

Estimação de Componentes de Multipercurso para Receptor Tensorial de GPS de 2^a e 3^a Geração

Fábio L. L. de Mendonça, Daniel Valle de Lima, Mateus da Rosa Zanatta, João Paulo C. L. da Costa, Ricardo Kehrle Miranda, André L. F. de Almeida e Rafael T. de Sousa Jr.

Resumo— Sistemas de Satélites de Navegação Global (GNSS), como *Global Positioning System* (GPS), são essenciais para aplicações que necessitam de posicionamento preciso, como carros autônomos e aviação civil, particularmente sob cenários nos quais componentes de multipercurso estão presentes. Métodos tensoriais de estimação de atraso podem ser aplicados a GPS de segunda e terceira gerações para mitigar o efeito de componentes de multipercurso. No entanto, estes métodos pressupõem o conhecimento prévio da quantidade de componentes de multipercurso. Neste artigo é proposto a utilização de esquema de seleção de ordem do modelo (MOS) baseado em função discriminante.

Palavras-Chave— GNSS, GPS3, Seleção de Ordem do Modelo.

Abstract— Global Navigation Satellite Systems (GNSS), such as *Global Positioning System* (GPS), are crucial for applications which require accurate positioning, such as autonomous vehicles and civil aviation, particularly under scenarios in which multipath components are present. Tensor-based time-delay estimation methods can be applied to second and third generation GPS to mitigate the effect of multipath components. These methods, however, assume the amount of multipath components are known. In this paper we propose a model order selection (MOS) method based on a discriminant function.

Keywords— GNSS, GPS3, Model Order Selection (MOS).

I. INTRODUÇÃO

A medida que Sistemas de Satélites de Navegação Global, do inglês *Global Navigation Satellite Systems* (GNSS), se tornam ubíquos, suas aplicações têm se tornado essenciais em várias áreas, como aviação civil, veículos autônomos, defesa e sincronização de redes críticas. Receptores GNSS precisam de sinais de linha de visada, do inglês *line of sight* (LOS), de pelo menos quatro satélites para estimação de posição. Devido a reflexões no ambiente, ocorre a presença de componentes de multipercurso, não-linha de visada (NLOS). A superposição de componentes LOS e NLOS degrada a estimação de atraso e a estimação da posição. Receptores GNSS estado da arte com apenas uma antena são extremamente sensíveis a efeitos de multipercurso [1]–[3]. Dessa

Fábio Mendonça, e-mail: fabio.mendonca@redes.unb.br, Daniel Valle de Lima, e-mail: daniel.vallelim@gmail.com, Mateus da Rosa Zanatta, e-mail: mateus.zanatta@redes.unb.br, João Paulo C. L. da Costa, e-mail: joaopaulo.dacosta@ene.unb.br, Ricardo Kehrle Miranda, e-mail: rickehrle@gmail.com e Rafael T. de Sousa Jr., e-mail: desousa@unb.br fazem parte do Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília-DF.

Mateus da Rosa Zanatta, e-mail: mateus.zanatta@redes.unb.br faz parte do curso de Engenharia de Computação, Sociedade Educacional Três de Maio, Três de Maio-RS.

André L. F. de Almeida, e-mail: andre.almeida@ieee.org faz parte do Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE.

forma, métodos tensoriais utilizando arranjos de antenas têm sido propostos para mitigar os efeitos de multipercurso sob a estimação de atraso. Em [4], os autores propuseram um auto-filtro tensorial utilizando decomposição em valores singulares de alta ordem, do inglês *Higher-Order Singular Value Decomposition* (HOSVD), média frente-costas, do inglês *forward-backward averaging* (FBA), suavização espacial, do inglês *spatial smoothing* (SPS), e um banco correlator comprimido para mitigação de multipercurso e estimação do atraso. Em [5], uma abordagem de três etapas baseada em estimação de direção de chegada e fatorização Khatri-Rao foi proposta para mitigação de multipercurso e estimação de atraso. Em [6] foi proposto um método utilizando decomposição Poliádica Canônica por Decomposição em Autovalores Generalizada (CPD-GEVD) que se mostrou robusto na mitigação de multipercursos e imperfeições no arranjo de antenas. Em [7], métodos tensoriais estados da arte [4]–[6] foram aplicados a GPS de terceira geração (GPS3). Ademais, GPS3 é robusto contra componentes de multipercurso, quando comparado ao GPS de segunda geração (GPS2), devido à modulação com portadora binária deslocada e multiplexada no tempo, do inglês *Time Multiplexed Binary Offset Carrier* (TMBOC) [8]–[10].

