filter*) no *downlink* e *uplink*, respectivamente, de uma rede livre de células. Em [3], foi desenvolvido um pré-codificador *Zero-Forcing* (ZF) com alocação de potência e em [4], foi desenvolvido um combinador *Minimum Mean-Square Error* (MMSE) para o *uplink* de um sistema livre de células. Em [5], duas técnicas de seleção de PAs (SPA) foram propostas e em [6], analisaram fenômenos como *channel hardening* e *favorable propagation* em sistemas livres de células com PAs com múltiplas antenas.

Neste trabalho, propomos técnicas iterativas de SPA, pré-codificação linear MMSE e alocação de potência. Precisamente, apresentamos um esquema de SPA, pré-codificação e alocação de potência, onde o pré-codificador é calculado baseado em parâmetros iniciais, usado na alocação de recursos e recalculado baseado em coeficientes de potência. Derivamos expressões que calculam a soma das taxas para as soluções propostas. Em particular, técnicas de alocação ótima e uniforme foram desenvolvidas conjuntamente com SPA ótima e subótima e comparadas com técnicas já existentes de pré-codificação CB e ZF e alocação de potência [2], [3], na forma de soma das taxas e taxa de erro de bit (BER) usando conhecimento perfeito e imperfeito do canal.

II. MODELO DO SISTEMA

Consideramos o *downlink* de um sistema de múltiplas antenas livre de células com L PAs equipadas com N antenas cada, distribuídas aleatoriamente, e K usuários com uma antena cada. O número total de antenas é $LN = M$ e $M \gg K$. Neste sistema, todos os PAs estão conectados por uma CPU e atendem simultaneamente todos os usuários, como mostrado na Fig. 1. Cada PA obtém conhecimento do canal e o envia para a CPU, que executa SPA, pré-codificação e alocação de potência, enviando os parâmetros de volta para os PAs.

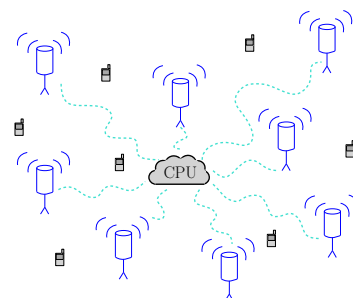


Fig. 1. Sistema de Múltiplas Antenas Livre de Células.

Os coeficientes de canal entre a m -ésima antena e o k -ésimo usuário são definidos por [2]

$$g_{m,k} = \sqrt{\beta_{m,k}} h_{m,k}, \quad (1)$$

onde $\beta_{m,k}$ é o coeficiente de desvanecimento de larga escala (LE) (perda de percurso e sombreamento) e $h_{m,k} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ é o coeficiente de desvanecimento de pequena escala, definido como variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d) que se mantêm constantes durante um intervalo de coerência e são independentes em diferentes intervalos de coerência. No entanto, os coeficientes de LE mudam com menos frequência, sendo constantes por múltiplos intervalos de coerência. Neste caso assumimos que eles são alterados 40 vezes mais devagar que $h_{m,k}$ [2] e que a contaminação de pilotos é negligenciável [3]. Como cada PA tem N antenas, temos que para o l -ésimo PA, $\beta_{(l-1) \cdot N+1,k} = \beta_{(l-1) \cdot N+2,k} = \dots = \beta_{l \cdot N,k}$, para $l = 1, \dots, L$, assumindo que os enlaces entre as antenas de um PA e os usuários têm a mesma distância e são afetados pelas mesmas perdas de percurso e sombreamento [6].

Sabemos que cada usuário é servido por todos os PAs. No intuito de reduzir a interferência entre sinais destinados à diferentes usuários, coeficientes de canal são incorporados na formação de sinais transmitidos. Na estimação de canal, o protocolo *Time Division Duplex* (TDD) é utilizado. Considerando estimação MMSE para a obtenção de conhecimento do canal, nós definimos [3]

$$\hat{g}_{m,k} \sim \mathcal{CN}(0, \alpha_{m,k}), \quad \tilde{g}_{m,k} \sim \mathcal{CN}(0, \beta_{m,k} - \alpha_{m,k}), \quad (2)$$

onde $\hat{g}_{m,k}$ é a estimação de canal entre a m -ésima antena e o k -ésimo usuário e $\tilde{g}_{m,k}$ é o erro de estimação de canal entre a m -ésima antena e o k -ésimo usuário. Para avaliarmos diferentes níveis de imperfeição de canal, consideramos $\alpha_{m,k}$ como uma porcentagem ajustável de $\beta_{m,k}$ ($0 \leq n \leq 1$). Como resultado, temos

$$\begin{aligned} \alpha_{m,k} &= n\beta_{m,k} \\ \tilde{g}_{m,k} &= g_{m,k} - \hat{g}_{m,k}, \text{ e} \\ \mathbb{E} \left[|\tilde{g}_{m,k}|^2 \right] &= (1 - n) \beta_{m,k}. \end{aligned} \quad (3)$$

III. SPA, PRÉ-CODIFICAÇÃO MMSE E ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA ITERATIVA

Nesta seção, apresentamos técnicas iterativas de SPA, pré-codificação linear MMSE e alocação de potência.

