# Avaliação da performance do sistema QAM-FBMC utilizando filtros Gaussianos curtos

Iandra Galdino, Rostom Zakaria, Didier Le Ruyet e Marcello L. R. de Campos

Resumo—O projeto de formas de onda para redes de comunicações móveis 5G é um desafio devido ao cenário heterogêneo e assíncrono em questão. Comparado ao OFDM, maior eficiência espectral e confinamento de espectro são fatores crucias para futuras tecnologias de acesso via rádio. Devido às suas características, QAM-FBMC tem sido cotado. Neste trabalho, apresentamos os resultados da avaliação de alguns parâmetros úteis ao sistema QAM-FBMC tais como BER, OOBE e interferência usando diferentes filtros Gaussianos. A avaliação de desempenho aponta os efeitos da escolha  $\alpha$  e fornecem as ferramentas necessárias para selecionar aquele ideal para obter os melhores resultados.

*Palavras-Chave*—Banco de filtros, QAM-FBMC, 5G, projeto de filtros, comunicação sem fio

Abstract— The waveform design for 5G mobile communications networks is a challenge due to its asynchronous heterogeneous scenario. Compared to OFDM, higher spectral efficiency and superior spectrum confinement has been taken into consideration for future radio access technologies. Due its characteristics, QAM-FBMC have drawn attention as a candidate. In this work, we have presented the measurement results of some useful parameters of QAM-FBMC systems like BER, OOBE and interference by using different Gaussian filters. The performance evaluation results show the effects of the choosing  $\alpha$ , and give the necessary tools to select the ideal  $\alpha$  to achieve the best results.

*Keywords*—Filter-bank multicarrier, QAM-FBMC, 5G, filter design, wireless communication

# I. INTRODUÇÃO

Atualmente, temos experimentado um crescimento considerável da demanda por comunicações móveis. A tecnologia 5G tem sido desenvolvida visando não somente atender a esta demanda mas também garantir os requerimentos básicos necessários a novas aplicações, tais como comunicação de maquinas, MTC (do inglês, *machine type communications*), acesso dinâmico ao espectro, DSA (do inglês, *dynamic spectrum access*) e comunicações de baixa latência ultraconfiáveis, URLLC (do inglês, *ultra reliable low latency communications*) [1].

A fim de melhorar a robustez do sistema contra os efeitos do canal e atender as restrições impostas pelos diferentes cenários de 5G, várias formas de onda têm sido avaliadas. Dentre elas, temos o banco de filtros com múltiplas portadoras baseado em símbolos QAM deslocados, OQAM-FBMC, (do inglês, *Offsetquadrature amplitude modulation filter-bank multicarrier*) [2]. A principal característica deste sistema é robustez contra erros de sincronização. Além disso, ao contrário do CP-OFDM, não há necessidade de inserir um intervalo de guarda no OQAM-FBMC. A principal desvantagem do OQAM-FBMC é que ele relaxa a condição de ortogonalidade, mantida apenas no campo real, para obter um filtro bem localizado no tempo e frequência. Consequentemente, os dados reais transmitidos são contaminados por interferência puramente imaginária, denominada interferência intrínseca.

Visando a lidar com a interferência intrínseca, o sistema QAM-FBMC foi proposto em [3]. Neste projeto, o sistema é composto por um único filtro protótipo, e símbolos do tipo QAM são transmitidos a cada período T ao invés de T/2 como no caso OQAM-FBMC. Em uma abordagem similar, o sistema QAM-FBMC foi reformulado [4], desta vez empregando dois filtros protótipos. Neste segundo caso filtros protótipos também têm sido estudados [5], [6].

Neste trabalho, propomos uma avaliação detalhada do sistema QAM-FBMC em relação ao filtro protótipo utilizado visando a reduzir interferência intrínseca. Nós apresentamos uma avaliação de características do sistema que utiliza um único filtro protótipo, o que permite a escolha do filtro Gaussiano de maneira a minimizar a interferência e manter o confinamento espectral, aqui determinado pela OOBE (do inglês, *out-of-band energy*). Os resultados foram ainda comparados àqueles obtidos quando empregando o filtro QMF (do inglês, *Quadrature mirror filter*)[7]. Sendo o foco deste trabalho atender as necessidades do 5G, dentre elas a baixa latência, o fator de sobreposição adotado foi K = 1, desta forma, os filtros avaliados são denominados curtos.

