

RPCA para Detecção de Mudanças em Imagens SAR UWB VHF

Christofer Schwartz, Leonardo Tomazeli Duarte, Marcelo da Silva Pinho e Renato Machado

Resumo— Este artigo apresenta uma avaliação da ferramenta estatística conhecida como análise de componentes principais robusta (RPCA) para a detecção de mudanças (CD) em imagens de radar de abertura sintética (SAR) de banda ultralarga (UWB), operando na faixa de frequência VHF. Para fins de avaliação, são consideradas imagens georreferenciadas e calibradas do sistema *Coherent All Radio Band System* (CARABAS). Duas abordagens para a utilização da RPCA são apresentadas: detecção com pares de imagens e detecção com pilhas de imagens. Por fim, alguns resultados preliminares são apresentados e discutidos.

Palavras-Chave— Radar de Abertura Sintética, Detecção de Mudanças, RPCA, Separação Cega de Fontes.

Abstract— This paper presents an evaluation of the statistical tool known as robust principal component analysis (RPCA) for change detection (CD) in images of ultrawideband (UWB) wavelength-resolution synthetic aperture radar (SAR) operating in very high frequency-band (VHF) systems. For evaluation purposes it is considered the calibrated and georeferenced images from the *Coherent All Radio Band System* (CARABAS). Two approaches to the use of RPCA are presented: detection using image pairs and detection using image stacks. Finally, some preliminary results are presented and discussed.

Keywords— Synthetic Aperture Radar, Change Detection, RPCA, Blind Source Separation.

I. INTRODUÇÃO

Sabe-se que o radar de abertura sintética (*Synthetic Aperture Radar* – SAR) de baixa frequência, operando na faixa de frequência VHF (*Very High Frequency*) e UHF (*Ultra High Frequency*), é eficiente para a aplicação de detecção de mudanças (*Change Detection* – CD) [1]. Neste tipo de aplicação, busca-se detectar alterações que ocorram entre diferentes campanhas de medição, realizadas em intervalos de tempo distintos [2]. Neste contexto, considerando que alvos ou objetos escondidos na floresta podem ser detectados pelo sistema SAR de baixa frequência, um par de imagens pode ser usado para identificar a presença de um objeto estacionário ou em movimento. Isto é possível desde que as mudanças estejam na mesma ordem do comprimento de onda utilizado pelo radar, como por exemplo, na escala de alguns metros para o sistema *Coherent All Radio Band System* (CARABAS). Na escala de alguns metros, podem-se citar: atividades de desflorestamento ilegal, queimadas, eventos climáticos extremos, instalações ou construções ilegais, presença de caminhões agrícolas, veículos

Christofer Schwartz, Marcelo da Silva Pinho e Renato Machado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, e-mails: christofer@ieee.org, mpinho@ieee.org e renatomachado@ieee.org; Leonardo Tomazeli Duarte, Faculdade de Ciências Aplicadas da UNICAMP, e-mail: leonardo.duarte@fca.unicamp.br. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 (Pró-Defesa IV) e através da bolsa PNP/DCAPES do PG/EEC ITA (processo 88882.316964/2019-01).

militares, ou qualquer outra atividade humana que tente se camuflar sob o dossel da floresta [3], [4].

A rigor, a eficiência da aplicação está relacionada principalmente à largura de banda do sistema SAR e sua frequência de operação. No caso do sistema CARABAS, operando com banda ultralarga (*ultrawideband* – UWB), na faixa de frequência VHF, observa-se baixa influência do clima e relativa estabilidade entre as medições, permitindo que estas sejam precisamente georreferenciadas [5]. Dessa forma, pode-se adquirir múltiplas imagens de determinadas áreas, que sejam fortemente correlacionadas, viabilizando a detecção de objetos (ou alvos) por meio de algoritmos de CD [5].