Em [11] os autores demonstraram que a decomposição poliádica canônica por diagonalização simultânea (SECSI) pode ser aplicada com sinais GPS2 e GPS3, e que esta técnica tem desempenho melhor que CPD-GEVD na presença de sinais altamente correlacionados.

Entretanto, os métodos tensoriais do estado da arte aplicados a receptores GNSS com arranjos de antenas supõem que a ordem do modelo é conhecida. Neste artigo propomos o uso de métodos para seleção da ordem do modelo, do inglês *Model Order Selection* (MOS). Para MOS, sob um número estático de componentes, é proposto o uso do método baseado em função discriminante [12], do inglês *Discriminant Function Based Method* (DFBM).

A literatura de MOS baseado em técnicas matriciais é extensiva, e inclui as seguintes abordagens do estado da arte para MOS: Critério de Informação de Akaike 1-D (1-D AIC) [13], Critério de Informação de Bayes 1-D (1-D BIC) [14], *Minimum Description Length* 1-D (1-D MDL) [13], *Eigenvalue Fitting Test* (EFT) [15], EFT modificado (M-EFT) [13], RADOI [16] e ESTER baseado em subespaço [17]. Na literatura também encontramos MOS tensorial [18], como R-D AIC [19], R-D BIC [20], R-D MDL [19], [21], R-D EFT [13]. Dessa forma, avaliamos o método MOS mais adequado para ambos GPS2 e GPS3. Após simulações, o método RADOI mostrou-se eficiente na estimação da ordem do modelo em am-

bientes em que há sinais de vários satélites. Assim, propomos a utilização da técnica RADOI para realização da estimação de componentes de multipercurso em receptores tensoriais de GPS3 e GPS2.

Este artigo é dividido em 6 seções. Na Seção II é descrita a notação utilizada. Na Seção III é apresentado o modelo de dados, com a descrição do modelo pré e pós-correlação nas Subseções III-A e III-B. Na Seção IV encontra-se o método de seleção de ordem do modelo proposta incorporado para aplicações de receptores GNSS baseados em arranjo de antenas. Na Seção V mostram-se os resultados de simulações numéricas. Na Seção VI são apresentadas as conclusões.

II. NOTAÇÃO

Nesta Seção é apresentada a notação utilizada neste artigo. Escalares são representados por itálicos (a , b), vetores por letras minúsculas em negrito (\mathbf{a} , \mathbf{b}), matrizes por letras maiúsculas em negrito (\mathbf{A} , \mathbf{B}), e tensores por letras caligráficas em negrito (\mathcal{A} , \mathcal{B}). Os sobrescritos T , $*$, H , -1 , e $+$ denotam transposição, conjugado, transposição conjugada (Hermitiana), inversão de matriz, e pseudoinversa, respectivamente.

Para um vetor $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^N$, o n -ésimo elemento é indicado por a_n . Para uma matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$, sua m -ésima linha é representado por $\mathbf{A}_{m,\cdot}$ e sua n -ésima coluna é representada por $\mathbf{A}_{\cdot,n}$, já o elemento na m -ésima linha e n -ésima coluna é representado por $\mathbf{A}_{m,n}$. O operador $\text{dediag}\{\cdot\}$ transforma um vetor numa matriz diagonal. O operador \diamond denota o produto Khatri-Rao.

O desdobramento de n -ésimo modo de um tensor \mathcal{A} é representado por $[\mathcal{A}]_{(n)}$, que é a forma matricial de \mathcal{A} obtida variando o n -ésimo índice na direção das linhas e empilhando os outros índices junto às colunas de $[\mathcal{A}]_{(n)}$. O produto modo- n do tensor \mathcal{A} e a matriz \mathbf{B} é representada por $\mathcal{A} \times_n \mathbf{B}$. O tensor identidade de N -ésima ordem $\mathcal{I}_{N,L} \in \mathbb{R}^{L \times \dots \times L}$ é um tensor de tamanho L , cujos elementos são iguais a 1 quando os N índices são iguais e zero caso contrário.

III. MODELO DE DADOS

Esta seção descreve como o tensor de recepção é construído na Subseção III-A. Finalmente, na Subseção III-B, o modelo de dados pós-correlação é definido para GPS2 e GPS3.

