

Receptor MMSE para sistemas Q-OFDM de baixa resolução

Gabriel Silva, João Dias e Rodrigo de Lamare

Resumo—Os sistemas OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) têm alta relação entre potência de pico e potência média (PAPR), o que resulta em requisito de alta resolução dos conversores Analógico-Digitais (ADC). No entanto, o consumo de energia do sistema é proporcional à resolução desses conversores. Neste trabalho, derivamos um filtro baseado no mínimo erro quadrático médio (MMSE) capaz de mitigar o efeito do ruído de quantização no domínio da frequência em sistemas OFDM quantizados (Q-OFDM) com baixa resolução. Simulações revelam que o modelo proposto resulta em ganho de taxa de erro de bit (BER) em relação aos receptores OFDM tradicionais.

Palavras-Chave—Filtro MMSE, PAPR, Conversores AD, Q-OFDM.

Abstract—Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems have a high Peak-to-Average Power Ratio (PAPR), which results in a high-resolution requirement for analog-to-digital (ADC) converters. However, the system's energy consumption is proportional to the resolution of these converters. In this work, we derive a filter based on the minimum mean square error (MMSE) able to mitigate the effect of quantization noise in the frequency domain in quantized OFDM (Q-OFDM) systems with low resolution. Simulations show that the proposed model results in bit error rate (BER) gain over traditional OFDM receivers.

Keywords—MMSE filter, PAPR, AD converters, Q-OFDM.

I. INTRODUÇÃO

O OFDM se tornou um esquema popular para padrões recentes de redes sem fio que operam com alta taxa de bits [1]. A principal vantagem do OFDM sobre o esquema de portadora única é sua capacidade de eliminar a interferência entre símbolos (ISI) sem a necessidade de filtros de equalização complexos no receptor [1]. O OFDM tem requisito de alta resolução para conversores analógico-digital (ADC). O projeto de sistemas OFDM convencionais não precisa considerar os efeitos de quantização, porque um grande número de níveis de quantização é usado. Nesse caso, o efeito de quantização pode ser negligenciado. No entanto, nos sistemas de comunicação móveis o consumo de energia no receptor é proporcional à resolução dos ADCs [1]. Portanto, é de interesse investigar o efeito de quantização para sistemas OFDM e verificar se podemos quantizar sinais OFDM com um baixo número de níveis de quantização. Se pudermos diminuir a resolução dos ADCs, os receptores consumirão menos energia [1].

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. O modelo do sistema é mostrado na seção 2. Na seção 3, os receptores para os sistemas OFDM quantizados (Q-OFDM) são descritos. Os resultados da simulação são apresentados na seção 4. As conclusões são feitas na seção 5.

II. MODELO DO SISTEMA

O diagrama de blocos do sistema Q-OFDM é apresentado na Fig. 1. Neste sistema, b é a sequência de bits a ser transmitida, s é o vetor de símbolos no domínio da frequência, x é o vetor no domínio do tempo, y é o vetor recebido no domínio do tempo, y_q é o vetor de símbolos quantizado e \bar{s} é o sinal recebido no domínio da frequência. O sinal OFDM transmitido é dado por [1]

Gabriel Silva, CEFET/RJ, Rio de Janeiro, Brasil, e-mail: gabrieldani1000@gmail.com; João Dias, CEFET/RJ, Rio de Janeiro, Brasil, e-mail: joao.dias@cefet-rj.br; Rodrigo de Lamare, CETUC/PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, e-mail: delamare@cetuc.puc-rio.br.

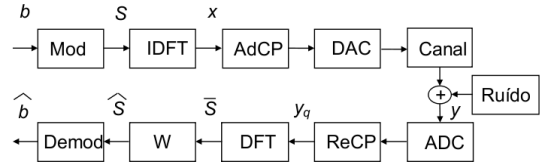


Fig. 1. Diagrama de blocos do sistema Q-OFDM.

$$x[n] = \sum_{k=0}^{K-1} s_k e^{j2\pi \frac{k}{K} n}, \quad (1)$$

onde s_k é o símbolo de dados na k -ésima subportadora e K é o número de subportadoras no símbolo OFDM. O sinal recebido, antes do quantizador, pode ser escrito por

$$y = h * x + n, \quad (2)$$

onde $y \in \mathbb{C}^{(K+CP+N_p-1) \times 1}$, CP é o comprimento do prefixo cíclico e N_p é o número de percursos considerado no canal, $x \in \mathbb{C}^{(K+CP) \times 1}$, $h \in \mathbb{R}^{(N_p) \times (1)}$ é a resposta ao impulso do canal, $*$ é a operação de convolução e $n \in \mathbb{C}^{(K+CP+N_p-1) \times 1}$ é o ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN).