A. Técnicas de SPA

Apresentamos duas técnicas de SPA para redução de consumo de energia e conseqüentemente, melhor eficiência energética no cenário livre de células. Primeiramente, explicamos como realizar SPA nos esquemas de pré-codificação existentes e propostos, considerando sempre os problemas de alocação de recursos abordados neste trabalho. Um algoritmo de busca exaustiva (BE) para SPA (BE-SPA) é proposto. Em seguida, uma técnica subótima de SPA é apresentada, baseada em coeficientes de LE (LE-SPA) e com baixo custo computacional [5].

1) *Pré-codificação com SPA*: Para realizarmos SPA com pré-codificação, diferentes abordagens precisam ser utilizadas nos problemas de otimização. Primeiramente, uma matriz auxiliar $\mathbf{Q} \in \mathbb{N}^{M \times K}$, onde $[\mathbf{Q}]_{m,k} = q_{m,k} \in \{0, 1\}$ é considerada para definir quais enlaces entre PAs e usuários vão

ser contabilizados (como 1) e quais serão descartados (como 0). Como estamos selecionando PAs e não antenas, todas referentes à um l -ésimo PA serão contabilizadas ou descartadas. Assim, o mesmo procedimento feito para os coeficientes de LE ($\beta_{m,k}$) é feito para $q_{m,k}$, onde $q_{(l-1) \cdot N+1,k} = q_{(l-1) \cdot N+2,k} = \dots = q_{l \cdot N,k}$, para $l = 1, \dots, L$.

Antes de calcularmos o pré-codificador MMSE, cada coeficiente $q_{m,k}$ será multiplicado por $\alpha_{m,k}$, $\beta_{m,k}$, $\hat{g}_{m,k}$ e $\tilde{g}_{m,k}$ para que $\alpha'_{m,k} = q_{m,k} \cdot \alpha_{m,k}$, $\beta'_{m,k} = q_{m,k} \cdot \beta_{m,k}$, $\hat{g}'_{m,k} = q_{m,k} \cdot \hat{g}_{m,k}$ e $\tilde{g}'_{m,k} = q_{m,k} \cdot \tilde{g}_{m,k}$. Assim, algoritmos de pré-codificação e alocação de potência são realizados com estes parâmetros. De forma semelhante, nós aplicamos a mesma estratégia para o pré-codificador ZF de [3]. No entanto, para realizar SPA levando em conta o pré-codificador CB de [3], o problema de alocação de potência max-min se torna um problema de otimização contínuo/discreto [7].

2) *Seleção com Busca Exaustiva (BE-SPA)*: Nesta solução, todos os possíveis conjuntos, considerando um total de L PAs, S PAs selecionados e K usuários, serão testados para que a combinação que maximiza a mínima *Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio* (SINR) seja escolhida. Todos os possíveis vetores serão uma coluna da matriz \mathbf{V} , formada por S 1s e $(L - S)$ 0s. Escolhendo um conjunto de K colunas da matriz \mathbf{V} , testando todas as combinações entre elas, $\binom{L}{S}^K$, e replicando cada linha N vezes para representar a seleção de todas as N antenas de um certo PA, nós formamos todas as possibilidades para \mathbf{Q} .

O problema de otimização que realiza SPA usando BE é dado por

$$\max_{\mathbf{Q}} \min_k \text{SINR}_k \quad (4a)$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^M q_{j,k} = SN, \quad k = 1, \dots, K, \quad (4b)$$

onde $\text{SINR}_k = \mathbb{E} [|A_1|^2] / (\sigma_w^2 + \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbb{E} [|A_{2,i}|^2] + \mathbb{E} [|A_3|^2])$ é a SINR do usuário k , A_1 é o sinal desejado, σ_w^2 é a variância do ruído, $A_{2,i}$ é a interferência causada pelo usuário i para $i \neq k, i = 1, \dots, K$, A_3 é o erro de estimação de canal e $q_{j,k}$ é o j -ésimo elemento da k -ésima coluna de \mathbf{Q} .

3) *Seleção Baseada em Coeficiente de Desvanecimento de Larga Escala com Número Fixo de PAs (LE-SPA)*: Como uma alternativa para o BE-SPA, nós derivamos uma seleção baseada em coeficientes de LE, onde o usuário k será somente associado aos $S \leq L$ PAs que correspondem aos SN maiores coeficientes de LE para o usuário k , inspirado no algoritmo de [5]. Diferentemente da técnica desenvolvida em [5], que escolhe o número de PAs selecionados baseado nas suas contribuições para a soma dos coeficientes de LE, LE-SPA seleciona um número fixo S e então realiza SPA, como apresentado no Algoritmo 1. Esta característica permite uma comparação justa com BE-SPA.