A relevância do trabalho apresentado inclui a possibilidade de controlar a atenuação da OOBE, a qual está intimamente relacionada à interferência, através de um único parâmetro necessário ao projeto do filtro. Ainda, a utilização de filtros curtos possibilita a redução do custo de implementação. Além disso, a análise apresentada pode ser adaptada a sistemas com diferentes quantidades de sub-portadoras M, o que leva a diferentes comprimentos de filtros.

Este trabalho é estruturado da seguinte maneira: o sistema QAM-FBMC é apresentado na Seção II assim como o filtro Gaussiano. Os parâmetros de avaliação são apresentados na seção III. Na Seção IV a performance do sistema é avaliada. Finalmente, as conclusões são apresentadas na Seção V.

Iandra Galdino e Marcello L. R. de Campos, Universidade Federal do Rio de Janeiro UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, e-mails: iandra.galdino@smt.ufrj.br, campos@smt.ufrj.br. Rostom Zakaria e Didier Le Ruyet, Conservatoire national des arts et métiers CNAM, Paris 75141, França, e-mails: rostom.zakaria@cnam.fr, leruyet@cnam.fr.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

#### II. SISTEMA QAM-FBMC

Em um sistema baseado em banco de filtros com múltiplas portadoras FBMC convencional, visando atingir maior eficiência, os símbolos transmitidos são modulados em quadratura e amplitude e deslocados no tempo. Desta forma, eles são transmitidos a cada semi-período T/2, no caso OQAM-FBMC. No receptor, a informação recebida é contaminada por termos de interferência puramente imaginários, denominados interferência intrínseca. Os termos de interferência são obstáculos para a utilização do sistema OQAM-FBMC em aplicações do tipo MIMO (do inglês, multiple-input multipleoutput). Diante deste impasse, o sistema QAM-FBMC foi proposto em [3]. A ideia central do QAM-FBMC é modificar o sistema OQAM convencional de forma que sejam transmitidos símbolos QAM a cada período T, e assim fazer com que a interferência intrínseca possa ser reduzida. O sinal transmitido em um sistema QAM-FBMC pode ser representado em tempo discreto da seguinte forma:

$$s[m] = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{n} s_{k,n} f[m-nM] e^{j\frac{2\pi}{M}km}, \qquad (1)$$

onde  $s_{k,n}$  são símbolos QAM complexos alocados na késima sub-portadora e enviados no n-ésimo símbolo QAM-FBMC. f[m] é o filtro protótipo utilizado, cujo comprimento é definido por  $L_g = KM$ , sendo M a quantidade de subportadoras utilizadas e K um número inteiro que indica o fator de sobreposição do filtro (do inglês, *overlapping factor*).

A Figura 1 ilustra o diagrama em blocos do sistema QAM-FBMC.



Fig. 1: Diagrama em blocos do sistema QAM-FBMC.

Considerando a transmissão de um pulso na sub-portadora k e observando a informação recebida na portadora q, para o caso em que k = q e assumindo o canal ideal, o símbolo demodulado na recepção pode ser descrito como:

$$\hat{s} = \mathbf{D}_M \mathbf{G}_q \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{E}^k \mathbf{f},$$
(2)

sendo  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{L_g \times 1}$  a resposta ao impulso do filtro protótipo. O banco de filtros é obtido pelo deslocamento do filtro protótipo até a sub-portadora k, sendo a matriz diagonal  $\mathbf{E}^k \in \mathbb{C}^{L_g \times L_g}$  responsável pelo referido deslocamento. A matriz  $\mathbf{E}$  pode ser descrita como  $\mathbf{E} = \text{diag} \left( 1 \quad e^{j\frac{2\pi}{M}} \quad \dots \quad e^{j\frac{2\pi}{M}(L_g-1)} \right).$ 

