

Representação Aprimorada de Imagens Hiperespectrais em Múltiplas Escalas para a Separação Espectral Esparsa

Luciano C. Ayres, Sérgio J. M. de Almeida, José C. M. Bermudez e Ricardo A. Borsoi

Resumo—Na análise de imagens hiperespectrais, diversas abordagens foram propostas para resolver o problema de *separação espectral*. Neste trabalho, propõe-se um método de representação de dados hiperespectrais em múltiplas escalas, baseado no algoritmo SLIC de sobressegmentação e testes de homogeneidade. O método subdivide a imagem em um conjunto de *superpixels* com homogeneidade espectral elevada. Essa representação é usada para fornecer informações *a priori* sobre a regularidade espacial das abundâncias dos materiais na cena, melhorando o condicionamento do problema de *separação espectral esparsa*. Resultados de simulação ilustram a capacidade do método ao estimar abundâncias com alta qualidade e baixo custo computacional, especialmente em cenários ruidosos.

Palavras-Chave—Dados hiperespectrais, separação espectral esparsa, múltiplas escalas, superpixels, homogeneidade.

Abstract—In hyperspectral image analysis, several approaches have been proposed to solve the spectral *unmixing* problem. In this work, we propose a multiscale representation method for hyperspectral data, based on the SLIC oversegmentation algorithm and on homogeneity testing, which subdivides the image into a set *superpixels* with increased spectral homogeneity. This representation is then used to provide prior information regarding the spatial regularity of the abundances of materials in the scene, improving the conditioning of the sparse *unmixing* problem. Results demonstrate that the method is capable of estimating abundances with high quality and low computational cost, especially in noisy scenarios.

Keywords—Hyperspectral data, sparse *unmixing*, multiscale, superpixels, homogeneity

I. INTRODUÇÃO

Devido à resolução espacial limitada dos sensores hiperespectrais, o espectro de refletância medido de um único pixel pode ser constituído por contribuições de diferentes materiais [1]. Nesse caso, a *separação espectral* é o processo pelo qual o espectro misturado de cada pixel de uma imagem hiperespectral (IH) é decomposto em uma coleção de assinaturas espectrais de materiais puros (*endmembers*) e em suas respectivas *abundâncias*, que indicam a proporção de cada material presente nesse pixel [2]. A maioria das soluções para o problema de separação espectral é baseada em um modelo linear de mistura (LMM – *Linear Mixing Model*) [2], [3], o qual considera cada vetor de refletância (pixel da IH) como sendo formado pela combinação linear de um número finito de espectros fundamentais, denominados *endmembers*, ponderados pelas suas abundâncias fracionárias.

O LMM leva a resultados rápidos e confiáveis de separação espectral quando os *endmembers* são estimados com precisão [1]. No entanto, a maioria dos algoritmos que extraem os *endmembers* diretamente de uma determinada cena dependem, por exemplo, da presença de pixels puros ou não muito misturados para ter um bom desempenho [4]. Para contornar essa limitação, a separação espectral baseada em regressão linear esparsa assume que a refletância dos pixels observados em uma IH pode ser expressa como uma combinação linear de um pequeno número de *endmembers* contidos em uma grande biblioteca espectral conhecida *a priori* [5]. O problema da *separação espectral esparsa* consiste em encontrar o subconjunto de *endmembers* na biblioteca e suas respectivas abundâncias que melhor representem cada pixel. O emprego de bibliotecas espectrais evita a necessidade de estimar o número de *endmembers* e suas assinaturas espectrais. No entanto, o uso de grandes bibliotecas torna o problema de separação mal-posto, o que resulta em uma solução muito sensível ao ruído [6]. Apesar de seu potencial para estimar a composição de pixels mistos, a separação esparsa tradicional processa o espectro observado de cada pixel da IH de maneira independente, desconsiderando o arranjo espacial e a correlação entre os pixels vizinhos [6]–[9]. Regularizações espaciais melhoram o desempenho da separação espectral esparsa [10]–[13], mas geralmente levam a algoritmos com custos computacionais elevados.