De maneira geral, um algoritmo de CD busca detectar alvos em uma imagem de interesse, tendo como base uma imagem de referência. Nesse sentido, cada algoritmo de CD apresenta uma probabilidade de detecção (PD) e uma taxa de falsos alarmes (*False Alarm Rate* – FAR). A rigor, o principal desafio associado ao projeto de um algoritmo de CD automatizado não está na detecção dos alvos propriamente dita, mas sim, na supressão do conteúdo de desordem (*clutter*), visando reduzir a FAR ao máximo, tal que o operador tenha informação útil para tomada de decisão [5]. Os falsos alarmes geralmente são causados por estruturas alongadas que se destacam do solo, comumente sensíveis à trajetória de voo, como por exemplo, linhas de transmissão de energia. Assumindo que os objetos responsáveis pelo conteúdo de desordem normalmente são estacionários, suas assinaturas podem ser consideradas estáveis para diferentes aquisições de imagens. Isso permite que uma combinação de diferentes imagens, obtidas a partir de diferentes voos (ou por diferentes antenas de um mesmo equipamento), possa ser usada com o objetivo de reduzir o conteúdo indesejável [5].

Dessa forma, com o objetivo de maximizar a PD e minimizar a FAR, diferentes algoritmos de CD vêm sendo propostos ao longo dos últimos anos. Primeiramente, pode-se citar os algoritmos de CD para pares de imagens, baseados em análises estatísticas, como por exemplo, a razão de amplitudes e a razão de verossimilhança generalizada, onde as funções de densidade de probabilidade (pdf) são geradas baseadas na informação de retroespalhamento das imagens [6]. Seguindo uma linha diferente, em [2] foi proposta uma estratégia para minimizar os falsos alarmes causados por estruturas alongadas baseada no cancelamento adaptativo de ruído (*Adaptive Noise Canceler* – ANC), sendo necessária uma imagem de referência adicional, totalizando, portanto, três sinais de entrada no algoritmo.

Resumidamente, a detecção de mudanças (ou alvos) e a remoção do conteúdo indesejável nas imagens (i.e., falsos alarmes) podem ser vistos como um problema de separação de sinais. Dessa forma, algumas técnicas e algoritmos desen-

volvidos na esfera de separação cega de fontes (*Blind Source Separation* – BSS) podem ser investigados. Nesse contexto, este trabalho visa explorar a técnica de separação de sinais conhecida como análise de componentes principais robusta (*Robust Principal Component Analysis* – RPCA) via *Principal Component Pursuit* (PCP) [7] para a detecção de mudanças em imagens SAR UWB VHF.

Atualmente, existem alguns trabalhos que exploram o uso da RPCA para a solução de problemas envolvendo sinais SAR. Em [8], a RPCA é utilizada em uma etapa de pré-processamento dos dados SAR, visando separar os ecos dos objetos estacionários daqueles decorrentes de alvos móveis. Os autores mostram que isso pode ser feito através da RPCA mediante a utilização de uma janela de dados apropriada, ilustrando a aplicação para o conjunto de dados do sistema GOTCHA Volumetric SAR, que opera em banda X. Ainda com um olhar em alvos móveis, mas agora no contexto de *Ground Moving Target Indication* (GMTI), [9] investigou a utilização da RPCA por meio de uma PCP relaxada para realizar a separação dos ecos em sistemas SAR multicanal (MC-SAR) de vigilância de área ampla. Tal aplicação foi ilustrada com dados de um sistema chinês de vigilância de área ampla, que também opera em banda X. Posteriormente, também no contexto de GMTI, [10] propôs a aplicação da RPCA em diferentes domínios (e.g., *Range-Doppler*), mostrando que é possível melhorar a eficiência do método de detecção conhecido como processamento adaptativo espaço-tempo (*Space-Time Adaptive Processing* – STAP) em cenários com forte desordem. Por fim, em [11], um método RPCA foi proposto para sistemas SAR de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). O método intitulado *Fast Interferometry RPCA* (FI-RPCA), busca melhor aproveitar algumas características do sistema SAR de interferometria longitudinal, resultando em ganhos de detecção e redução do tempo computacional.

Tais trabalhos se diferenciam do estudo aqui proposto em diferentes aspectos. Primeiramente, o presente trabalho aborda o problema de detecção na etapa de pós-processamento, utilizando a RPCA via PCP como ferramenta de CD, ou seja, num contexto diferente de GMTI. Além dessa questão, vale reforçar que esse estudo foca em sistemas SAR UWB que operam em banda VHF, cujas imagens sintetizadas apresentam particularidades e atributos estatísticos distintos das imagens geradas com sistemas SAR que operam nas demais bandas.