B. Desenvolvimento do Pré-codificador

Agora apresentaremos a pré-codificação linear MMSE. Diferente de soluções anteriores [3], [8], na técnica de pré-codificação proposta, incorporamos alocação de potência em seu desenvolvimento e consideramos a estimação de canal após SPA, $\hat{\mathbf{G}}'$, ao invés da verdadeira matriz de canal \mathbf{G} , já que os PAs tem conhecimento imperfeito do canal. Além disso, consideramos uma técnica iterativa de pré-codificação

Algoritmo 1 LE-SPA

- 1: Estimar $\beta_k = [\beta_{1,k}, \dots, \beta_{M,k}]^T$ para o usuário k e ordenar os elementos em ordem decrescente.
- 2: Escolher os SN maiores elementos de β_k .
- 3: Em um vetor auxiliar \mathbf{q}_k , designar 1s para os SN maiores elementos de β_k e 0s para os restantes.
- 4: Definir \mathbf{q}_k , $k = 1, \dots, K$ como as colunas da matriz \mathbf{Q} .
- 5: Definir $\alpha_{m,k} = q_{m,k} \cdot \alpha_{m,k}$, $\beta'_{m,k} = q_{m,k} \cdot \beta_{m,k}$, $\hat{g}'_{m,k} = q_{m,k} \cdot \hat{g}_{m,k}$ e $\tilde{g}'_{m,k} = q_{m,k} \cdot \tilde{g}_{m,k}$.
- 6: Realizar pré-codificação e alocação de potência com estes novos parâmetros.

MMSE com alocação de potência, com o intuito de maximizar a mínima SINR. Se o pré-codificador MMSE convencional [8], fosse aplicado para este sistema, a performance seria degradada pela falta de alocação de potência apropriada. No desenvolvimento deste pré-codificador, também consideramos um fator de normalização f^{-1} nos receptores, que pode ser interpretado como um controle automático de ganho [8].

No *downlink* de um sistema livre de células com pré-codificação e alocação de potência, o sinal recebido pelo usuário k é

$$y_k = \sqrt{\rho_f} \mathbf{g}_k^T \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{s} + w_k, \quad (5)$$

onde ρ_f é a potência máxima transmitida de cada antena, $\mathbf{g}_k = [g_{1,k}, \dots, g_{M,k}]^T$ é o coeficiente de canal para o usuário k , $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ é a matriz de pré-codificação, $\mathbf{N} \in \mathbb{R}_+^{K \times K}$ é a matriz diagonal de alocação de potência com $\sqrt{\eta_1}, \dots, \sqrt{\eta_K}$ na sua diagonal, η_k é coeficiente de potência do usuário k , $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_K]^T$ é o vetor de símbolos de média zero com $\sigma_s^2 = \mathbb{E}[|s_k|^2]$, s_k é o símbolo destinado ao usuário k (descorrelatados entre usuários), $w_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2)$ é o ruído aditivo para o usuário k e σ_w^2 é a variância do ruído. Para todos os usuários combinados, temos

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho_f} \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{s} + \mathbf{w}, \quad (6)$$

onde $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ é a matriz de canal com elementos $[\mathbf{G}]_{m,k} = g_{m,k}$ e $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_K]^T$ é o vetor de ruído. Para obter o pré-codificador proposto, o seguinte problema de otimização é resolvido [8]:

$$\{\mathbf{P}_{\text{MMSE}}, \mathbf{N}, f_{\text{MMSE}}\} = \underset{\{\mathbf{P}, \mathbf{N}, f\}}{\text{argmin}} \left[\|\mathbf{s} - f^{-1} \mathbf{y}\|_2^2 \right] \quad (7a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbb{E}[\|\mathbf{x}\|_2^2] = E_{tr}, \quad (7b)$$

onde o sinal transmitido é dado por

$$\mathbf{x} = \sqrt{\rho_f} \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{s}. \quad (8)$$

A potência média transmitida é descrita por

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{x}\|_2^2] = \rho_f \text{tr}(\mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H \mathbf{P}^H) = E_{tr}, \quad (9)$$

onde $\mathbf{C}_s = \mathbb{E}[\mathbf{s} \mathbf{s}^H]$ é a matriz de covariância dos símbolos.

