

Equalização por Pseudo-Inversa em Canais PLC

Túlio F. Moreira, Luciano M. de A. Filho, Ândrei Camponogara e Moisés V. Ribeiro

Resumo—Esse trabalho discute o uso de um equalizador FIR linear, obtido a partir da pseudo-inversa da matriz de convolução da resposta ao impulso do canal, em canais *power line communication* (PLC). Seu desempenho foi analisado através da transmissão de símbolos *M*-PAM em um canal PLC medido e corrompido pela adição de um ruído Gaussiano branco. Os resultados de BER mostram que a ordem da constelação, o comprimento do equalizador e a SNR influenciam o desempenho do equalizador.

Palavras-Chave—Equalização, pseudo-inversa, comunicação através da rede de energia elétrica.

Abstract—This study discusses the use of a linear FIR equalizer obtained from the pseudo-inverse of the convolution matrix of a channel impulse response in a power line communication (PLC) channels. Its performance analysis considers the transmission of *M*-PAM symbols in a measured PLC channel and corrupted by an additive white Gaussian noise. BER results show that the order of the constellation, the equalizer length, and SNR have a significant effect on the performance of the equalizer.

Keywords—Equalization, pseudo-inverse, power line communication.

I. INTRODUÇÃO

Sistemas de comunicação através da rede de energia elétrica (*power line communication* - PLC) têm atraído grande atenção da academia e da indústria nas últimas décadas. Um dos principais motivos é o fato da infraestrutura de comunicação já estar estabelecida, o que reduz significativamente os custos de implantação. Atualmente, existem disponíveis no mercado dispositivos PLC para redes de energia elétrica tanto de baixa tensão externas (*outdoor*) quanto residenciais (redes de energia elétrica de residências, prédios comerciais e industriais). No entanto, a rede de energia elétrica não foi projetada para a comunicação de dados, o que pode impor severas restrições ao sinal de comunicação, tais como: atenuação do sinal com o aumento da distância e da frequência, seletividade em frequência, presença de ruído impulsivo, entre outros [1].

Em condições tão hostis à comunicação de dados, técnicas de transmissão e recepção robustas são imprescindíveis para se estabelecer sistemas de comunicações confiáveis. Nesse contexto, o uso de técnicas de equalização adequadas mostraram-se de suma importância. A técnica de equalização baseada na pseudo-inversa da resposta ao impulso do canal se mostra interessante e foi discutida em [2]–[4]. Em [2], [3], os autores apresentam o uso da equalização por pseudo-inversa de Moore-Penrose em canais de rádio multi-percurso.

Túlio F. Moreira, Luciano M. de A. Filho, Ândrei Camponogara e Moisés V. Ribeiro; Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF); e-mails: tulio.fernandes@engenharia.ufjf.br, luciano.ma.filho@gmail.com, acamponogara@gmail.com e mribeiro@engenharia.ufjf.br;

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, CNPq, FAPEMIG e INERGE.

A utilização do conceito de pseudo-inversa na equalização também foi utilizada nos canais resultantes do uso de múltiplas antenas [4]. Diferente de [2]–[4], no presente trabalho, tem-se o intuito de analisar o uso do equalizador por pseudo-inversa de Moore-Penrose em canais PLC. Neste contexto, seu desempenho é analisado tanto em função de sua ordem quanto da relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio* - SNR).

O restante desse trabalho está organizado da seguinte forma: Na seção II é descrito o modelo do sistema e o método para obter os coeficientes do equalizador. Na seção III são mostrados os resultados numéricos. Por fim, na seção IV é discutido as considerações finais.

II. MODELO DO SISTEMA

Neste trabalho, considera-se o sistema de comunicação via rede de energia elétrica (sistema PLC) ponto-a-ponto mostrado na Fig. 1. Assume-se que o canal PLC é linear e invariante no tempo, de forma que $\{h[n]\}_{n=0}^{L_h-1}$ representa sua resposta ao impulso no domínio do tempo discreto e L_h denota seu comprimento.