Recentemente, foi proposto um algoritmo de separação esparsa rápido (MUA – *Multiscale sparse Unmixing Algorithm*) para introduzir eficientemente o contexto espacial no problema de separação [14]. Usando técnicas de segmentação de imagens e superpixels [15]–[17], o problema é dividido em dois domínios ou escalas espaciais: um com a imagem original e outro com sua representação em menor definição formada pela média dos pixels em cada superpixel. A separação espectral é realizada uma primeira vez no domínio aproximado, levando a estimativas iniciais das abundâncias, que são usadas para regularizar o problema de otimização a ser resolvido na escala original. Usando o algoritmo de sobressegmentação SLIC (*Simple Linear Iterative Clustering*) [17], o MUA provou ser capaz de estimar abundâncias com qualidade comparável (ou ainda melhor em cenários ruidosos) ao estado-da-arte, S²WSU [13], com uma redução significativa no tempo de execução. No entanto, para obter melhorias significativas no desempenho, o MUA depende de maneira preponderante de duas características dos resultados da sobressegmentação: os superpixels devem agrupar um grande número de pixels, e os pixels dentro

de cada superpixel devem ter espectros homogêneos, exceto pela influência do ruído. No entanto, os algoritmos tradicionais de formação de superpixels (ou segmentação de imagem) não são projetados para otimizar esses critérios. Assim, quando aplicado a imagens com composições espaciais irregulares, o método MUA revelou uma maior sensibilidade ao conteúdo da imagem. Isso mostra a necessidade de desenvolver representações em múltiplas escalas que atendam às necessidades específicas do problema de separação espectral esparsa.

Este artigo apresenta um método de representação em múltiplas escalas de uma IH que melhora a eficiência da separação espectral esparsa. O método proposto é baseado no algoritmo de sobressegmentação SLIC e em um teste robusto de homogeneidade de superpixels. Uma medida de avaliação da homogeneidade é proposta com base na distância Euclidiana entre os pixels e o vetor mediano de seu superpixel, para reduzir o efeito de possíveis *outliers* no resultado do teste. Os superpixels classificados como não-homogêneos são submetidos a rodadas sucessivas de sobressegmentação, subdividindo-os em regiões menores. A sobressegmentação final é usada na primeira etapa de estimativa de abundâncias (domínio aproximado) no MUA. Este método caracteriza melhor o arranjo espacial das abundâncias em uma IH com conteúdo distribuído em regiões de tamanhos e formatos distintos, aprimorando o desempenho do MUA original na separação espectral esparsa.

O artigo está organizado da seguinte forma. Na Seção II, revisamos brevemente a formulação do MUA para o problema de separação espectral esparsa. A Seção III apresenta o projeto da representação proposta em múltiplas escalas da IH. Resultados experimentais e discussão são apresentados na Seção IV e conclusões na Seção V.

II. SEPARAÇÃO ESPARSA EM MÚLTIPLAS ESCALAS

O LMM [1] permite representarmos uma imagem hiperespectral observada $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{L \times N}$ com L bandas e N pixels como $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{N}$, com as abundâncias $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{P \times N}$ sujeitas à restrição de não-negatividade. A matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{L \times P}$ denota a biblioteca espectral contendo as assinaturas de P *endmembers*, e $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{L \times N}$ os erros de modelagem e o ruído aditivo. O processo de decomposição em múltiplas escalas é definido como a transformação espacial promovida pelo operador $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{N \times K}$, $K < N$, aplicado tanto à IH como às abundâncias como

$$\mathbf{Y}_C = \mathbf{Y}\mathbf{W}, \quad \mathbf{X}_C = \mathbf{X}\mathbf{W}, \quad (1)$$

em que $\mathbf{Y}_C \in \mathbb{R}^{L \times K}$, $\mathbf{X}_C \in \mathbb{R}^{P \times K}$, e o subscrito C refere-se ao domínio aproximado da imagem. A relação $K < N$ significa que o número de superpixels em \mathbf{Y}_C é menor que o número de pixels em \mathbf{Y} . A matriz \mathbf{Y}_C (rel. \mathbf{X}_C) contém em suas colunas a média dos pixels (rel. abundâncias) em cada superpixel. Aplicando o operador \mathbf{W} de acordo com (1), o problema de separação espectral esparsa no domínio aproximado é escrito como

$$\hat{\mathbf{X}}_C = \arg \min_{\mathbf{X}_C \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y}_C - \mathbf{A}\mathbf{X}_C\|_F^2 + \lambda_C \|\mathbf{X}_C\|_{1,1}. \quad (2)$$