A. Modelo de Dados Pré-Correlação

O sinal banda base na saída das M antenas de um arranjo recebendo uma sequência pseudoaleatória, do inglês *pseudo-random sequence* (PRS), com N amostras, durante a k -ésima época (período de código) da PRS é

$$\mathbf{X}_k = \tilde{\mathbf{A}} \text{dediag}\{\tilde{\gamma}_k\} \tilde{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{N}}_k \in \mathbb{C}^{M \times N}, \quad (1)$$

onde $\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{a}(\phi_1), \dots, \mathbf{a}(\phi_L)] \in \mathbb{C}^{M \times L}$ coleta as respostas do arranjo com $\mathbf{a}(\phi_\ell) \in \mathbb{C}^M$ sendo o vetor de direcionamento do arranjo com ângulo azimutal ϕ_ℓ do ℓ -ésimo sinal, $\tilde{\gamma}_k = [\tilde{\gamma}_k^{(1)}, \dots, \tilde{\gamma}_k^{(L)}]^\text{T} \in \mathbb{C}^L$ é o vetor de amplitudes complexas, e $\tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{c}_1[\tau_1^{(1)}], \dots, \mathbf{c}_1[\tau_{\ell_1}^{(1)}], \dots, \mathbf{c}_D[\tau_{\ell_d}^{(D)}], \dots, \mathbf{c}_D[\tau_{L_D}^{(D)}]] \in \mathbb{R}^{L \times N}$ coleta a PRS, portadora L1C no caso do GPS3, com $\mathbf{c}_d[\tau_{\ell_d}^{(d)}] \in \mathbb{C}^N$ representando a PRS com atraso $\tau_{\ell_d}^{(d)}$ para o

ℓ_d -ésimo componente de sinal do d -ésimo satélite, e $\tilde{\mathbf{N}}$ é ruído Gaussiano branco.

Coletando todas K épocas utilizando empilhamento vertical tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} \text{dediag}\{\tilde{\gamma}_1\} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{A}} \text{dediag}\{\tilde{\gamma}_K\} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{N}}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{N}}_K \end{bmatrix}, \quad (2) \\ &= (\tilde{\mathbf{\Gamma}}^\text{T} \diamond \tilde{\mathbf{A}}) \tilde{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{N}} \in \mathbb{C}^{MK \times N}, \quad (3) \end{aligned}$$

em que $\tilde{\mathbf{\Gamma}} = [\tilde{\gamma}_1, \dots, \tilde{\gamma}_K] \in \mathbb{C}^{L \times K}$ acumula as K amplitudes complexas.

Considerando (3) como o desdobramento de segundo modo transposto de um tensor \mathcal{X} temos

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (\tilde{\mathbf{\Gamma}}^\text{T} \diamond \tilde{\mathbf{A}}) \tilde{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{N}} \quad (4) \\ &= \left(\tilde{\mathbf{C}}^\text{T} (\tilde{\mathbf{\Gamma}}^\text{T} \diamond \tilde{\mathbf{A}})^\text{T} \right)^\text{T} + [\mathcal{N}]_{(2)}^\text{T} = [\mathcal{X}]_{(2)}^\text{T}, \quad (5) \end{aligned}$$

e o tensor de recepção \mathcal{X} tem a seguinte composição em produtos modo- n :

$$\mathcal{X} = \mathcal{I}_{3,L} \times_1 \tilde{\mathbf{\Gamma}}^\text{T} \times_2 \tilde{\mathbf{C}}^\text{T} \times_3 \tilde{\mathbf{A}} + \mathcal{N}. \quad (6)$$

B. Modelo de Dados Pós-Correlação

Para separar os L_d componentes de sinal do d -ésimo satélite, o receptor GNSS utiliza um banco correlator comprimido relacionado ao d -ésimo satélite. Assim o receptor GNSS aplica D bancos correlatores ao sinal recebido, obtendo D sinais de saída. Os bancos correlatores permitem acesso múltiplo por divisão de código, do inglês *code division multiple access* (CDMA), e portanto possibilitam estimar parâmetros de sincronização como atraso e fase de portadora de cada satélite em paralelo. A compressão do banco correlator preserva a informação do banco necessárias para estimação de atraso. Definimos o d -ésimo banco correlator com Q saídas (*taps*) como

$$\mathbf{Q}_d = [\mathbf{c}_d[\tau_1] \quad \dots \quad \mathbf{c}_d[\tau_Q]] \in \mathbb{C}^{N \times Q}, \quad (7)$$

com $\tau_1 < \dots < \tau_Q$ e a q -ésima sequência de referência $\mathbf{c}_d[\tau_q]$ correspondente ao q -ésimo “tap”. Os Q vetores singulares à esquerda da decomposição em valores singulares de \mathbf{Q}_d ,