 $\mathbf{G}_q \in \mathbb{C}^{(2L_g-1 \times L_g)}$  é uma matriz Toeplitz que representa a convolução entre o sinal recebido e o filtro de recepção na subportadora q como uma multiplicação matricial. Considerando

o filtro de recepção como  $\tilde{\mathbf{g}}[m] = \mathbf{f}^*[-m]$ , sendo \* utilizado para representar a forma conjugada,  $\bar{\mathbf{g}}$  pode ser definido como:

$$\bar{\mathbf{g}} = \left[ \left( \mathbf{E}^{q} \tilde{\mathbf{g}} \right)^{T} \mathbf{0}_{(1 \times L_{g} - 1)} \right]^{T}, \qquad (3)$$

onde  $\mathbf{E}^{q}\tilde{\mathbf{g}}$  representa o filtro de recepção referente a subportadora q. Neste caso, pode-se definir a matriz  $\mathbf{G}_{q}$  da seguinte forma:

$$\mathbf{G}_q = [\bar{\mathbf{g}}_0 \quad \bar{\mathbf{g}}_1 \quad \dots \quad \bar{\mathbf{g}}_{L_q-1}], \tag{4}$$

considerando  $\bar{\mathbf{g}}_m$  versões ciclicamente deslocadas de  $\bar{\mathbf{g}}$  cuja dimensão é  $(2Lg - 1) \times 1$ .

Finalmente,  $\mathbf{D}_M \in \mathbb{R}^{1 \times 2Lg-1}$  representa a operação de *downsampling* dada por  $[1 \ 0 \ \dots \ 0]$ .

#### A. Filtro Gaussiano

Observando a Equação 2 podemos notar a relevância do filtro protótipo na recuperação da informação transmitida. Filtros protótipos bem localizados em ambos os domínios, tempo e frequência, são desejados para sistemas QAM-FBMC. A boa localização do filtro no tempo favorece a rejeição da interferência entre símbolos ISI (do inglês, *inter-symbol interference*) proveniente de símbolos vizinhos. Por sua vez, a seletividade em frequência é útil no sentido de evitar a interferência entre sub-portadoras (do inglês, *inter-carrier interference*) causada pelo *aliasing* observado na banda do sinal transmitido.

Segundo esta análise, o filtro gaussiano é uma opção interessante, tendo em vista que sua resposta em frequência é também uma função gaussiana. A expressão analítica de sua resposta ao impulso pode ser descrita como [8]:

$$g[m] = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-(m\pi/\alpha)^2},$$
(5)

sendo a relação entre a localização nos domínios do tempo e frequência é determinada pelo coeficiente  $\alpha$ .

O parâmetro  $\alpha$  está relacionado a largura de banda de -3dB do filtro gaussiano, B, de banda base. Desta forma  $\alpha$  pode ser definido como:

$$\alpha = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{\ln(2)}{2}}.$$
(6)

Como podemos notar, existe uma relação direta entre o parâmetro  $\alpha$  e o espalhamento temporal do filtro Gaussiano e consequentemente uma relação inversa com a ocupação espectral. Desta forma, aumentando  $\alpha$ , aumentamos também a ISI observada na recepção. Por outro lado, diminuindo  $\alpha$ , a resposta em frequência se espalha, aumentando assim a ICI. Na Figura 2, podemos observar diferentes filtros gaussianos projetados utilizando diversos valores de  $\alpha$ . Neste caso, podemos identificar a variação dos filtros obtidos segundo  $\alpha$ .

A resposta ao impulso do filtro Gaussiano nos leva a função G[f], a qual também depende  $\alpha$ . Esta função pode ser definida por [8]:

$$G[f] = e^{-\alpha^2 f^2}.$$
(7)

Apesar da boa localização em ambos os domínios, tempo e frequência, os filtros Gaussianos não cruzam o zero em em



Fig. 2: Exemplos de filtros gaussianos projetados com diferentes valores de  $\alpha$ .

múltiplos inteiros do período do símbolo, ou seja, não satisfazem o critério de Nyquist. Desta forma, o filtro Gaussiano causa interferência no sistema. Além disso, são necessárias aproximações durante seu projeto, que também contribuem para o aumento da interferência.

É importante salientar que para obter uma representação finita no tempo, FIR (do inglês, *finite impulse response*), do filtro Gaussiano, é necessário truncar a resposta infinita de um filtro Gaussiano ideal, desta forma temos um aumento dos lobos laterais na frequência, o que consequentemente aumenta o *aliasing*.