Para usar a estimativa aproximada das abundâncias $\hat{\mathbf{X}}_C$ no problema de separação original, é necessário mapeá-la de

volta para a escala espacial original descrita por \mathcal{D} , como $\hat{\mathbf{X}}_{\mathcal{D}} = \hat{\mathbf{X}}_C \mathbf{W}^* \in \mathbb{R}^{P \times N}$. A operação $\hat{\mathbf{X}}_C \mathbf{W}^*$ atribui o valor médio das abundâncias de cada superpixel de $\hat{\mathbf{X}}_C$ para todos os pixels pertencentes àquela mesma região no domínio original. Finalmente, a matriz de abundâncias $\hat{\mathbf{X}}_{\mathcal{D}}$ é utilizada para regularizar o problema de separação espectral na escala original:

$$\hat{\mathbf{X}} = \min_{\mathbf{X} \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_{1,1} + \frac{\beta}{2} \|\hat{\mathbf{X}}_{\mathcal{D}} - \hat{\mathbf{X}}\|_F^2. \quad (3)$$

A solução para os problemas de otimização (2) e (3) pode ser obtida adaptando-se o algoritmo SUnSAL [6], o qual é baseado no método ADMM (*Alternating Direction Method of Multipliers*) [18], conforme descrito em [14]. Um pseudocódigo é mostrado no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Multiscale Sparse Unmixing Algorithm

Entrada: matrizes \mathbf{Y} , \mathbf{A} , \mathbf{W} e parâmetros λ_C , λ , β .

- 1 Calcular $\mathbf{Y}_C = \mathbf{Y}\mathbf{W}$;
- 2 Encontrar $\hat{\mathbf{X}}_C$ pela solução de (2) usando o ADMM;
- 3 Computar $\hat{\mathbf{X}}_{\mathcal{D}} = \hat{\mathbf{X}}_C \mathbf{W}^*$;
- 4 Encontrar $\hat{\mathbf{X}}$ pela solução de (3) usando o ADMM;
- 5 **retorna** a matriz de abundâncias estimada $\hat{\mathbf{X}}$;

Obs.: ADMM: *Alternating Direction Method of Multipliers* [18]

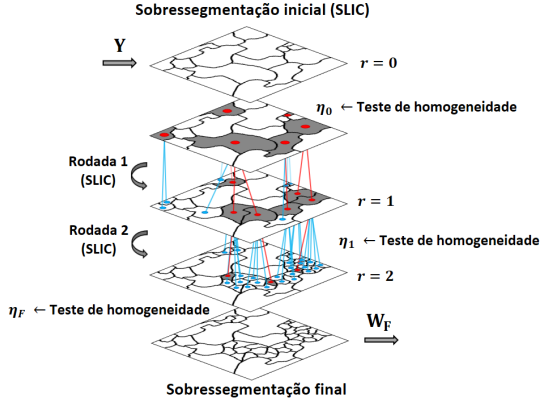
III. MÉTODO PROPOSTO

O desempenho do MUA depende fortemente da qualidade da transformação \mathbf{W} , que deve agrupar os pixels em regiões espectralmente homogêneas. No entanto, isso nem sempre é satisfeito quando \mathbf{W} é construída a partir de algoritmos de superpixel ou de segmentação de imagens, pois esses métodos foram originalmente projetados considerando objetivos diferentes. Isso faz com que alguns superpixels se tornem espectralmente heterogêneos, o que impacta negativamente o desempenho do MUA.

Para resolver esse problema, propõe-se neste trabalho uma nova segmentação da IH em múltiplas escalas, projetada especificamente para o problema de separação espectral. A partir da decomposição de \mathbf{Y} em superpixels, empregamos uma medida robusta de dispersão espectral para decompor iterativamente superpixels não-homogêneos (em até R escalas de representação) de forma que seja alcançado um nível desejável de homogeneidade. O procedimento do método proposto para decomposição em múltiplas escalas de uma IH com o algoritmo SLIC e $R = 2$ é ilustrado na Figura 1. Os pontos vermelhos em regiões cinzas (pontos azuis em regiões brancas) representam superpixels classificados como não-homogêneos (homogêneos). As linhas azuis (vermelhas) indicam a decomposição de superpixels não-homogêneos na escala r em superpixels homogêneos (não-homogêneos) na escala $r + 1$. Uma formulação detalhada é apresentada em quatro etapas abaixo.

Etapa 1 – Sobressegmentação inicial da imagem

Aplicando um algoritmo de sobressegmentação à IH, os pixels são agrupados em regiões adjacentes e espacialmente regulares (superpixels), com base em uma medida de similaridade entre eles. O algoritmo SLIC forma um mapa de


 Fig. 1: Esquema do método proposto com o SLIC para $R = 2$.

segmentação que subdivide a imagem em K_0 superpixels, com tamanho médio e compactação controlados pelos parâmetros definidos aqui como σ_0 e γ , respectivamente [17].