O sinal após o quantizador, considerando a decomposição de Busgang [2], terá a forma $y_q = \mathbf{A}_q(h * x + n) + n_q$, onde $\mathbf{A}_q \in \mathbb{R}^{(K+CP+N_p-1) \times (K+CP+N_p-1)}$ é a matriz diagonal formada pelos coeficientes da decomposição de Busgang [2] e $n_q \in \mathbb{C}^{(K+CP+N_p-1) \times 1}$ é o ruído de quantização.

A adição e remoção do prefixo cíclico, para garantir que o sinal não sofrerá interferência intersimbólica (ISI) devido ao canal multipercorso, pode ser descrita pelas matrizes

$$\mathbf{AdCP} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}(N_p, K - N_p) & \mathbf{0}(N_p, N_p) \\ & \mathbf{I}(K, K) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

e,

$$\mathbf{ReCP} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}(K, N_p) & \mathbf{I}(K, K) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade e $\mathbf{0}$ é a matriz de zeros.

O sinal recebido no domínio da frequência pode ser escrito como $\bar{s} = \mathbf{F}y_q$, em que \mathbf{F} é a matriz da transformada discreta de Fourier (DFT) unitária de dimensão $K \times K$

III. RECEPTORES PARA OS SISTEMAS Q-OFDM

Nesta sessão serão descritos os receptores que serão utilizados para comparação nos testes de simulação. Como o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo de filtro e analisar o seu desempenho, partiremos do princípio de que o receptor conhece perfeitamente a resposta ao impulso do canal.

A. Zero Forcing (ZF)

O receptor *Zero Forcing* (ZF) [3] realiza a equalização do sinal recebido no domínio da frequência através do filtro

$$\mathbf{W}_{ZF} = \mathbf{Pinv}(\mathbf{FHcF}'(\mathbf{FHcF}')')\mathbf{FHcF}', \quad (5)$$

onde \mathbf{Pinv} é o cálculo da pseudoinversa, \mathbf{Hc} é a matriz resultante do produto $(\mathbf{AdCP})\mathbf{H}(\mathbf{ReCP})$, $'$ é a matriz transposta conjugada e \mathbf{H} é a matriz circulante gerada à partir da resposta ao impulso do canal.

B. Mínimo Erro quadrático médio (MMSE)

O filtro de mínimo erro quadrático médio (MMSE - *Minimum Mean Square Error*) [3] pode ser escrito como

$$\mathbf{W}_{\text{MMSE}} = (\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}'(\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}')' + \mathbf{I}\sigma^2)^{-1}(\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}'), \quad (6)$$

onde foi considerado que os símbolos transmitidos s têm variância unitária e σ é o desvio padrão do ruído aditivo (AWGN).

C. Mínimo Erro quadrático médio em sistemas de baixa resolução (LRA-MMSE)

O filtro de mínimo erro quadrático médio em sistemas de baixa resolução é baseado no LRA-MMSE (*Low Resolution Aware - Minimum Mean Square Error*) [4] e [5], e pode ser escrito como

$$\mathbf{W}_{\text{LRA-MMSE}} = \mathbf{R}_{s\hat{s}}\mathbf{R}_{\hat{s}\hat{s}}^{-1} = (\mathbf{A}_q^2(\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}'(\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}')' + \alpha\mathbf{I}\sigma^2) + \beta\mathbf{R}_{n_q n_q})^{-1}(\mathbf{A}_q\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}'), \quad (7)$$

onde α e β são parâmetros de ajuste que dependem do tipo de modulação e do número de subportadoras, e $\mathbf{R}_{n_q n_q}$ é a matriz de autocorrelação do ruído de quantização que é descrita por

$$\mathbf{R}_{n_q n_q} = \mathbf{A}_q(\mathbf{I} - \mathbf{A}_q)\text{diag}(\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}'(\mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{c}\mathbf{F}')' + \mathbf{I}), \quad (8)$$

sendo diag a diagonal principal da matriz. Neste desenvolvimento foi considerado que o sinal quantizado, o ruído aditivo e o ruído de quantização são descorrelacionados [4].

Em todos os casos, a equalização é dada por $\hat{s} = \mathbf{W}'\bar{s}$.