O presente artigo encontra-se organizado da seguinte forma. Na Seção II, a RPCA é descrita de forma sucinta, visando dar base para entendimento da proposta deste trabalho. Em seguida, a Seção III traz uma visão geral acerca do conjunto de dados utilizados e apresenta duas abordagens de aplicação da RPCA no contexto de detecção com pares e com pilhas de imagens. A Seção IV detalha os resultados obtidos para as duas abordagens consideradas neste estudo. Por fim, algumas conclusões são apresentadas na Seção V.

II. PCA ROBUSTA

A análise de componentes principais (*Principal Component Analysis* – PCA) é uma das ferramentas estatísticas mais utilizadas na atualidade para a análise de dados [7]. Embora

existam vários trabalhos propondo melhorias na PCA clássica, sua fragilidade frente a um conjunto de dados corrompido (ou ruidoso) muitas vezes levanta questionamentos. Em alguns casos, uma única entrada severamente corrompida pode tornar as estimativas arbitrariamente distantes da realidade. Questões como essa motivaram o desenvolvimento de propostas que buscam dar mais robustez a PCA [7].

Nesse sentido, Candès et al. [7] propôs uma solução baseada na ideia de que uma matriz de dados X pode ser decomposta em duas componentes, tal que $X = L + S$, em que L representa uma matriz de posto baixo (ou posto reduzido quando comparada a X) e S uma matriz esparsa. Dessa forma, seria possível recuperar uma matriz de posto baixo L , a partir de uma matriz X composta por medições severamente corrompidas, que são justamente representadas pelo termo esparsa S . Diferente do termo de ruído da PCA clássica, as entradas em S podem ter magnitudes arbitrariamente elevadas, contudo, deve-se assumir que sejam esparsas e desconhecidas.

Resumidamente, [7] mostra que essa decomposição pode ser formulada como um problema de otimização convexa, apresentando uma solução estimada ao se resolver

$$\begin{aligned} \min \quad & \|L\|_* + \lambda \|S\|_1 \\ \text{sujeito a} \quad & L + S = X \end{aligned} \quad (1)$$

sendo que $\|\cdot\|_*$ representa a norma nuclear da matriz, $\|\cdot\|_1$ a norma l_1 e $\lambda > 0$ um parâmetro de balanceamento arbitrário. Essa abordagem, chamada PCP, recupera perfeitamente as matrizes L e S , sob hipóteses muito fracas [7], [12].

Geralmente, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{\max(R,C)}}$, em que R e C denotam, respectivamente, a quantidade de linhas e colunas da matriz de entrada. Tal escolha é apontada em [7] como sendo uma escolha padrão. Contudo, esse parâmetro pode ser ajustado visando melhores resultados para determinadas aplicações.

Do ponto de vista de aplicação, a RPCA tem sido utilizada em diferentes contextos, como por exemplo: vídeo vigilância, reconhecimento facial, classificação de conteúdo, filtragem colaborativa, dentre outras aplicações. Na aplicação em vídeos de vigilância, geralmente busca-se identificar as atividades que se destacam do plano de fundo (*background*). Para tal, os quadros (matrizes de *pixels*) de um vídeo podem ser vetorizados e organizados em uma única matriz X , sendo esta composta de um quadro por linha. Dessa forma, após a decomposição, L naturalmente corresponderá ao plano de fundo, enquanto que os objetos em movimento (*foreground*), isto é, que variam de quadro para quadro, estarão em S . Tal aplicação motiva o estudo proposto neste artigo, que terá sua metodologia descrita com maiores detalhes na Seção III.

Por fim, vale comentar que, na literatura, pode-se encontrar diferentes algoritmos para resolver a PCP [12], os quais apresentam diferentes desempenhos do ponto de vista computacional. A implementação da RPCA utilizada por esse trabalho considera o método de otimização conhecido como *Alternating Direction Method* (ADM) para resolver a PCP. Outras informações sobre a RPCA, como por exemplo, outros métodos desenvolvidos, algoritmos e implementações para processamento em tempo real, entre outras, podem ser encontradas em [12].