Considere a matriz $\mathbf{S}_{r,k} \in \mathbb{R}^{L \times |\mathcal{B}_{r,k}|}$, cujas colunas são os pixels contidos no superpixel $k \in \{1, 2, \dots, K_r\}$ em uma escala de representação $r \in \{0, 1, \dots, R\}$. O conjunto $\mathcal{B}_{r,k}$ contém os índices I_n de cada pixel no k -ésimo superpixel na r -ésima escala de representação, para $n = 1, 2, \dots, |\mathcal{B}_{r,k}|$, em que $|\cdot|$ denota a cardinalidade do conjunto, então:

$$\mathbf{S}_{r,k} = [\mathbf{y}_{I_1}, \mathbf{y}_{I_2}, \dots, \mathbf{y}_{I_{|\mathcal{B}_{r,k}|}}], \quad (4)$$

em que \mathbf{y}_i denota a i -ésima coluna de \mathbf{Y} e $\{I_1, I_2, \dots, I_{|\mathcal{B}_{r,k}|}\} = \mathcal{B}_{r,k}$. Também define-se como \mathbf{W}_r a transformação promovida pelo mapa de segmentação $\mathbf{S}_{r,k}$ no r -ésimo nível de representação, para $r \in \{0, \dots, R\}$.

Etapa 2 – Teste de homogeneidade de superpixels

Seja \mathbf{m}_k o vetor coluna que contém os valores medianos dos pixels \mathbf{y}_{I_n} no k -ésimo superpixel em cada banda $\ell = 1, 2, \dots, L$ da imagem:

$$\mathbf{m}_k = \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{med}([y_{1,I_1}, \dots, y_{1,I_{|\mathcal{B}_{r,k}|}}]) \\ \vdots \\ \text{med}([y_{L,I_1}, \dots, y_{L,I_{|\mathcal{B}_{r,k}|}}]) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

para $I_1, \dots, I_{|\mathcal{B}_{r,k}|} \in \mathcal{B}_{r,k}$, sendo $y_{\ell,i}$ a ℓ -ésima banda de \mathbf{y}_i . Definimos \mathbf{d}_k como o vetor contendo as distâncias Euclidianas entre cada pixel \mathbf{y}_{I_n} , com $I_n \in \mathcal{B}_{r,k}$, no k -ésimo superpixel e o vetor mediana dos pixels indexados em $\mathcal{B}_{r,k}$:

$$\mathbf{d}_k = [d_1, d_2, \dots, d_{|\mathcal{B}_{r,k}|}]^\top, \quad d_n = \|\mathbf{m}_k - \mathbf{y}_{I_n}\|_2 \quad (6)$$

em que $I_n \in \mathcal{B}_{r,k}$, $\forall n$. A medida de homogeneidade de um superpixel deve ser definida a partir de \mathbf{d}_k de modo que reflita a presença de diferentes composições de material na mesma região. Isso não pode ser feito efetivamente usando medidas tradicionais de escala (por exemplo, a norma Euclidiana), pois a influência do ruído \mathbf{N} em \mathbf{Y} significa que os valores em \mathbf{d}_k são, em média, afastados de zero mesmo para superpixels perfeitamente homogêneos. Além disso, a presença de um pequeno número de *outliers* pode influenciar desproporcionalmente a estimativa. Para resolver esses problemas, primeiro eliminamos possíveis *outliers* no conjunto de distâncias \mathbf{d}_k removendo uma porcentagem τ_{outliers} dos maiores valores de

\mathbf{d}_k , o que resulta no vetor de distância reduzido $\mathbf{d}'_k \in \mathbb{R}^{|\mathcal{B}'_k|}$ com $D = (1 - \tau_{\text{outliers}})|\mathcal{B}_{r,k}|$ e $\lfloor \cdot \rfloor$ sendo a função de arredondamento inferior. A medida de homogeneidade δ_k é então definida como o desvio entre a máxima distância $\max(\mathbf{d}'_k)$ encontrada no k -ésimo superpixel após remoção dos valores discrepantes, em relação à média de suas distâncias:

$$\delta_k = \frac{\max(\mathbf{d}'_k) - \overline{\mathbf{d}'_k}}{\overline{\mathbf{d}'_k}}, \quad \text{Homogêneo: } \delta_k \leq \tau_{\text{homog}}, \quad (7)$$