IV. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para validar o filtro receptor proposto e comparar seu desempenho com os receptores *ZF* e *MMSE* em sistemas Q-OFDM, foram levantadas as curvas de taxa de erro de bits (BER) considerando os seguintes parâmetros de simulação:

TABELA I
PARÂMETROS DAS SIMULAÇÕES

número de subportadoras [K]	16 e 64
modulação das subportadoras	QPSK e 16-QAM
tamanho do prefixo cíclico em no. de subportadoras	4
número de bits de quantização	1 à 6

Os testes foram realizados em um canal seletivo em frequência com perfil de atraso dado por $h = [1 \ 0.7 \ 0.5 \ 0]$, e $\mathbf{A}_q = \mathbf{I} - \rho$, conforme [4], descrito na tabela II. Se o quantizador possuir mais

TABELA II
VALORES DE ρ

	1 bit	2 bits	3 bits	4 bits	5 bits
ρ	0.3634	0.1175	0.03454	0.09497	0.002499

de 5 bits, $\rho = \pi \frac{\sqrt{3}}{2} 2^{-2 \text{ no. de bits}}$. Para mitigar o efeito da *PAPR* o sinal foi limitado (*Clipping*) em amplitude de duas vezes o valor de sua variância. Os parâmetros α e β foram variados de 1 à 10 e encontramos os melhores ajustes para $\alpha = \sqrt{2}$ e $\beta = \sqrt{3}$ para modulação QPSK com 16 subportadoras, e $\alpha = \sqrt{10}$ e $\beta = \sqrt{15}$ para modulação 16-QAM com 64 subportadoras. A Fig.2 ilustra o desempenho da ber para os três receptores com 1, 2 e 3 bits de quantização com modulação QPSK e 16 subportadoras.

Para melhor visualização do ganho de BER obtido com o receptor LRA-MMSE, repetimos o teste considerando apenas 1 bit de quantização, veja na Fig.3. Como pode ser observado, o receptor proposto consegue mitigar com eficiência o ruído de quantização e apresentou melhor desempenho em todos os testes realizados.

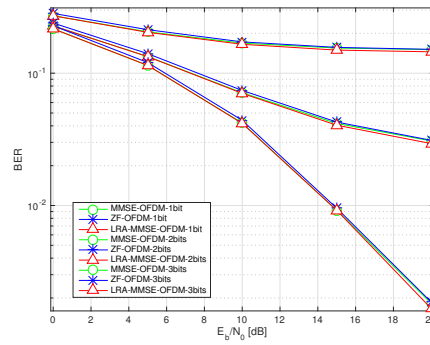


Fig. 2. Desempenho da BER com os receptores ZF, MMSE e LRA-MMSE com 1, 2 e 3 bits de quantização.

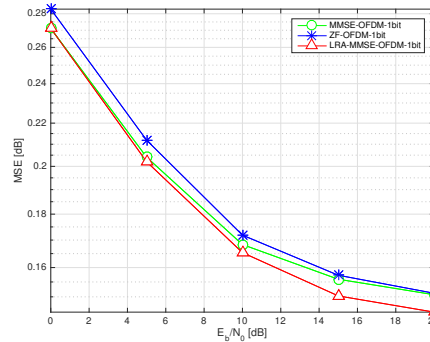


Fig. 3. Desempenho da BER com os receptores ZF, MMSE e LRA-MMSE com 1bit de quantização.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto e investigado o desempenho de um filtro receptor MMSE para sistemas OFDM quantizados (Q-OFDM) com baixa resolução. Os receptores clássicos *ZF* e *MMSE* foram brevemente revistos para serem usados na comparação. Os resultados mostraram que o receptor proposto (LRA-MMSE) apresenta bom desempenho na mitigação do ruído de quantização e resulta em ganho de BER quando comparado aos demais receptores em todos os cenários testados.

AGRADECIMENTOS

O Comitê Gestor da Internet (CGI) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), que financiou a pesquisa que deu origem a este artigo científico.

REFERÊNCIAS

- [1] A. R. S. Bahai, B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communications Theory and Applications of OFDM*. Kluwer Academic/Plenum, New York, 1999.
- [2] J. J. S. Bussgang, *Cross correlation functions of amplitude-distorted Gaussian signals*. Technical Report No. 216, Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, Março 1952.
- [3] U. Katare, P. Patidar e A.C. Tiwari, *Comparative Analysis of ZF and MMSE Receiver for Multicode MC-CDMA Downlink Channels*. International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT) Volume 3, Issue 4, Julho 2014.
- [4] Al. K. Fletcher, S. Rangan, V. K Goyal e K. Ramchandran, *Robust Predictive Quantization: Analysis and Design Via Convex Optimization*. IEEE Journal of selected topics in Signal Processing, Vol. 1, No. 4, December 2007.
- [5] Z. Shao, R. C. de Lamare and L. T. N. Landau, *Iterative Detection and Decoding for Large-Scale Multiple-Antenna Systems With 1-Bit ADCs*. in IEEE Wireless Communications Letters, vol. 7, no. 3, pp. 476-479, Junho 2018.