III. DESCRIÇÃO DOS DADOS E METODOLOGIA

Os dados brutos SAR providos pelo sistema CARABAS-II foram gravados em discos rígidos embarcados ao serem coletados. Dessa forma, todas as etapas de processamento do sinal foram realizadas *offline*, como por exemplo: calibração radiométrica, geocodificação, síntese da imagem, dentre outras. Além disso, vale comentar que as imagens também foram equalizadas. Mais informações sobre os parâmetros do sistema CARABAS-II podem ser encontradas em [5].

Para sistemas SAR UWB como o CARABAS, o comprimento de onda é maior que a célula de resolução. De forma mais detalhada, a resolução do sistema CARABAS é de 2,5 metros, enquanto o comprimento de onda na frequência central é de 5,5 metros [6]. Dessa forma, considerando que há apenas uma única dispersão (*scatter*) por célula de resolução, e que pequenos objetos são fracamente refletidos, pode-se afirmar que o sistema não será sensível à rugosidade do solo e ao dossel da floresta, bem como a presença de arbustos, folhas, pequenos galhos, dentre outros objetos de natureza e escala semelhantes. Essa característica torna o ruído decorrente de *speckles* muito baixo [13], [1]. Em complemento, para sistemas SAR UWB de baixa frequência, as dispersões de 5 metros ou superiores não mudam entre as medições, mesmo para intervalos de tempo de horas ou dias. Para ilustrar essa questão, a Fig. 1 traz duas imagens do sistema CARABAS II, coletadas em missões distintas.

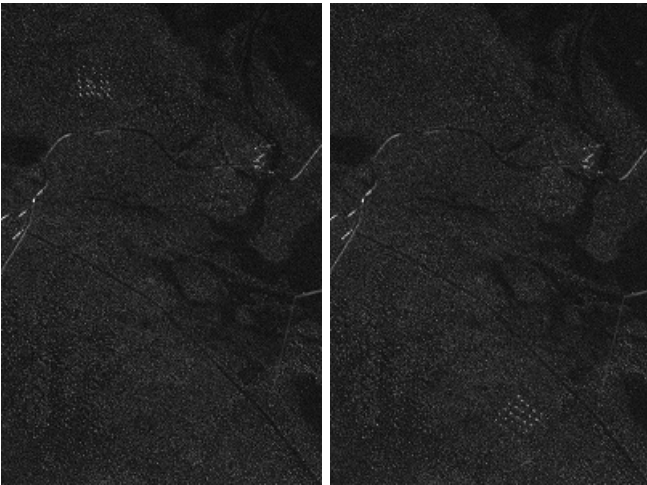


Fig. 1. Imagens SAR VHF do sistema CARABAS II. Da esquerda para a direita: missão 3 trajeto 6 e missão 5 trajeto 5.

Assim como as imagens trazidas pela Fig. 1, as imagens contidas no conjunto de dados utilizados por esse trabalho apresentam a mesma área de cobertura e são resultados de um experimento realizado em uma zona militar restrita, sendo que nenhum alvo foi adicionado ou removido da cena durante os voos de uma mesma missão. Para cada missão, foram geradas imagens considerando diferentes geometrias de voo (trajetos). Em complemento, as imagens geradas apresentam uma resolução de 1 *pixel* por metro quadrado, sendo assim, para a área total do experimento, cada imagem contém ao todo 6 milhões de *pixels* exibidos numa estrutura de 3000 linhas por 2000 colunas. Outros dados sobre as imagens que são

utilizadas nas análises apresentadas podem ser encontrados na TABELA I. Em complemento aos dados contidos na TABELA I, pode-se comentar que o sistema opera com um *range* de 12 km e um ângulo de incidência de 58°.