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}_\omega^{(d)} \Sigma \mathbf{V}^\text{H} \quad (8)$$

calcula o banco correlator comprimido

$$\mathbf{Q}_\omega^{(d)} = \mathbf{Q}_d (\Sigma \mathbf{V}^\text{H})^{-1} \quad (9)$$

que realiza a correlação cruzada sem colorir o ruído [22] na saída do banco correlator, no entanto, a saída em relação ao sinal é alterada. Dessa forma $\mathbf{Q}_\omega^{(d)}$ fornece uma função de correlação cruzada com o componente LOS do sinal. De acordo com [4] o tensor do sinal recebido pode ser correlacionado com $\mathbf{Q}_\omega^{(d)}$ para separar o d -ésimo satélite dos

outros satélites, assim obtendo

$$\mathbf{y} = \mathcal{X} \times_2 (\mathbf{Q}_\omega^{(d)})^T \quad (10)$$

$$= \mathcal{I}_{3,L_d} \times_1 \tilde{\mathbf{\Gamma}}^T \times_2 (\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{Q}_\omega^{(d)})^T \times_3 \tilde{\mathbf{A}} + \mathcal{N} \times_2 (\mathbf{Q}_\omega^{(d)})^T + \mathcal{M} \quad (11)$$

$$= \mathcal{I}_{3,L_d} \times_1 \mathbf{\Gamma}^T \times_2 (\mathbf{C}\mathbf{Q}_\omega^{(d)})^T \times_3 \mathbf{A} + \mathcal{N}_\omega + \mathcal{M} \quad (12)$$

$$\approx \mathcal{I}_{3,L_d} \times_1 \mathbf{\Gamma}^T \times_2 (\mathbf{C}\mathbf{Q}_\omega^{(d)})^T \times_3 \mathbf{A} + \mathcal{N}'_\omega, \quad (13)$$

onde $\mathcal{I}_{3,L_d} \in \mathbb{R}^{L_d \times L_d \times L_d}$ é o tensor identidade, $\mathbf{\Gamma}^T \in \mathbb{C}^{K \times L_d}$ coleta as amplitudes complexas dos L_d componentes de sinal do satélite d obtidos da matriz $\tilde{\mathbf{\Gamma}}$, $(\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{Q}_\omega^{(d)})^T \in \mathbb{R}^{Q \times L_d}$, e $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times L_d}$ corresponde às L_d respostas do satélite d de $\tilde{\mathbf{A}}$, e portanto \mathbf{A} não varia durante a amostragem pois mudanças de L_d são relacionadas a mudanças no ambiente. Além disso $\mathcal{N}'_\omega \in \mathbb{C}^{K \times Q \times M}$ é o tensor de ruído Gaussiano branco pós-correlação. O tensor \mathcal{M} é a interferência de múltiplo acesso dos outros satélites e seus respectivos componentes de sinal. Porém, sendo o tensor \mathcal{M} aproximadamente zero, já que os códigos são descorrelacionados, este é desconsiderado.

IV. SELEÇÃO DE ORDEM DO MODELO

Na literatura de estimação de atraso [5]–[7] é suposto que a ordem do modelo já é conhecida a priori. Na prática a ordem do modelo tem um papel fundamental dado que erro na ordem do modelo compromete tanto as técnicas matriciais como tensoriais. Um *framework* (algébrico) completo de estimação de atraso necessariamente incluiria métodos de MOS, como mostrado na Figura 1.

Nesta seção introduzimos a técnica de MOS proposta. O método RADOI [16] é utilizado para estimar o número de componentes de sinal do d -ésimo satélite.

Para aplicar uma técnica matricial de MOS no tensor \mathcal{Y} de (13), calculamos a matriz de covariância amostral $\hat{\mathbf{R}}_{yy}$ obtida do desdobramento de terceiro modo do tensor $[\mathcal{Y}]_{(3)}$ de (13) e sua decomposição em autovalores

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{KQ} [\mathcal{Y}]_{(3)} [\mathcal{Y}]_{(3)}^H \quad (14)$$

$$= \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H + \mathbf{R}_{qq}, \quad (15)$$

onde $\mathbf{R}_{yy} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ é uma matriz Hermitiana, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_M] \in \mathbb{C}^{M \times M}$ é uma matriz unitária contendo os autovetores, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_M\} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ é uma matriz diagonal contendo os autovalores em ordem decrescente λ_i , tal que $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_M$, e a matriz de covariância do banco correlator $\mathbf{R}_{qq} \in \mathbb{C}^{M \times M}$. Além destes, definimos $\mathbf{U}^{(s)} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_P] \in \mathbb{C}^{M \times P}$ como a matriz truncada composta por P autovetores de \mathbf{U} correspondendo aos P maiores autovalores de $\mathbf{\Lambda}$. No caso em que $P = L_d$, os autovetores dominantes $\mathbf{U}^{(s)} \in \mathbb{C}^{M \times L_d}$ e espaço de coluna da matriz de direção \mathbf{A} “varrem” o mesmo subespaço.