Construindo uma função Lagrangiana com o multiplicador de Lagrange λ , igualando as derivadas à zero e considerando uma matriz de alocação de potência \mathbf{N} , podemos derivar o pré-codificador \mathbf{P} e o fator de normalização f como mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{P}, \mathbf{N}, f, \lambda) = & \mathbb{E}[\|\mathbf{s} - f^{-1} \mathbf{y}\|_2^2] + \lambda \left(\rho_f \text{tr}(\mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H \mathbf{P}^H) \right. \\ & \left. - E_{tr} \right) = \text{tr}(\mathbf{C}_s) - f^{-1} \sqrt{\rho_f} \text{tr}(\hat{\mathbf{G}}'^T \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s) - f^{-1} \sqrt{\rho_f} \text{tr}(\hat{\mathbf{G}}'^* \\ & \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H \mathbf{P}^H) + f^{-2} \rho_f \text{tr}(\hat{\mathbf{G}}'^* \hat{\mathbf{G}}'^T \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H \mathbf{P}^H) + f^{-2} \text{tr}(\mathbf{C}_w) \\ & + \lambda \left(\rho_f \text{tr}(\mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H \mathbf{P}^H) - E_{tr} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

onde $\mathbf{C}_w = \mathbb{E}[\mathbf{w} \mathbf{w}^H]$ é a matriz de covariância do ruído. Usando o cálculo de Wirtinger e o resultado da derivada parcial $\partial \text{tr}(\mathbf{B} \mathbf{X}^H) / \partial \mathbf{X}^* = \mathbf{B}$, temos

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{P}, \mathbf{N}, f, \lambda)}{\partial \mathbf{P}^*} = f^{-2} \rho_f \hat{\mathbf{G}}'^* \hat{\mathbf{G}}'^T \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H + \lambda \rho_f (\mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H) - f^{-1} \sqrt{\rho_f} \hat{\mathbf{G}}'^* \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H = 0 \quad (11)$$

e

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{P}, \mathbf{N}, f, \lambda)}{\partial f} = 2f^{-3} \text{tr} \left(- \left(\rho_f \hat{\mathbf{G}}'^T \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \mathbf{N}^H \mathbf{P}^H \hat{\mathbf{G}}'^* + \mathbf{C}_w \right) + f \sqrt{\rho_f} \text{Re} \left(\hat{\mathbf{G}}'^T \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{C}_s \right) \right) = 0. \quad (12)$$

Resolvendo para (11), obtemos

$$\mathbf{P} = \frac{f}{\sqrt{\rho_f}} \underbrace{\left(\hat{\mathbf{G}}'^* \hat{\mathbf{G}}'^T + \lambda f^2 \mathbf{I}_M \right)^{-1} \hat{\mathbf{G}}'^* \mathbf{N}^{-1}}_{\tilde{\mathbf{P}}} = \frac{f}{\sqrt{\rho_f}} \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{N}^{-1}. \quad (13)$$

Usando a expressão em (12), chegamos à

$$\text{tr} \left(f^2 \hat{\mathbf{G}}'^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{P}}^H \hat{\mathbf{G}}'^* + \mathbf{C}_w - f^2 \text{Re} \left(\hat{\mathbf{G}}'^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{C}_s \right) \right) = 0. \quad (14)$$

Considerando $\epsilon = \lambda f^2$ e usando a relação presente em [8], descrita por

$$\text{tr} \left(\text{Re} \left(\hat{\mathbf{G}}'^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{C}_s \right) \right) = \text{tr} \left(\left(\hat{\mathbf{G}}'^* \hat{\mathbf{G}}'^T + \epsilon \mathbf{I}_M \right) \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{P}}^H \right), \quad (15)$$

obtemos

$$\text{tr}(\mathbf{C}_w) - \epsilon f^2 \text{tr}(\tilde{\mathbf{P}} \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{P}}^H) = 0 \quad (16)$$

$$\text{tr}(\mathbf{C}_w) - \epsilon E_{tr} = 0 \quad (17)$$

$$\epsilon = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_w)}{E_{tr}} = \lambda f^2, \quad (18)$$

onde

$$f_{\text{MMSE}} = \sqrt{E_{tr} / \text{tr}(\tilde{\mathbf{P}} \mathbf{C}_s \tilde{\mathbf{P}}^H)}. \quad (19)$$

Assim, o pré-codificador MMSE proposto que considera alocação de potência para sistemas livres de células é dado por

$$\mathbf{P}_{\text{MMSE}} = \frac{f_{\text{MMSE}}}{\sqrt{\rho_f}} \left(\hat{\mathbf{G}}'^* \hat{\mathbf{G}}'^T + \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_w)}{E_{tr}} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \hat{\mathbf{G}}'^* \mathbf{N}^{-1}, \quad (20)$$

onde $[\hat{\mathbf{G}}']_{m,k} = \hat{g}'_{m,k}$ é a matriz de estimação de canal após SPA e consideramos $\text{tr}(\mathbf{C}_w) = K \sigma_w^2$. Nós inicializamos o pré-codificador considerando a matriz de alocação de potência $\mathbf{N} = \mathbf{I}_K$. Após o pré-codificador MMSE ser obtido, nós realizamos a alocação de potência. Com a nova matriz de alocação de potência \mathbf{N} , nós a substituímos em \mathbf{P}_{MMSE} . O último passo da iteração é recalculamos a matriz \mathbf{N} usando \mathbf{P}_{MMSE} para alocação de potência. Essa matriz final \mathbf{N} , chamada de \mathbf{N}_{MMSE} , garante que a restrição de potência seja satisfeita. Note que \mathbf{N} presente na expressão de \mathbf{P}_{MMSE} é diferente de \mathbf{N}_{MMSE} . Assim, \mathbf{N} e \mathbf{N}_{MMSE} não se cancelarão.