TABELA I
INFORMAÇÕES SOBRE OS DADOS.

k	Pos. Alvos	Flight Heading	Target Heading	Missão	Trajeto
1	SE+	230°	315°	3	5
2	SE+	230°	315°	3	6
3	ID-	230°	270°	5	5
4	SE-	225°	225°	2	1
5	SE+	225°	315°	3	1
6	ID+	225°	225°	4	1
7	ID-	225°	270°	5	1

Analisando a Fig. 1, é possível observar os alvos (*deployments*) contidos em ambas as imagens. Os alvos estão localizados no canto superior esquerdo (SE) para a imagem da esquerda e no canto inferior direito (ID) para a imagem da direita. De maneira simples, pode-se considerar que uma dada imagem, \mathcal{I}_k , em que k representa o índice da imagem, é composta por um plano de fundo contendo possíveis alvos, de tal forma que

$$\mathcal{I}_k = \mathcal{B}_k + \mathcal{T}_k + \mathcal{N}_k \quad (2)$$

em que \mathcal{B}_k representa a matriz de informação do plano de fundo, \mathcal{T}_k uma matriz contendo a informação dos alvos e \mathcal{N}_k uma matriz contendo o ruído.

Uma estratégia de CD comumente encontrada na literatura consiste em gerar uma imagem-diferença a partir de um par de imagens. Geralmente, essa estratégia vem acompanhada de outras etapas de processamento, envolvendo a aplicação de filtros, operações morfológicas (e.g., dilatação e erosão), dentre outras. A rigor, a detecção por imagem-diferença segue considerando que para uma mesma cena, \mathcal{B}_k é constante. Logo, as mudanças (ou alvos) são detectadas fazendo $\mathcal{I}_1 - \mathcal{I}_2 = \mathcal{T}_1 - \mathcal{T}_2 + \mathcal{N}_d$, em que \mathcal{N}_d é o termo de ruído da imagem diferença. Dessa forma, encontrando uma maneira de eliminar ou mitigar o ruído, restam apenas as mudanças positivas e negativas. Contudo, assim como discutido na Seção I, sabe-se que algumas estruturas alongadas e determinados objetos podem causar variações em \mathcal{B}_k , resultando, portanto, em falsos alarmes.

Visando evitar os falsos alarmes, busca-se com a RPCA abordar o problema de outra perspectiva, separando a informação que esteja mais descorrelacionada dentre as imagens ao longo do tempo, que, possivelmente, serão os alvos. Uma estratégia simples para a utilização da RPCA para essa aplicação, segue de forma semelhante à aplicação em vídeos de vigilância, comentada anteriormente na Seção II.

Primeiramente, transformam-se as imagens \mathcal{I}_k de H *pixels* de altura por W *pixels* de largura em vetores $\hat{\mathcal{I}}_k$ de dimensões $W \times H$. Na sequência, os vetores são organizados (empilhados) na matriz X , que terá 6×10^6 colunas e duas ou mais linhas (quantidade de imagens) para as imagens do sistema CARABAS II. Dessa forma, considerando que na matriz X os alvos estejam mais descorrelacionados do que o conteúdo

de ruído, bem como do que as perturbações que resultam nos falsos alarmes, espera-se que através da aplicação da RPCA seja possível isolar os alvos na matriz S , mediante a escolha de um λ adequado. Na sequência, a Seção IV apresentará os resultados para duas abordagens: detecção com pares de imagens e detecção com pilhas de imagens.

IV. RESULTADOS

Para a realização das análises foi utilizada uma implementação da RPCA via PCP feita em Matlab, disponível em [14]. O parâmetro de regularização, λ , foi escolhido empiricamente, mediante diversas repetições dos experimentos com diferentes valores. Vale observar que a escolha de um valor para λ será dependente da estratégia de implementação da RPCA adotada, bem como da estatística e dimensões da matriz de entrada X , que, por sua vez, dependerá do conjunto de imagens utilizado. Dito isso, como $R \ll W \times H$, o valor padrão proposto em [7] seria de $\lambda = \frac{1}{\sqrt{W \times H}}$. No entanto, os melhores resultados foram observados para valores maiores, em torno de 9 vezes. Dessa forma, para ambas as abordagens analisadas, foi definido $\lambda = \frac{9}{\sqrt{6 \times 10^6}} = 0.0037$.