O algoritmo RADOI resolve o seguinte problema de otimização

$$\hat{L}_d = \arg \min_P \text{RADOI}(P), \text{ com} \quad (16)$$

$$\text{RADOI}(P) = \lambda_{P+1} \left(\sum_{i=2}^M \lambda_i \right)^{-1} - \xi_P \left(\sum_{i=1}^{M-1} \xi_i \right)^{-1}, \quad (17)$$

onde

$$\xi_P = 1 - \frac{\alpha_R (\lambda_P - \hat{\sigma}_P^2)}{\hat{\sigma}_P^2} \quad (18)$$

$$\hat{\sigma}_P^2 = \frac{1}{M-P} \sum_{i=P+1}^M \lambda_i \quad (19)$$

e α_R é definido como

$$\alpha_R = \left[\arg \max_P \frac{(\lambda_P - \hat{\sigma}_P^2)}{\hat{\sigma}_P^2} \right]^{-1}, \quad (20)$$

onde α_R é o inverso do índice P correspondendo a maior diferença normalizada entre λ_P e $\hat{\sigma}_P^2$.

V. SIMULAÇÕES

Seguindo [7], consideramos um arranjo linear uniforme centro-Hermitiano de $M = 8$ elementos e espaçamento de meio comprimento de onda. O canal piloto LIC dos satélites de $PRS = 17, 3$ e 4 . Portadora de frequência $f = 1575,42$ MHz, período $t_{3a} = 10$ ms, com largura de banda $B = 12.276$ MHz. A amostragem é feita durante $K = 30$ épocas com $N = 245520$ amostras coletadas por época. A razão portadora-ruído é $C/N_0 = 48$ dB-Hz, resultando numa SNR pré-correlação $SNR_{\text{pré}} = C/N_0 - 10 \log_{10}(2B) \approx -25,10$ dB. Dado ganho de processamento $G = 10 \log_{10}(Bt) \approx 50,9$ dB, a SNR pós-correlação $SNR_{\text{pós}} \approx 25$ dB. A razão sinal-multipercurso é $SMR_1 = 5$ dB e $SMR_2 = 10$ dB para o primeiro e segundo multipercurso, respectivamente. O atraso relativo entre sinal LOS e NLOS é de $\Delta\tau = 0,5T_c$.

O parâmetro de desempenho observado é a probabilidade de detecção, do inglês *Probability of Detection* (PoD).

A. Probabilidade de detecção para 1 satélite

Nesta Subseção é estimada a PoD quando há o sinal recebido de $d = 1$ satélite, $PRS = 17$. Nas Figuras 2 e 3 é mostrada a PoD para os métodos de MOS para $L_d = 2$ e $L_d = 3$ respectivamente.

Com exceção do AIC, os métodos de MOS tiveram desempenho semelhante.

B. Probabilidade de detecção para 2 satélites

Nesta Subseção é estimada a PoD quando há o sinal recebido de $d = 2$ satélites, $PRS = 17$ e 3 . Nas Figuras 4 e 5 é mostrada a PoD para os métodos de MOS para $L_d = 2$ e $L_d = 3$ respectivamente.

Nesta situação mais realista, apenas o método proposto e ESTER tiveram bom desempenho.

C. Probabilidade de detecção para 3 satélites

Nesta Subseção é estimada a PoD quando há o sinal recebido de $d = 3$ satélites, $PRS = 17, 3$ e 4 . Nas Figuras 6 e 7 é mostrada a PoD para os métodos de MOS para $L_d = 2$ e $L_d = 3$ respectivamente.

Novamente, apenas o método proposto e ESTER tiveram bom desempenho.