sendo $\overline{\mathbf{d}'_k}$ a média dos valores em \mathbf{d}'_k . Os superpixels são classificados como homogêneos se δ_k estiver abaixo de um limite aceitável τ_{homog} . Se esse desvio for pequeno, significa que mesmo a maior distância está próxima da média, portanto o superpixel pode ser considerado homogêneo. Por outro lado, se a diferença entre a máxima distância em \mathbf{d}'_k e sua média for grande mesmo após a eliminação dos valores discrepantes, isso sugere que ainda existem diferentes composições de material ocupando o mesmo superpixel que, portanto, não é homogêneo. A porcentagem de superpixels homogêneos em uma escala da imagem é definida por $\eta_r = (K_H/K_r) \times 100\%$, sendo K_H o número de superpixels classificados como homogêneos na r -ésima escala de representação.

Etapa 3 – Subdivisão de superpixels não-homogêneos

Após avaliar a homogeneidade, as regiões classificadas como não-homogêneas são subdivididas em superpixels menores e homogêneos por meio de uma etapa adicional de sobressegimentação com um parâmetro de tamanho médio de região menor $\sigma_r < \sigma_{r-1}$, $\forall r$. Esse processo é repetido iterativamente para $r = 1, \dots, R$ ou até que um índice η_r igual a 100 % de pixels homogêneos seja atingido. Isso gera uma sequência de mapas de segmentação $\mathbf{S}_{1,k}, \mathbf{S}_{2,k}, \dots, \mathbf{S}_{R,k}$ com um crescente nível de definição espacial e homogeneidade dos superpixels. O operador de transformação final relacionado a $\mathbf{S}_{r,k}$ é descrito por \mathbf{W}_F .

Etapa 4 – Separação espectral esparsa

A sobressegimentação obtida a partir das etapas anteriores é usada para construir o operador final de transformação espacial $\mathbf{W} \equiv \mathbf{W}_F$, que pode ser usado com a estratégia MUA para estimar a matriz de abundâncias $\hat{\mathbf{X}}$. Um pseudocódigo para o método proposto é apresentado no Algoritmo 2.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO

Nesta seção, compara-se o método proposto com o MUA_{SLIC} [14] e S²WSU [13], em termos de qualidade de estimativa de abundâncias e complexidade computacional. A escolha desses algoritmos é justificada pelo fato de que eles já demonstraram um desempenho superior sobre outros de mesma classe, como o SUnSAL [6], SUnSAL-TV [10], DRSU [8] e DRSU-TV [12], por exemplo.

A. Configurações e datasets

Para que os resultados possam ser comparados com uma referência conhecida (*ground-truth*), três IHS sintéticas (DC1, DC2 e DC3, representadas na Figura 2) de 100×100 pixels foram geradas usando nove *endmembers* selecionados de uma biblioteca $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{224 \times 240}$. Este é um subconjunto de 240

Algoritmo 2: Método proposto

Entrada: imagem hiperspectral \mathbf{Y} , biblioteca \mathbf{A} ,
parâmetros $\gamma, \sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_R, \tau_{\text{outliers}},$
 $\tau_{\text{homog}}, \lambda_C, \lambda, \beta.$

- 1 $\mathbf{W}_0, \mathbf{S}_{0,k} \leftarrow$ sobressegmentação inicial de \mathbf{Y} ;
- 2 $\mathbf{W}_F \leftarrow \mathbf{W}_0$;
- 3 $\eta_0 \leftarrow$ teste de homogeneidade de $\mathbf{S}_{0,k}$;
- 4 **para** $r = 1$ **até** R **faça**
- 5 **se** $\eta_{r-1} < 100\%$ **então**
- 6 $\mathbf{W}_r, \mathbf{S}_{r,k} \leftarrow$ sobressegmentação dos
superpixels não-homogêneos de $\mathbf{S}_{r-1,k}$ com
 $\sigma_r < \sigma_{r-1}$;
- 7 $\eta_r \leftarrow$ teste de homogeneidade de $\mathbf{S}_{r,k}$;
- 8 $\mathbf{W}_F \leftarrow \mathbf{W}_r$;
- 9 **fim**
- 10 **fim**
- 11 $\hat{\mathbf{X}} \leftarrow$ Algoritmo 1 (MUA) com $\mathbf{W} \equiv \mathbf{W}_F$;
- 12 **retorna** a matriz de abundâncias estimada $\hat{\mathbf{X}}$;