Vale comentar que para todos os resultados apresentados não ocorreu a utilização de filtros, operações morfológicas e aplicação de limiares, como parte da estratégia de CD, conforme observado em outros trabalhos [2]. Para ambas as abordagens, são considerados alvos todos os valores diferentes de zero resultantes da média das linhas da matriz esparsa S , sendo estes circulos de forma automática. Nesse contexto, foi utilizada apenas uma operação de dilatação para melhorar a visibilidade dos alvos nas figuras deste artigo.

Para a abordagem com pares de imagens (abordagem 1), foram avaliados dois pares distintos, formados com as seguintes imagens descritas na TABELA I: (a) imagens 2 e 3; e (b) imagens 1 e 3. Os resultados para os pares (a) e (b) são ilustrados, respectivamente, pelas Fig. 2 e 3.

Analisando a Fig. 2, pode-se observar no quadrante superior esquerdo, circulos na cor azul, os alvos que desapareceram da primeira para a segunda cena. Ao todo, foram detectados 20 dos 25 alvos que desaparecem. No quadrante inferior direito, circulos na cor vermelha, encontra-se os alvos que surgiram na segunda cena. Destes, foram detectados todos os 25 alvos. Também pode-se observar a presença de dois falsos alarmes, no lado esquerdo próximo ao centro da imagem.

Neste ponto, vale apenas observar que mesmo para uma matriz de entrada X de posto 2, a separação do conteúdo desejado foi realizada, ainda que retornando uma matriz L de mesmo valor de posto. Ou seja, pode-se ir adicionando informação à matriz S , variando sua cardinalidade, ao se ajustar o parâmetro de regularização λ . Do ponto de vista da aplicação, isso permite que exista um balanceamento entre PD e FAR, permitindo melhorar a PD ao custo de se elevar a FAR. No resultado trazido pela Fig. 2, os alvos não detectados poderiam ser visto ao se operar com um valor de λ menor, contudo, isso elevaria o número de falsos alarmes.

Dessa forma, pode-se afirmar que a configuração utilizada apresentou uma situação de equilíbrio para as variáveis conflitantes. Essa questão também pode ser observada nas análises

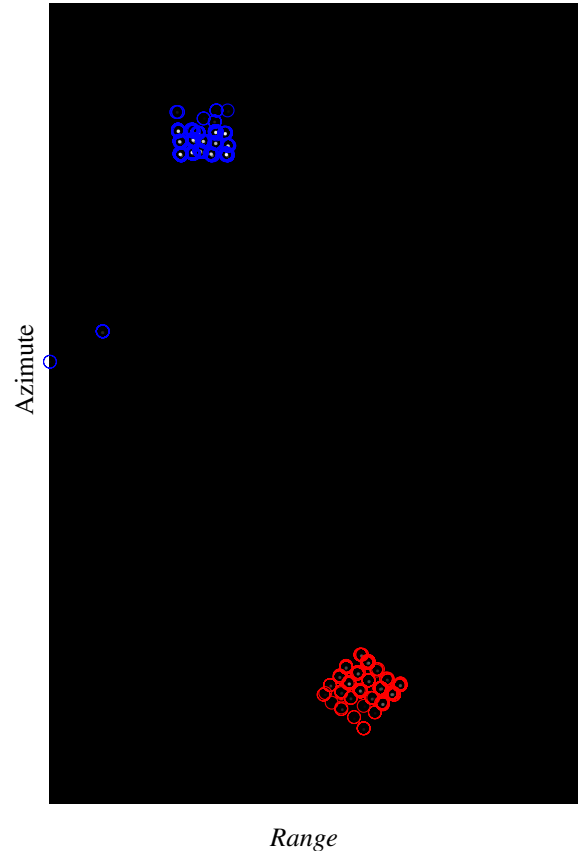


Fig. 2. Resultados da abordagem 1 utilizando um par formado com as imagens 2 e 3.

envolvendo o par (b), que é considerado um par de imagens ruim [5]. Analisando a Fig. 3, observa-se um acréscimo no número de falsos alarmes e uma pequena redução no número de alvos detectados, resultado esperado para esse tipo de par de imagens.