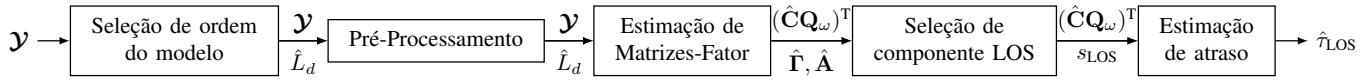


Fig. 1: Diagrama de blocos de *framework* completo de estimação de atraso.

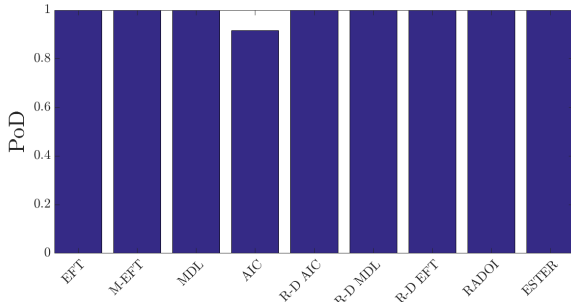


Fig. 2: Probabilidade de detecção, $d = 1$, $L_d = 2$.

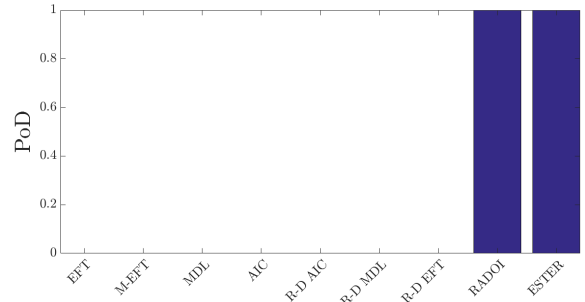


Fig. 6: Probabilidade de detecção, $d = 3$, $L_d = 2$.

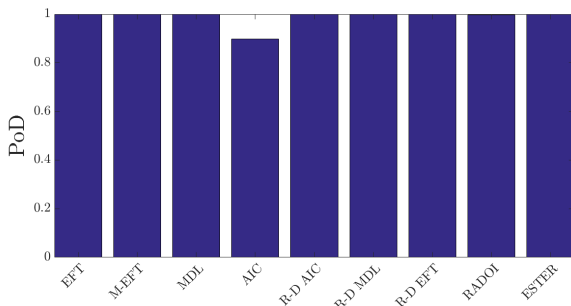


Fig. 3: Probabilidade de detecção, $d = 1$, $L_d = 3$.

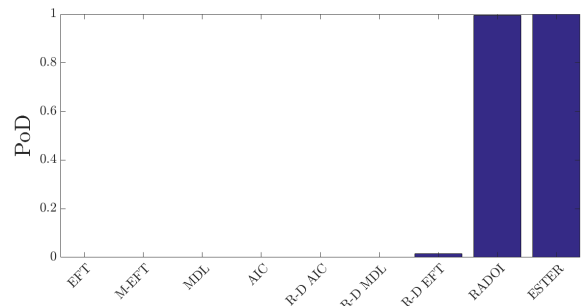


Fig. 7: Probabilidade de detecção, $d = 3$, $L_d = 3$.

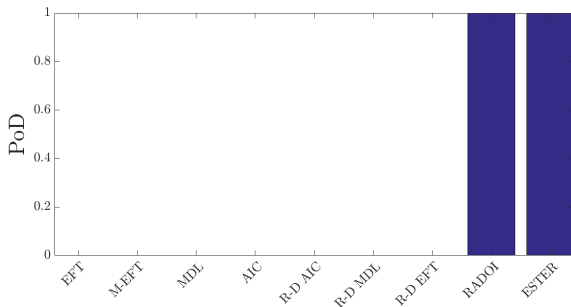


Fig. 4: Probabilidade de detecção, $d = 2$, $L_d = 2$.

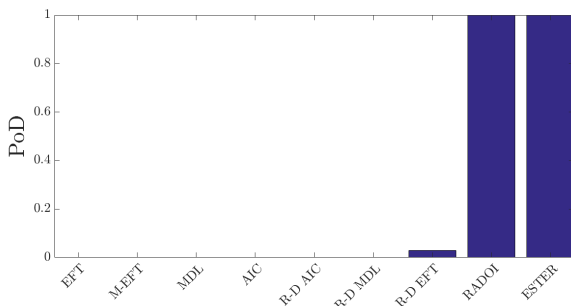


Fig. 5: Probabilidade de detecção, $d = 2$, $L_d = 3$.

D. Probabilidade de detecção com arranjo imperfeito

Nesta Subseção é estimada a PoD quando há o sinal recebido de $d = 1$ satélite incidente sob um arranjo imperfeito (com erros). Nas Figuras 8 e 9 é mostrada a PoD para os métodos de MOS para $L_d = 2$ e $L_d = 3$ respectivamente.