assinaturas de materiais da biblioteca USGS *splib06*¹. Para testar as técnicas em diferentes cenários, os dados apresentam distribuições de abundâncias correlacionadas espacialmente, geradas pela ferramenta *Hyperspectral Imagery Synthesis*²: DC1 – áreas médias grandes e uniformes; DC2 – regiões de tamanho e contorno irregulares e DC3 – um composto de quatro imagens de 50×50 pixels de arranjos variados. Além disso, um ruído branco Gaussiano foi adicionado às imagens geradas para a obtermos relações sinal-ruído (SNR) de 20 e 30 dB. A transformação \mathbf{W} foi realizada pela sobressegmentação do SLIC implementada no *toolbox VLFeat* [19], que permite seu uso para dados multibandas. O SLIC trabalha com dois parâmetros: σ , que define o tamanho médio $\sqrt{N/K}$ dos superpixels, e γ , que determina o peso da contribuição espacial na métrica de similaridade entre pixels [17]. Como critério quantitativo do desempenho da separação espectral, usamos a razão sinal-erro de reconstrução [10], $\text{SRE (dB)} = 10 \log_{10}(\mathbb{E}\|\mathbf{X}\|_F^2 / \mathbb{E}\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_F^2)$, que avalia a estimativa das abundâncias. Todos os resultados são baseados em valores ótimos de parâmetros obtidos para cada IH. Para encontrá-los, uma busca em grade foi realizada nos seguintes intervalos: Representação em múltiplas escalas – rodadas $R = 3$, regularizador $\gamma \in \{0.00025, 0.00125, \dots, 0.1\}$, tamanhos de superpixels $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \in \{5, 6, \dots, 14\}$, considerando $\sigma_0 > \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ e limiares $\tau_{\text{outliers}} \in \{10\%, 20\%, 30\%\}$, $\tau_{\text{homog}} \in \{10\%, 20\%, \dots, 60\%\}$; Separação esparsa – regularizadores λ_C, λ e $\lambda_{\text{S}^2\text{WSU}}$ foram variados de acordo com os valores $1, 3, 5, 7, 9 \times 10^i$, for $i \in \{-3, -2, -1, 0\}$ e β em $1, 3, 5 \times 10^j$, para $j \in \{-1, 0, 1, 2\}$. Os algoritmos foram executados em *MATLAB*TM, em um computador equipado com um processador *Intel Core i7 3537U @ 2.00GHz* e 8GB RAM.

B. Resultados e discussão

Devido a limitações de espaço, os valores ótimos dos parâmetros foram omitidos, mas em todos a remoção de apenas

¹Disponível online em <https://www.usgs.gov/labs/spectral-capabilities/spectral-library>.

²Disponível online em <http://www.ehu.eus/ccwintco>.



(a) DC1 (b) DC2 (c) DC3
Fig. 2: Representação em RGB das IHS sintéticas.

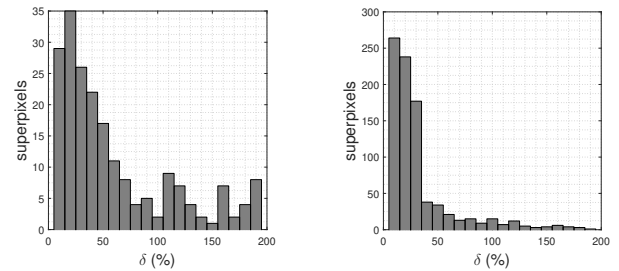


Fig. 3: Comparação entre os valores de desvio δ inicial (esquerda) e final (direita) para DC3 (SNR 30 dB).

10% dos valores mais altos (parâmetro τ_{outliers}) no cálculo das distâncias entre os pixels e a mediana de seu superpixel foi suficiente para reduzir a influência de *outliers* nos testes de homogeneidade. Ademais, pode ser visto na Tabela I que em todos os cenários houve um aumento na porcentagem de superpixels homogêneos desde a rodada inicial (η_0) até a rodada final de sobressegmentação final (η_F), particularmente em DC2 e DC3. Os histogramas na Figura 3 ilustram essa evolução em termos dos valores de δ_k . Além disso, apenas três rodadas de sobressegmentação ($R = 3$) foram suficientes para obter um alto índice η_F e um resultado adequado de separação espectral, sem comprometer o baixo custo computacional do método. Tempos de execução mais longos estão relacionados a um baixo valor de η_0 , o que leva a um número maior de superpixels a serem avaliados quanto à sua homogeneidade, subdivididos e separados em regiões distintas.