Para a abordagem de detecção com pilhas de imagens (abordagem 2), foram utilizadas as imagens de 4-7, descritas na TABELA I. Estas são imagens de uma mesma geometria de voo obtidas em missões distintas. Dessa forma, a mudança na posição dos alvos ocorrerá em cada uma das imagens. Como pode-se observar, a Fig. 4 apresenta a mudança dos alvos detectados em cada uma das cenas. Para as missões 2, 4 e 5, todos os alvos foram detectados, a exceção está nos 25 alvos da missão 3, dos quais 23 foram detectados. Também pode-se observar a presença de poucos falsos alarmes.

V. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma avaliação da RPCA como ferramenta de CD para imagens de sistemas SAR UWB que operam na faixa de frequência VHF. Os resultados preliminares de duas abordagens para a utilização da RPCA foram apresentados, sendo que, para fins de avaliação, foram utilizadas algumas imagens providas pelo sistema CARABAS II. Para a abordagem 1, apesar de uma comparação direta com o algoritmo de CD da FOI [5] não ter sido realizada nesse momento por divergências de parâmetros entre os dois sistemas, pode-se afirmar que os resultados preliminares são compatíveis e

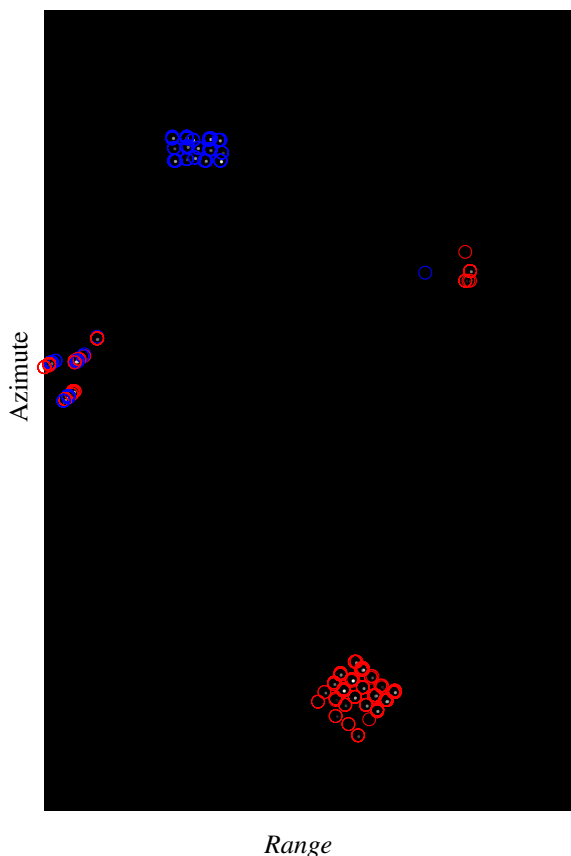


Fig. 3. Resultados da abordagem 1 utilizando um par formado com as imagens 1 e 3.

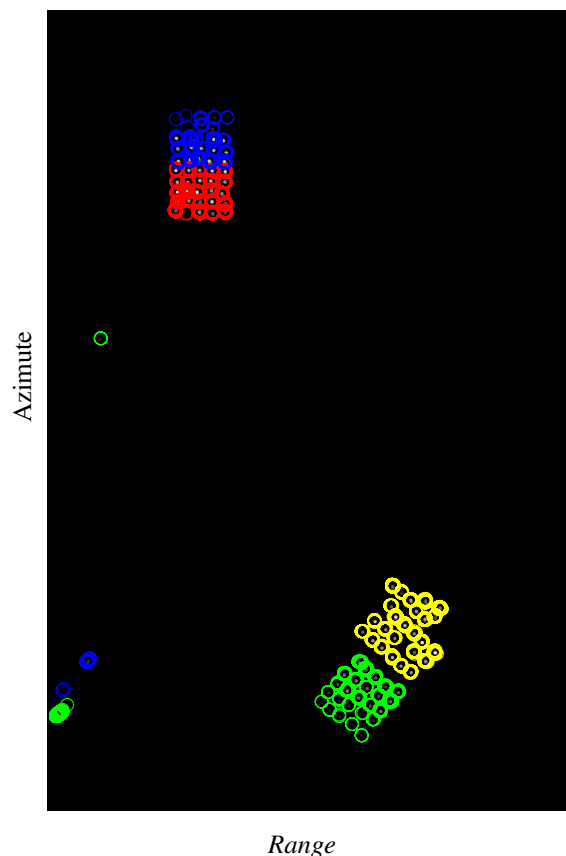


Fig. 4. Resultados da abordagem 2 para uma pilha formada com as imagens de 4 a 7.