C. Alocação de Potência

Apresentamos Alocação de Potência Ótima (APO) e Alocação de Potência Uniforme (APU) no intuito de obter \mathbf{N} , uma matriz diagonal com $\sqrt{\eta_1}, \dots, \sqrt{\eta_K}$ na sua diagonal principal. Esta matriz é usada para recalculamos o pré-codificador \mathbf{P}_{MMSE} e para achar \mathbf{N}_{MMSE} .

1) *Alocação de Potência Ótima (APO)*: O problema de alocação de potência max-min com restrição por antena é dado por

$$\max_{\boldsymbol{\eta}} \min_k \text{SINR}_k(\boldsymbol{\eta}) \quad (21a)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^K \eta_i \delta_{m,i} \leq 1, m = 1, \dots, M, \quad (21b)$$

onde $\boldsymbol{\delta}_m = \text{diag}\{\mathbb{E}[\mathbf{p}_m^T \mathbf{p}_m^*]\}$, $\delta_{m,i}$ é o i -ésimo elemento do vetor $\boldsymbol{\delta}_m$ e $\mathbf{p}_m = [p_{m,1}, \dots, p_{m,K}]$ é a m -ésima linha do pré-codificador \mathbf{P}_{MMSE} .

Na forma de epígrafe, o problema de otimização pode usar o método da bisseção a cada passo e é descrito por

$$\text{find } \boldsymbol{\eta} \quad (22a)$$

$$\text{s.t.} \text{SINR}_k(\boldsymbol{\eta}) \geq t, k = 1, \dots, K, \quad (22b)$$

$$\sum_{i=1}^K \eta_i \delta_{m,i} \leq 1, m = 1, \dots, M, \quad (22c)$$

onde $t = \frac{t_i + t_f}{2}$ é o ponto médio de um dado intervalo (t_i, t_f) que contém o valor ótimo t^* , como em [9].

2) *Alocação de Potência Uniforme (APU)*: Além disso, propomos uma solução uniforme também baseada em [3], no intuito de compará-la com o esquema APO. Vamos supor o caso em que queremos obter η_k iguais e que uma certa antena m transmite com potência total. Assim, com η_k no seu valor mínimo, nós temos

$$\eta_k = 1 / \left(\max_m \sum_{i=1}^K \delta_{m,i} \right), k = 1, \dots, K. \quad (23)$$

Ainda que (23) seja uma solução subótima, é uma alternativa menos complexa e custosa que demonstra os benefícios do pré-codificador MMSE.

IV. ANÁLISE

Nesta seção, apresentamos a análise de soma das taxas das técnicas propostas, junto com a complexidade computacional dos algoritmos propostos e já existentes.

A. Soma das Taxas

Primeiro, vamos expandir as expressões (5) e (20) para obtermos o sinal recebido do usuário k :

$$\begin{aligned} y_k &= \sqrt{\rho_f} \mathbf{g}_k^T \mathbf{P}_{\text{MMSE}} \mathbf{N}_{\text{MMSE}} \mathbf{s} + w_k \\ &= \sqrt{\rho_f} \left(\hat{\mathbf{g}}_k' + \tilde{\mathbf{g}}_k' \right)^T \mathbf{P}_{\text{MMSE}} \mathbf{N}_{\text{MMSE}} \mathbf{s} + w_k \\ &= \underbrace{\sqrt{\rho_f} \hat{\mathbf{g}}_k'^T \mathbf{P}_{\text{MMSE}} \mathbf{N}_{\text{MMSE}} \mathbf{s}}_{\text{sinal desejado + interferência}} + \underbrace{\sqrt{\rho_f} \tilde{\mathbf{g}}_k'^T \mathbf{P}_{\text{MMSE}} \mathbf{N}_{\text{MMSE}} \mathbf{s}}_{\text{Erro de estimação de canal}} + w_k, \end{aligned} \quad (24)$$

onde $\hat{\mathbf{g}}_k' = [\hat{g}'_{1,k}, \dots, \hat{g}'_{M,k}]^T$ é o vetor de estimação de canal para o usuário k e $\tilde{\mathbf{g}}_k' = [\tilde{g}'_{1,k}, \dots, \tilde{g}'_{M,k}]^T$ é o vetor de erro de estimação de canal para o usuário k , ambos após SPA. Considerando sinalização Gaussiana, uma expressão para a taxa do usuário k com o pré-codificador MMSE proposto é dada por