## III. PARÂMETROS CONSIDERADOS NA AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

#### A. Interferência intrínseca do meio

Inicialmente, definimos a interferência como a informação indesejada, recuperada em uma sub-portadora diferente daquela de transmissão. Sendo assim, o espalhamento do filtro protótipo no domínio da frequência está diretamente relacionado à interferência intrínseca do sistema.

Adaptando a Equação 2, podemos descrever os coeficientes de interferência quando enviamos somente um pulso na subportadora k, e observamos a informação recebida na subportadora q. Para  $q \neq k$ , podemos descrever os termos da interferência  $\Gamma_{k,q}$  como:

$$\Gamma_{k,q} = \mathbf{D}_M \mathbf{G}_q \mathbf{E}^k \mathbf{f}.$$
 (8)

Estes termos, obtidos para cada par  $k \in q$  em um instante de tempo, representam a resposta ao impulso do sistema.

Na Tabela I, temos um exemplo da energia da interferência observada em cada sub-portadora do sistema QAM-FBMC quando utilizamos um filtro Gaussiano sendo  $\alpha = 1$ .

Como podemos notar, além da informação desejada, recebida na sub-portadora k = q, também temos interferência nas portadoras vizinhas.

Variando o parâmetro  $\alpha$  do filtro Gaussiano projetado, podemos notar alterações significativas na interferência, assim

TABELA I: Energia da interferência observada no sistema QAM-FBMC utilizando filtro Gaussiano  $\alpha = 1$ 

	n-1	n	n+1
q-3	0	0.0001	0
q-2	0	0.0180	0
q-1	0	0.3710	0
q	0	1	0
q+1	0	0.3710	0
q+2	0	0.0180	0
q+3	0	0.0001	0

como na quantidade de sub-portadoras afetadas, conforme apresentado na Tabela II, para o caso  $\alpha = 5$ .

TABELA II: Energia da interferência observada no sistema QAM-FBMC utilizando filtro Gaussiano  $\alpha = 5$ 

	n-1	n	n+1
q-2	0	0.0001	0
q-1	0	0.0016	0
q	0	1	0
q+1	0	0.0016	0
q+2	0	0.0001	0

A interferência total do sistema depende dos termos  $\Gamma_{k,q}$ não nulos da tabela de interferência, e podem ser obtidos através da expressão:

$$I_q = \sum_{k=1,k\neq q}^{M-1} \Gamma_{k,q}.$$
(9)

Como podemos notar, a interferência está relacionada à resposta ao impulso do filtro protótipo utilizado. Além do que, dado que o banco de filtros é gerado pelo deslocamento do filtro protótipo, a interferência total independe da subportadora q em que observamos.

Desta forma, a partir da Equação 8, para o caso  $k \neq q$ , a energia da interferência pode ser descrita como:

$$E_{I} = \boldsymbol{\Gamma}^{H} \boldsymbol{\Gamma}$$

$$= \left(\sum_{k=1,k\neq q}^{M-1} \mathbf{D}_{M} \mathbf{G}_{q} \mathbf{E}^{k} \mathbf{f}\right)^{H} \left(\sum_{k=1,k\neq q}^{M-1} \mathbf{D}_{M} \mathbf{G}_{q} \mathbf{E}^{k} \mathbf{f}\right)$$

$$= \sum_{k=1,k\neq q}^{M-1} \left(\mathbf{f}^{H} \mathbf{E}^{-k} \mathbf{G}_{q}^{H} \mathbf{D}_{M}^{H}\right) \left(\mathbf{D}_{M} \mathbf{G}_{q} \mathbf{E}^{k} \mathbf{f}\right)$$

$$= \sum_{k=1,k\neq q}^{M-1} \mathbf{f}^{H} \left(\mathbf{E}^{-k} \mathbf{G}_{q}^{H} \mathbf{D}_{M}^{H} \mathbf{D}_{M} \mathbf{G}_{q} \mathbf{E}^{k}\right) \mathbf{f}$$

$$= \mathbf{f}^{H} \left(\sum_{k=1,k\neq q}^{M-1} \mathbf{E}^{-k} \mathbf{G}_{q}^{H} \mathbf{D}_{M}^{H} \mathbf{D}_{M} \mathbf{G}_{q} \mathbf{E}^{k}\right) \mathbf{f}$$

$$= \mathbf{f}^{H} \mathbf{Q}_{1} \mathbf{f} \qquad (10)$$

B. OOBE

Assim como a interferência intrínseca, a OOBE é um parâmetro importante na definição do filtro protótipo, uma vez

que através dele podemos quantificar o confinamento espectral do mesmo.