O número de superpixels usados com o MUA_{SLIC} original e com o algoritmo proposto são mostrados na Tabela I. Pode-se observar que o método proposto é capaz de reduzir a quantidade necessária de superpixels em cenários mais uniformes, como em DC1. Além disso, a sobressegmentação final dada pela abordagem proposta também apresenta uma porcentagem consideravelmente maior de superpixels homogêneos. O desempenho dos algoritmos em relação ao valor ótimo de SRE é mostrado na Tabela II. É possível observar que em um cenário ruidoso (SNR 20 dB), o método proposto obteve os melhores resultados quantitativos, superando o S^2WSU e MUA_{SLIC} . Uma melhoria notável é encontrada em DC3, com um aumento aproximado de 5% no SRE para as condições de SNR 20 e 30 dB quando comparado ao MUA_{SLIC} . Esses resultados indicam que o método proposto é mais eficaz quando as características do conteúdo espacial das abundâncias variam ao longo da cena. O tempo de execução do algoritmo proposto, mostrado na Tabela III, foi semelhante ao do MUA_{SLIC} e significativamente menor que o do S^2WSU , apesar da etapa adicional de avaliação da homogeneidade e

TABELA I: Comparação entre o número de superpixels.

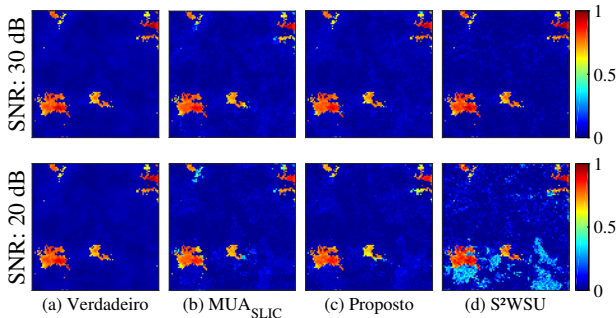
Dados	SNR	MUA _{SLIC}		Proposto	
		superpixels	$\eta \equiv \eta_0$	superpixels	$\eta \equiv \eta_F$
DC1	30 dB	225	89%	218	99%
	20 dB	169	97%	105	98%
DC2	30 dB	625	69%	1018	90%
	20 dB	289	81%	444	94%
DC3	30 dB	624	55%	1566	84%
	20 dB	625	80%	610	84%

TABELA II: Comparação entre os resultados de SRE.

Dados	SNR	S ² WSU	MUA _{SLIC}	Proposto
DC1	30 dB	21,668 dB	18,117 dB	18,339 dB
	20 dB	9,332 dB	14,854 dB	15,104 dB
DC2	30 dB	18,741 dB	11,737 dB	11,780 dB
	20 dB	5,689 dB	8,416 dB	8,561 dB
DC3	30 dB	19,798 dB	10,841 dB	11,398 dB
	20 dB	6,899 dB	7,776 dB	8,185 dB

TABELA III: Comparação do tempo de execução médio.

Dados	SNR	S ² WSU	MUA _{SLIC}	Proposto
DC1	30 dB	239 s	9 s	11 s
	20 dB	235 s	15 s	16 s
DC2	30 dB	233 s	10 s	16 s
	20 dB	232 s	10 s	16 s
DC3	30 dB	233 s	12 s	21 s
	20 dB	232 s	12 s	15 s


 Fig. 4: Estimativa de abundâncias do *endmember* 3 de DC2.

sobressegmentações extras. A Figura 4 mostra os mapas de abundâncias verdadeiros e reconstruídos do *endmember* 3 de DC2. As abundâncias estimadas por S²WSU são visualmente as mais próximas das verdadeiras para uma SNR alta (30 dB), enquanto os resultados obtidos pelo método proposto e pelo MUA_{SLIC} são bem semelhantes. No entanto, para uma SNR de 20 dB, o desempenho do S²WSU diminuiu acentuadamente e os resultados do método proposto mostram uma clara melhoria em relação ao MUA_{SLIC}, o que ilustra sua eficácia em imagens mais ruidosas.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho, um novo método de representação em múltiplas escalas de IHs para separação espectral esparsa foi proposto. Usando o algoritmo de sobressegmentação SLIC e uma nova metodologia robusta de teste de homogeneidade, dividiu-se iterativamente uma IH em superpixels com homogeneidade espectral aprimorada, os quais melhor representam as informações espaciais das abundâncias em pixels mistos da IH. A decomposição final em superpixels foi então usada para introduzir informação espacial na separação espectral esparsa por meio de um algoritmo de múltiplas escalas. Resultados

experimentais com dados hiperespectrais de composições espaciais distintas mostraram que o método proposto superou os algoritmos estado-da-arte em cenários ruidosos, mantendo uma complexidade computacional muito baixa.