$$R_{k,\text{MMSE}} = \log_2(1 + \text{SINR}_{k,\text{MMSE}}). \quad (25)$$

A expressão da $\text{SINR}_{k,\text{MMSE}}$ é totalmente descrita por

$$\text{SINR}_{k,\text{MMSE}} = \frac{\rho_f \eta_k \psi_k}{\sigma_w^2 + \rho_f \sum_{i=1, i \neq k}^K \eta_i \phi_{k,i} + \rho_f \sum_{i=1}^K \eta_i \gamma_{k,i}}, \quad (26)$$

onde $\psi_k = \mathbb{E}[\mathbf{p}_k^H \hat{\mathbf{g}}_k' \hat{\mathbf{g}}_k'^T \mathbf{p}_k]$, $\phi_{k,i} = \mathbb{E}[\mathbf{p}_i^H \hat{\mathbf{g}}_k' \hat{\mathbf{g}}_k'^T \mathbf{p}_i]$, $i \neq k$, $i = 1, \dots, K$, $\mathbf{p}_k = [p_{1,k}, \dots, p_{M,k}]^T$ é a coluna k da matriz \mathbf{P}_{MMSE} , $\boldsymbol{\gamma}_k = \text{diag}\{\mathbb{E}[\mathbf{P}_{\text{MMSE}}^H \mathbb{E}[\hat{\mathbf{g}}_k' \hat{\mathbf{g}}_k'^T] \mathbf{P}_{\text{MMSE}}]\}$, $\gamma_{k,i}$ é o i -ésimo elemento do vetor $\boldsymbol{\gamma}_k$, e $\mathbb{E}[\hat{\mathbf{g}}_k' \hat{\mathbf{g}}_k'^T]$ é a matriz diagonal com $((1-n)\beta'_{m,k})$ no seu m -ésimo elemento da diagonal. Note que em $\text{SINR}_{k,\text{MMSE}}(\boldsymbol{\eta})$, o numerador e denominador são

funções lineares de $\boldsymbol{\eta}$. Consequentemente, $\text{SINR}_{k,\text{MMSE}}(\boldsymbol{\eta})$ é uma função quasilinear, nos possibilitando de usar o método da bisseção [9].

B. Complexidade Computacional

Aqui, avaliamos a complexidade computacional das técnicas propostas e existentes.

TABELA I
COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

Técnicas de SPA	LE-SPA Proposto	$\mathcal{O}(M^2)$
	BE-SPA Proposto	$\mathcal{O}(L)$
Pré-codificação	MMSE Proposto	$\mathcal{O}(M^3)$
	ZF	$\mathcal{O}(M^3)$
	CB [2], [3]	$\mathcal{O}(MK)$
SINR + Alocação de Potência	MMSE Proposto & ZF	$\mathcal{O}(M^2 K^2)$
	CB [2], [3]	$\mathcal{O}(MK^2)$
	MMSE + LE-SPA & ZF + LE-SPA	$\mathcal{O}((SN)^2 K^2)$
	CB + LE-SPA	$\mathcal{O}(SNK^2)$

Na Tabela I, notamos que a complexidade total do LE-SPA iterativo proposto com pré-codificação MMSE e APO é comparável à complexidade do pré-codificador ZF de [3] e é mais alta do que a complexidade do pré-codificador CB de [2], [3]. Assim, quando avaliamos o impacto da SPA na pré-codificação e cálculo da SINR, vemos que há uma redução na complexidade computacional de $\mathcal{O}(M^3)$ para $\mathcal{O}((SN)^3)$ e de $\mathcal{O}(M^2 K^2)$ para $\mathcal{O}((SN)^2 K^2)$. Dependendo do número de iterações do método da bisseção (22), T_{APO} , a complexidade do algoritmo APO pode prevalecer, ou dos pré-codificadores MMSE e ZF, se $M^3 > T_{\text{APO}} K^{3.5}$. Para os pré-codificadores com BE-SPA, nós observamos que a complexidade é $\mathcal{O}(L)$, sendo muito alta quando comparado com LE-SPA. Por esta razão, quando aplicamos BE-SPA, consideramos um sistema pequeno com $L = 5$ PAs com uma antena cada.