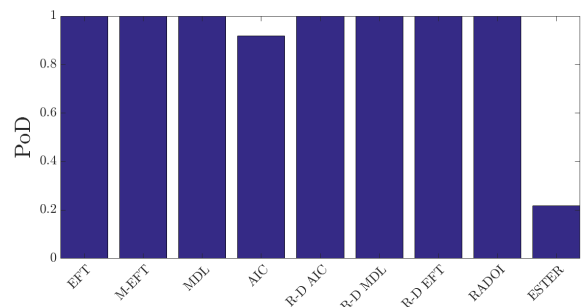


Fig. 8: Probabilidade de detecção com arranjo imperfeito, $d = 1$, $L_d = 2$.

VI. CONCLUSÃO

A técnica de seleção de ordem do modelo proposta para GPS3 demonstrou resultados robustos sob cenário de interferência mútua de outros satélites. Em um cenário estático ideal onde há somente um satélite realizando a transmissão de

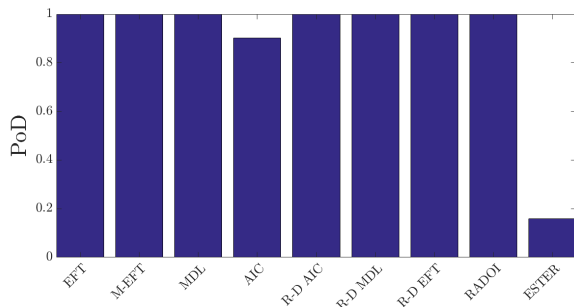


Fig. 9: Probabilidade de detecção com arranjo imperfeito, $d = 1$, $L_d = 3$.

sinais, todas as técnicas MOS mostram-se eficazes na seleção da ordem do modelo. Entretanto, ao adicionar sinais de outros satélites à simulação, somente as técnicas RADOI e ESTER apresentaram resultados acurados de estimação de ordem do modelo. Uma vez que os métodos M-EFT e R-D EFT são baseados no método EFT, ambos apresentam resultados semelhantes. De forma semelhante, R-D MDL é baseado no método MDL e por consequência possuem PoD semelhantes. Entretanto, apesar de R-D AIC ser baseado na técnica AIC estes possuem resultados diferentes. Isso ocorre pelo fato de o método R-D AIC considerar o tensor como um todo e possuir mais informação temporal e espacial para realizar a estimação da ordem do modelo. Ademais, os resultados apresentados mostram que as técnicas EFT, AIC, MDL e suas derivações possuem péssimo desempenho quando $d > 1$. Ao adicionarmos outros satélites à simulação também incluímos ruído colorido ao tensor de dados. Como demonstrado em [16], RADOI é adequado em cenários com ruído colorido.

Adicionalmente, foram realizadas simulações utilizando um arranjo de antenas imperfeito, que possui erros de posicionamento em seus elementos. Durante estas simulações a técnica ESTER mostrou desempenho inferior à técnica RADOI. Este desempenho inferior justifica-se pelo fato de a técnica ESTER utilizar o subespaço do arranjo de antenas para realizar a estimação da ordem do modelo. Dessa forma, a técnica RADOI apresenta-se como a melhor alternativa, uma vez que, apresenta robustez em cenários em que há o recebimento de sinais de vários satélites e não é sensível à imperfeições no posicionamento dos elementos do arranjo de antenas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio do Conselho Nacional de Pesquisa CNPq (Concessões 465741/2014-2 INCT Cybersecurity, 303343/2017-6), CAPES (Concessão 23038.007604/2014-69 FORTE), FAP-DF (Concessões 0193.001366/2016 UIoT, 0193.001365/2016 SSDDC), bem como o Laboratório LATITUDE/UnB (Concessão 23106.099441/2016-43 SDN), o Ministério da Economia (Concessão 005/2016 DIPLA, 011/2016 SEST e 083/2016 ENAP), e o Gabinete de Segurança Institucional da Presidência da República Federativa do Brasil (Concessão 002/2017).