REFERÊNCIAS

- [1] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, N. Dobigeon, M. Parente, Q. Du, P. Gader, and J. Chanussot, "Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 5, no. 2, pp. 354–379, 2012.
- [2] N. Keshava and J. Mustard, "Spectral unmixing," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, no. 1, pp. 44–57, sep 2002.
- [3] N. Dobigeon, J.-Y. Tourneret, C. Richard, J. C. M. Bermudez, S. McLaughlin, and A. O. Hero, "Nonlinear Unmixing of Hyperspectral Images: Models and Algorithms," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 31, no. 1, pp. 82–94, jan 2014.
- [4] W.-K. Ma, J. M. Bioucas-Dias, T.-H. Chan, N. Gillis, P. Gader, A. J. Plaza, A. Ambikapathi, and C.-Y. Chi, "A signal processing perspective on hyperspectral unmixing: Insights from remote sensing," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 31, no. 1, pp. 67–81, 2013.
- [5] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Sparse Unmixing of Hyperspectral Data," *IEEE Trans. Geosc. Rem. Sens.*, vol. 49, no. 6, pp. 2014–2039, 2011.
- [6] M.-D. Iordache, A. Plaza, and J. Bioucas-Dias, "On the use of spectral libraries to perform sparse unmixing of hyperspectral data," *2nd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing, WHISPERS 2010 - Workshop Program*, pp. 1–4, 2010.
- [7] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Collaborative Sparse Regression for Hyperspectral Unmixing," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 1, pp. 341–354, jan 2014.
- [8] R. Wang, H.-C. Li, W. Liao, and A. Pizurica, "Double reweighted sparse regression for hyperspectral unmixing," in *2016 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. IEEE, jul 2016, pp. 6986–6989.
- [9] C. Y. Zheng, H. Li, Q. Wang, and C. Philip Chen, "Reweighted Sparse Regression for Hyperspectral Unmixing," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 54, no. 1, pp. 479–488, jan 2016.
- [10] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 50, no. 11 PART1, pp. 4484–4502, 2012.
- [11] S. Zhang, J. Li, J. Plaza, H.-C. Li, and A. Plaza, "Spatial weighted sparse regression for hyperspectral image unmixing," in *2017 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. IEEE, jul 2017, pp. 225–228.
- [12] R. Wang, H.-C. Li, A. Pizurica, J. Li, A. Plaza, and W. J. Emery, "Hyperspectral Unmixing Using Double Reweighted Sparse Regression and Total Variation," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 14, no. 7, pp. 1146–1150, 2017.
- [13] S. Zhang, J. Li, H.-C. Li, C. Deng, and A. Plaza, "Spectral-Spatial Weighted Sparse Regression for Hyperspectral Image Unmixing," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 56, no. 6, pp. 3265–3276, jun 2018.
- [14] R. A. Borsoi, T. Imbiriba, J. C. M. Bermudez, and C. Richard, "A Fast Multiscale Spatial Regularization for Sparse Hyperspectral Unmixing," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 16, no. 4, pp. 598–602, apr 2019.
- [15] J. MacQueen, "Some methods for classification and analysis of multivariate observations," *Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability*, vol. 1, no. 14, pp. 281–297, 1967.
- [16] M. A. Veganzones, G. Tochon, M. Dalla-Mura, A. J. Plaza, and J. Chanussot, "Hyperspectral image segmentation using a new spectral unmixing-based binary partition tree representation," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 23, no. 8, pp. 3574–3589, 2014.
- [17] R. Achanta, A. Shaji, K. Smith, A. Lucchi, P. Fua, and S. Süsstrunk, "SLIC Superpixels Compared to State-of-the-Art Superpixel Methods," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 34, no. 11, pp. 2274–2282, nov 2012.
- [18] J. Eckstein and D. P. Bertsekas, "On the Douglas-Rachford splitting method and the proximal point algorithm for maximal monotone operators," *Mathematical Programming*, vol. 55, no. 1-3, pp. 293–318, 1992.
- [19] A. Vedaldi and S. Soatto, "Quick Shift and Kernel Methods for Mode Seeking," *Computer Vision – ECCV 2008*, pp. 705–718, 2008.