satisfatórios. Também pode-se afirmar que os resultados para a abordagem 2 são promissores, uma vez que os alvos das quatro missões foram detectados quase que em sua totalidade, mantendo uma quantidade baixa de falsos alarmes. Ambas as abordagens merecem ser investigadas com mais profundidade em trabalhos futuros.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a *Swedish Defence Research Agency (FOI)* e Saab AB pelo fornecimento dos dados SAR CARABAS II e pelo apoio financeiro concedido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Código de Financiamento 001 (Pró-Defesa IV) e através da bolsa PNP/DCAPES do PG/EEC ITA (processo 88882.316964/2019-01).

REFERÊNCIAS

- [1] R. Machado, V. T. Vu, M. I. Pettersson, P. Dammert, and H. Hellsten, "The stability of UWB low-frequency SAR images," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 13, no. 8, pp. 1114–1118, Aug 2016.
- [2] V. T. Vu, M. I. Pettersson, R. Machado, P. Dammert, and H. Hellsten, "False alarm reduction in wavelength-resolution SAR change detection using adaptive noise canceler," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 55, no. 1, pp. 591–599, Jan 2017.
- [3] J. C. Curlander and R. N. McDonough, *Synthetic Aperture Radar - Systems And Signal Processing*. John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [4] J. R. Santos, C. C. Freitas, L. S. Araujo, L. V. Dutra, J. C. Mura, F. F. Gama, L. S. Soler, and S. J. Sant'Anna, "Airborne P-band SAR applied to the aboveground biomass studies in the brazilian tropical rainforest," *Remote Sensing of Environment*, vol. 87, no. 4, pp. 482 – 493, 2003.
- [5] L. M. Ulander, P.-O. Froelind, A. Gustavsson, H. Hellsten, and B. Larsson, "Detection of concealed ground targets in CARABAS SAR images using change detection," *Proc.SPIE*, vol. 3721, pp. 3721 – 3721 – 10, 1999. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1117/12.357641>
- [6] L. M. H. Ulander and M. Lundberg, "Modeling of change detection in VHF and UHF-band SAR," in *7th European Conference on Synthetic Aperture Radar*, June 2008, pp. 1–4.
- [7] E. J. Candès, X. Li, Y. Ma, and J. Wright, "Robust principal component analysis?" *J. ACM*, vol. 58, no. 3, pp. 11:1–11:37, Jun. 2011. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/1970392.1970395>
- [8] L. Borcea, T. Callaghan, and G. Papanicolaou, "Synthetic aperture radar imaging and motion estimation via robust principal component analysis," *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 6, no. 3, pp. 1445–1476, 2013.
- [9] H. Yan, R. Wang, F. Li, Y. Deng, and Y. Liu, "Ground moving target extraction in a multichannel wide-area surveillance SAR/GMTI system via the relaxed PCP," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 10, no. 3, pp. 617–621, May 2013.
- [10] D. Yang, X. Yang, G. Liao, and S. Zhu, "Strong clutter suppression via RPCA in multichannel SAR/GMTI system," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 12, no. 11, pp. 2237–2241, Nov 2015.
- [11] Y. Huang, G. Liao, J. Xu, J. Li, and D. Yang, "GMTI and parameter estimation for MIMO SAR system via fast interferometry RPCA method," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 56, no. 3, pp. 1774–1787, March 2018.
- [12] T. Bouwmans and E. H. Zahzah, "Robust PCA via principal component pursuit: A review for a comparative evaluation in video surveillance," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 122, pp. 22 – 34, 2014.
- [13] G. Smith and L. M. H. Ulander, "A model relating VHF-band backscatter to stem volume of coniferous boreal forest," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 38, no. 2, pp. 728–740, March 2000.
- [14] D. Laptsev. (2014) Available: <https://github.com/dlaptsev/RobustPCA>