Para definir a OOBE, inicialmente apresentamos a função que descreve a energia do filtro passa-baixa desejado assim como em [9]:

$$E = \int_{-0.5}^{0.5} |F(f)|^2 \mathrm{d}f. \tag{11}$$

Com base nisto, podemos descrever a energia da emissão fora da banda de transmissão, OOBE como:

$$OOBE = 2 \int_{\Omega_p}^{0.5} |F(f)|^2 \mathrm{d}f, \qquad (12)$$

sendo F(f) a resposta em frequência do filtro protótipo e  $\Omega_p$  o início da banda de rejeição. É importante salientar que o filtro em questão é normalizado, de tal forma que E = 1. Assim como a interferência, a OOBE também pode ser descrita no formato matricial como:

$$OOBE = \mathbf{f}^H \mathbf{P} \mathbf{f}, \tag{13}$$

sendo  $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{(L_g \times L_g)}$  uma matriz simétrica semi-definida positiva cujo (l, c)-ésimo elemento é dado por:

$$r_{lc} = \frac{\sin(\pi(l-c)(1-B_W))}{\pi(l-c)} e^{j\pi(l-c)},$$
 (14)

e  $B_W = 2\Omega_p$  é a banda passante do filtro.

#### IV. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

A desempenho do sistema QAM-FBMC foi avaliado segundo diferentes parâmetros quando utilizando filtros Gaussianos projetados empregando valores distintos de  $\alpha$ . Neste sentido, foram projetados 1000 filtros Gaussianos cujo comprimento foi definido sendo  $L_g = KM = 128$ .

Na Figura 3 apresentamos a interferência observada no sistema QAM-FBMC quando utilizamos diferentes filtros Gaussianos. Conforme esperado, variando  $\alpha$  a interferência resultante também varia. Neste caso, quanto maior o valor de  $\alpha$ , menor a interferência.

Os filtros obtidos também foram analisados segundo a OOBE, para isto, a largura da banda passante,  $B_W$ , foi definida como 3/M, sendo 1/M o espaçamento entre subportadoras adjacentes. Ainda na Figura 3, podemos acompanhar a evolução da OOBE medida. Como podemos notar, ao contrario da interferência, aumentado o valor de  $\alpha$  aumentamos também a OOBE.

Como podemos notar, a interferência e a OOBE variam com a alteração de  $\alpha$ . Sendo assim, podemos estabelecer uma relação entre estes dois parâmetros conforme apresentado na Figura 4. Desta forma, sendo a OOBE do filtro em questão constatada, é possível definir qual será a interferência causada no sistema. Para efeito de comparação, o filtro QMF também foi avaliado em relação à OOBE e interferência. Como podemos notar, permitindo uma maior OOBE podemos



Fig. 3: Interferência observada no sistema QAM-FBMC e OOBE utilizando diferentes filtros gaussianos.



Fig. 4: Relação entre interferência observada no sistema e OOBE de diferentes filtros Gaussianos.

diminuir significativamente a interferência obtida com o Filtro Gaussiano comparado ao QMF.

Para analisar detalhadamente o comportamento do sistema QAM-FBMC em relação ao parâmetro  $\alpha$ , alguns filtros foram avaliados. Filtros Gaussianos projetados com  $\alpha = 1, 1.2, 1.3, 2.5$  e 5, cujas resposta em frequência são apresentadas na Figura 5, foram selecionados.

Em seguida, o desempenho do sistema também foi avaliado pela taxa de erro de bit, BER (do inglês, *bit-error rate*). Para avaliação da BER foram transmitidos 1000 símbolos FBMC em cada uma das 1000 iterações de Monte Carlo com modulação 4-QAM.

Os resultados apresentados na Figura 6 indicam a variação da BER de acordo com o parâmetro  $\alpha$  do filtro Gaussiano. Nela podemos verificar que, quanto maior for  $\alpha$ , melhor o desempenho do sistema. Comparado ainda ao desempenho do filtro QMF, podemos notar o ganho significativo que pode ser obtido pelo filtro Gaussiano. Além disso, podemos notar que o desempenho do filtro QMF é bastante semelhante ao do



Fig. 5: Resposta em frequência de diferentes filtros Gaussianos.