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, avaliamos as técnicas propostas e existentes. Primeiramente, o pré-codificador MMSE proposto é calculado com $\mathbf{N} = \mathbf{I}_K$ e então a alocação de potência é realizada. Quando obtidos os coeficientes de potência, o pré-codificador é recalculado e a alocação de potência final é realizada, completando duas iterações no total. Consideramos L PAs com N antenas cada, um total de $M = LN$ antenas e K usuários com uma antena cada uniformemente distribuídos em uma área de 1 km^2 . Os coeficientes de LE de (1) são modelados por

$$\beta_{m,k} = \text{PL}_{m,k} \cdot 10^{\frac{\sigma_{sh} z_{m,k}}{10}}, \quad (27)$$

onde $\text{PL}_{m,k}$ é a perda de percurso e $10^{\frac{\sigma_{sh} z_{m,k}}{10}}$ se refere ao sombreamento, com desvio padrão de $\sigma_{sh} = 8 \text{ dB}$ e $z_{m,k} \sim \mathcal{N}(0, 1)$. A perda de percurso é baseada no modelo *three-slope*, [11], em dB, definido como

$$\text{PL}_{m,k} = \begin{cases} -L - 35 \log_{10}(d_{m,k}), & \text{if } d_{m,k} > d_1 \\ -L - 15 \log_{10}(d_1) - 20 \log_{10}(d_{m,k}), & \text{if } d_0 < d_{m,k} \leq d_1 \\ -L - 15 \log_{10}(d_1) - 20 \log_{10}(d_0), & \text{if } d_{m,k} \leq d_0 \end{cases} \quad (28)$$

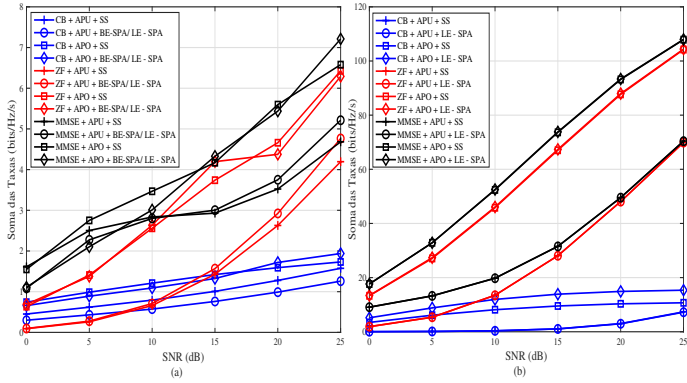


Fig. 2. Soma das Taxas vs. SNR com (a) $L = 5, N = 1, S = 3, K = 2$ e (b) $L = 128, N = 1, S = 64, K = 16$, ambos com $n = 0.99$, 120 realizações de canal e $E_{tr} = M\rho_f$.

onde

$$L \triangleq 46.3 + 33.9 \log_{10}(f_{\text{freq}}) - 13.82 \log_{10}(h_{\text{PA}}) - (1.1 \log_{10}(f_{\text{freq}}) - 0.7) h_u + (1.56 \log_{10}(f_{\text{freq}}) - 0.8), \quad (29)$$

$d_{m,k}$ é a distância entre a m -ésima antena e o k -ésimo usuário, $d_1 = 50$ m, $d_0 = 10$ m, $f_{\text{freq}} = 1900$ MHz é a frequência da portadora em MHz, $h_{\text{PA}} = 15$ m é a altura do PA em metros e $h_u = 1.65$ m é a altura do usuário em metros, como em [2]. Quando $d_{m,k} \leq d_1$ não há sombreamento.

Para sistemas de múltiplas antenas livres de células, definimos ρ_f baseado na *signal-to-noise ratio* (SNR) dada por [12]

$$\rho_f = \frac{\text{SNR} \cdot \text{tr}(\mathbf{C}_w)}{\mathbb{E}[\|\hat{\mathbf{G}}\|_F^2]} = \frac{\text{SNR} \cdot K \sigma_w^2}{\text{tr}(\hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{G}}^H)}, \quad (30)$$

onde $\sigma_w^2 = T_0 \times k_B \times B \times NF(W)$, $T_0 = 290$ (Kelvin) é a temperatura de ruído, $k_B = 1.381 \times 10^{-23}$ (Joule por Kelvin) é a constante de Boltzmann, $B = 20$ MHz é a largura de banda e $NF = 9$ dB é a figura de ruído.