REFERÊNCIAS

- [1] M. S. Braasch e A. Van Dierendonck, "GPS receiver architectures and measurements," *Proceedings of the IEEE*, vol. 87, no. 1, pp. 48–64, 1999.
- [2] R. D. Van Nee, "Spread-spectrum code and carrier synchronization errors caused by multipath and interference," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, no. 4, pp. 1359–1365, 1993.
- [3] B. W. Parkinson e J. J. Spilker, "Global positioning system: Theory and applications," *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)*, vol. 1, 1996.
- [4] B. Hammoud, F. Antreich, J. A. Nossek, J. P. C. L. da Costa, e A. L. F. d. Almeida, "Tensor-based approach for time-delay estimation," em *WSA 2016; 20th International ITG Workshop on Smart Antennas*, Março 2016, pp. 1–7.
- [5] D. V. de Lima, J. P. C. L. da Costa, F. Antreich, e G. Del Galdo, "High resolution time-delay estimation via direction of arrival estimation and Khatri-Rao factorization for multipath mitigation," em *Workshop on Smart Antennas (WSA)*, Berlin, 2017.
- [6] D. V. de Lima, J. P. da Costa, F. Antreich, R. K. Miranda, e G. Del Galdo, "Time-Delay estimation via CPD-GEVD applied to tensor-based GNSS arrays with errors," em *2017 IEEE 7th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP) (IEEE CAMSAP 2017)*, Curaçao, Antilhas Holandesas, Dezembro 2017.
- [7] M. R. Zanatta, R. K. Miranda, J. P. C. L. da Costa, F. Antreich, e D. V. de Lima, "Antenna array based receivers for third generation global positioning system," em *Workshop on Communication Networks and Power Systems*, Novembro 2017.
- [8] Navstar GPS, "Interface specification IS-GPS-800D," Força Aérea dos Estados Unidos, Relatório Técnico, 2013.
- [9] F. D. Côté, I. N. Psaromiligkos, e W. J. Gross, "GNSS modulation: A unified statistical description," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 47, no. 3, pp. 1814–1836, 2011.
- [10] F. Macchi, "Development and testing of an L1 combined GPS-Galileo software receiver," Tese de Doutorado, Universidade de Calgary, 2010.
- [11] M. d. R. Zanatta, F. L. L. de Mendonça, F. Antreich, D. V. de Lima, R. K. Miranda, G. Del Galdo, e J. P. C. L. da Costa, "Tensor-based time-delay estimation for second and third generation global positioning system," *Digital Signal Processing*, vol. 92, pp. 1–19, 2019.
- [12] P. A. Lachenbruch e M. Goldstein, "Discriminant analysis," *Biometrics*, vol. 35, no. 1, pp. 69–85, 1979.
- [13] J. P. C. L. da Costa, M. Haardt, F. Romer, e G. D. Galdo, "Enhanced model order estimation using higher-order arrays," em *2007 Conference Record of the Forty-First Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Novembro 2007, pp. 412–416.
- [14] G. Schwarz, "Estimating the dimension of a model," *The Annals of Statistics*, vol. 6, no. 2, pp. 461–464, Março 1978.
- [15] J. Grouffaud, P. Larzabal, e H. Clergeot, "Some properties of ordered eigenvalues of a Wishart matrix: application in detection test and model order selection," em *1996 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing Conference Proceedings*, vol. 5, Maio 1996, pp. 2463–2466 vol. 5.
- [16] E. Radoi e A. Quinquis, "A new method for estimating the number of harmonic components in noise with application in high resolution radar," *EURASIP J. Appl. Signal Process.*, vol. 2004, pp. 1177–1188, Janeiro 2004.
- [17] R. Badeau, B. David, e G. Richard, "Selecting the modeling order for the ESPRIT high resolution method: an alternative approach," em *2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 2, Maio 2004, pp. ii–1025.
- [18] J. P. C. L. da Costa, F. Roemer, M. Haardt, e R. T. de Sousa, "Multi-dimensional model order selection," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2011, no. 1, p. 26, Julho 2011.
- [19] J. P. C. L. da Costa, *Parameter Estimation Techniques for Multi-Dimensional Array Signal Processing*. Shaker Verlag, 2010.
- [20] J. Xiong, K. Liu, J. P. C. L. da Costa, e W.-Q. Wang, "Bayesian information criterion for multidimensional sinusoidal order selection," em *2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. IEEE, Março 2017.
- [21] K. Liu, J. P. C. da Costa, H. C. So, L. Huang, e J. Ye, "Detection of number of components in CANDECOMP/PARAFAC models via minimum description length," *Digital Signal Processing*, vol. 51, pp. 110–123, 2016.
- [22] J. Selva Vera, "Efficient multipath mitigation in navigation systems," Tese de Doutorado, Universidade Politécnica da Catalunha, 2003.