Gaussiano 1.2.



Fig. 6: Avaliação da BER do sistema QAM-FBMC com diferentes filtros Gaussianos.

Em uma segunda abordagem, o comportamento do sistema foi avaliado considerando a presença do canal. Para tanto, o modelo de canal multi-percursos EVA (do inglês, *Extended Vehicular-A*), definido pela especificação técnica da 3GPP (do inglês, *3rd Generation Partnership Project*) [10] foi utilizado.

Na Figura 7 podemos avaliar a degradação da BER do sistema quando empregamos os mesmos filtros, porém na presença do canal EVA.

### V. CONCLUSÕES

Interferência e OOBE observadas em sistemas QAM-FBMC estão diretamente relacionadas ao filtro protótipo empregado. Nós mostramos neste trabalho que a escolha do parâmetro  $\alpha$  do filtro formatador de pulso do tipo Gaussiano traz um impacto significativo e direto em sistemas de comunicação digitais. A avaliação da performance do sistema pode ser feita sob a óptica de diferentes parâmetros, tais como OOBE, interferência e BER. Desta forma, a escolha do filtro protótipo



Fig. 7: Avaliação da BER do sistema QAM-FBMC com diferentes filtros Gaussianos em presença do canal.

ideal pode ser determinada por um compromisso entre vários parâmetros dependendo das exigências do sistema ao qual será aplicado.

O trabalho apresentado é importante no processo de design do sistema tendo em vista que o objetivo é, garantir a utilização da banda de transmissão de forma eficiente e minimizar o erro na recepção. Sendo assim, os resultados obtidos e sua análise podem guiar a escolha do filtro protótipo de forma adequada, através da escolha de  $\alpha$ , de forma a atingir melhores resultados.

## REFERÊNCIAS

- A. Gupta and R. K. Jha, "A survey of 5G network: Architecture and emerging technologies," *IEEE access*, vol. 3, pp. 1206–1232, 2015.
- [2] J. Nadal, C. A. Nour, and A. Baghdadi, "Design and evaluation of a novel short prototype filter for FBMC/OQAM modulation," *IEEE* access, vol. 6, pp. 19610–19625, 2018.
- [3] R. Zakaria and D. Le Ruyet, "Intrinsic interference reduction in a filter bank-based multicarrier using QAM modulation," *Physical Communication*, vol. 11, pp. 15–24, 2014.
- [4] H. Nam, M. Choi, S. Han, C. Kim, S. Choi, and D. Hong, "A new filter-bank multicarrier system with two prototype filters for QAM symbols transmission and reception," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 15, no. 9, pp. 5998–6009, 2016.
- [5] Y. Qi and M. Al-Imari, "An enabling waveform for 5G QAM-FBMC: Initial analysis," in 2016 IEEE Conference on Standards for Communications and Networking (CSCN). IEEE, 2016, pp. 1–6.
- [6] Y. H. Yun, C. Kim, K. Kim, Z. Ho, B. Lee, and J.-Y. Seol, "A new waveform enabling enhanced QAM-FBMC systems," in 2015 IEEE 16th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). IEEE, 2015, pp. 116–120.
- [7] M. Bellanger, D. Mattera, and M. Tanda, "Lapped-OFDM as an alternative to CP-OFDM for 5G asynchronous access and cognitive radio," in *Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2015 IEEE 81st.* IEEE, 2015, pp. 1–5.
- [8] A. Sahin, I. Guvenc, and H. Arslan, "A survey on multicarrier communications: Prototype filters, lattice structures, and implementation aspects," *IEEE communications surveys & tutorials*, vol. 16, no. 3, pp. 1312–1338, 2014.
- [9] P. S. Diniz, E. A. Da Silva, and S. L. Netto, *Digital signal processing: system analysis and design*. Cambridge University Press, 2010.
- [10] "3GPP TS 36.104 Base Station (BS) radio transmission and reception." [Online]. Available: https://portal.3gpp.org/desktopmodules/ Specifications/SpecificationDetails.aspx?specificationId=2412