No primeiro exemplo, comparamos o pré-codificador MMSE proposto com os pré-codificadores CB e ZF de [2] e [3] em termos de soma das taxas vs. SNR, onde APO e APU são considerados. No primeiro caso, tanto BE-SPA quanto LE-SPA são comparados com um esquema sem seleção (SS). Dado que a complexidade computacional de BE-SPA é muito alta, um sistema muito pequeno é considerado na Fig. 2a com $L = 5$ PAs com uma antena cada, $S = 3$ PAs selecionados e somente $K = 2$ usuários. No segundo caso, exploramos LE-SPA num sistema maior com $L = 128$ PAs com uma antena cada, $S = 64$ PAs selecionados e $K = 16$ usuários (Fig. 2b). Os resultados na Fig. 2 mostram que o desempenho consegue ser mantido com BE-SPA e LE-SPA para sistemas pequenos e LE-SPA para sistemas maiores. Ambas as técnicas de seleção são comparáveis e mostradas em conjunto por questões gráficas. Além disso, os pré-codificadores MMSE iterativos com APO e APU têm melhor desempenho quando comparados com outros com as mesmas alocações de potência. Para todos os pré-codificadores, APO tem desempenho melhor que APU. Então comparamos o esquema de pré-codificação MMSE iterativo com os esquemas de CB e ZF do exemplo anterior em termos de BER vs. SNR. Assumimos perfeito conhecimento do canal ($n = 1$) e modulação QPSK. Consideramos LE-SPA com um arranjo de antenas com $N = 4$ elementos cada, $L = 24$ PAs (total de $M = 96$ antenas), $S = 12$ PAs selecionados (total de 48 antenas selecionadas) e $K = 8$ usuários. Neste caso,

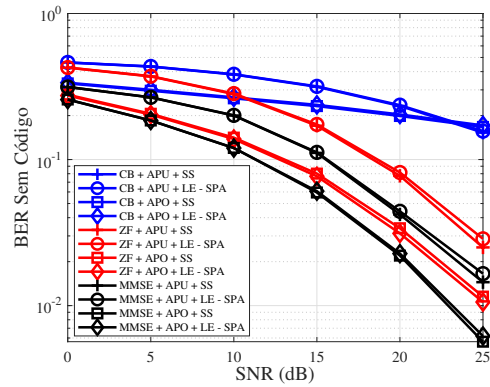


Fig. 3. BER vs. SNR com $L = 24, N = 4, S = 12, K = 8$, 120 realizações de canal, 100 símbolos por pacote e $E_{tr} = M\rho_f$.

para todos os esquemas, a performance do LE-SPA com 12 PAs selecionados é comparável com a do SS com 24 PAs ativos. Adicionalmente, o esquema de MMSE iterativo tem performance superior aos esquemas com ZF e CB, para APO e APU. Assim como em soma das taxas, em termos de BER, APO também tem performance superior à APU.

VI. CONCLUSÕES

Apresentamos SPA, pré-codificação MMSE e alocação de potência iterativa para o *downlink* de um sistema de múltiplas antenas livre de células com PAs com múltiplas antenas, na presença de conhecimento perfeito e imperfeito de canal. Derivamos expressões de soma das taxas para o esquema proposto conjuntamente com um estudo do seu custo computacional. Resultados numéricos mostram que as técnicas propostas têm melhor desempenho do que as soluções existentes. A escalabilidade do sistema proposto será analisada em futuros trabalhos.

REFERÊNCIAS

- [1] Z. Liu and L. Dai, "A comparative study of downlink MIMO cellular networks with co-located and distributed base-station antennas," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 13, no. 11, pp. 6259–6274, Nov. 2014.
- [2] H. Q. Ngo, A. Ashikmin, H. Yang, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, "Cell-free massive MIMO versus small cells," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 16, no. 3, pp. 1834–1850, Mar. 2017.
- [3] E. Nayebi, A. Ashikmin, T. Marzetta, H. Yang, and B. D. Rao, "Precoding and power optimization in cell-free massive MIMO systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 16, no. 7, pp. 4445–4459, Jul. 2017.
- [4] E. Björnson and L. Sanguinetti, "Making cell-free massive MIMO competitive with MMSE processing and centralized implementation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 19, no. 1, pp. 77–90, Jan. 2020.
- [5] H. Q. Ngo, L. Tran, T. Q. Duong, M. Matthaiou, and E. G. Larsson, "On the total energy efficiency of cell-free massive MIMO," *IEEE Trans. Green Commun. Netw.*, vol. 2, no. 1, pp. 25–39, Mar. 2018.
- [6] Z. Chen and E. Björnson, "Channel hardening and favorable propagation in cell-free massive MIMO with stochastic geometry," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 66, no. 11, pp. 5205–5219, Nov. 2018.
- [7] P. Clarke and R. C. de Lamare, "Transmit diversity and relay selection algorithms for multirelay cooperative MIMO systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 61, no. 3, pp. 1084–1098, Mar. 2012.
- [8] M. Joham, W. Utschick, and J. A. Nossek, "Linear transmit processing in MIMO communications systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 2700–2712, Aug. 2005.
- [9] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2004.
- [10] D. S. Watkins, *Fundamentals of Matrix Computations*. New York: Wiley, 2010.
- [11] A. Tang, J. Sun, and K. Gong, "Mobile propagation loss with a lowbase station antenna for NLOS street microcells in urban area," *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC)*, pp. 333–336, May 2001.
- [12] T. Brown, P. Kyritsi, and E. de Carvalho, *Practical Guide to the MIMO Radio Channel with Matlab Examples*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2012.