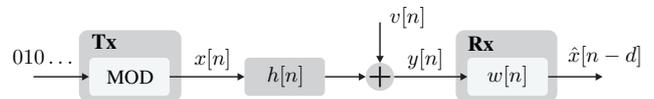


Fig. 1. Diagrama de blocos do sistema PLC no domínio de tempo discreto.

Considerando sincronização perfeita, o sinal no domínio do tempo discreto recebido pelo receptor Rx é representado por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] + v[n], \quad (1)$$

em que $\{x[n]\}$ representa a sequência de símbolos transmitidos por Tx e $\{v[n]\}$ denota o ruído aditivo que é um processo aleatório estacionário modelado como um ruído branco aditivo Gaussiano (*additive white Gaussian Noise* - AWGN).

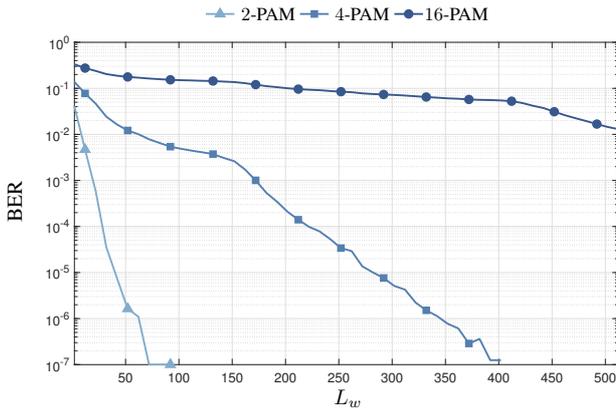
Por fim, a sequência das estimativas dos símbolos transmitidos, $\{\hat{x}[n-d]\}$, é obtida através da expressão

$$\hat{x}[n-d] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y[k]w[n-k], \quad (2)$$

de forma que $\{w[n]\}_{n=0}^{L_w-1}$ representa o equalizador FIR (*finite impulse response*) de ordem $L_w - 1$.

A. Equalizador por Pseudo-Inversa de Moore-Penrose

A matriz de convolução de $\{h[n]\}_{n=0}^{L_h-1}$ pode ser representada por $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{L_h+L_w-1 \times L_w}$, de forma que $\mathbf{H}^+ \in$


 Fig. 2. BER por L_w com $L_h = 512$ e $\text{SNR} \rightarrow \infty$.

$\mathbb{R}^{L_w \times L_h + L_w - 1}$ é sua pseudo-inversa de Moore-Penrose. Sabendo que as linhas de $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{L_h + L_w - 1 \times L_w}$ não são linearmente independentes, tem-se a seguinte relação:

$$\hat{\mathbf{I}} = \mathbf{H}\mathbf{H}^+, \quad (3)$$

em que $\hat{\mathbf{I}} \in \mathbb{R}^{L_h + L_w - 1 \times L_h + L_w - 1}$ e $\lim_{L_w \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{I}}[n, m] = \delta[n, m]$, de forma que $\hat{\mathbf{I}}[n, m]$ é o elemento referente a n -ésima linha e m -ésima coluna de $\hat{\mathbf{I}}$ e $\delta[n, m]$ é o delta de Kronecker. Como consequência, $\mathbf{H}^+ = [\mathbf{w}[0], \mathbf{w}[1], \dots, \mathbf{w}[L_h + L_w - 2]]$, sendo $\mathbf{w}[m] \in \mathbb{R}^{L_w \times 1}$ o m -ésimo candidato a equalizador com atraso de resposta $d = m$. Se $\mathbf{w}[m]$ for um equalizador ideal, a expressão

$$\mathbf{u}_m = \mathbf{H}\mathbf{w}[m] \quad (4)$$

é verdadeira, em que $u_m[n] = \delta[n, m]$, em que $n = 0, 1, \dots, L_h + L_w - 2$ e, portanto, o erro quadrático associado ao equalizador $\mathbf{w}[m]$ é dado por

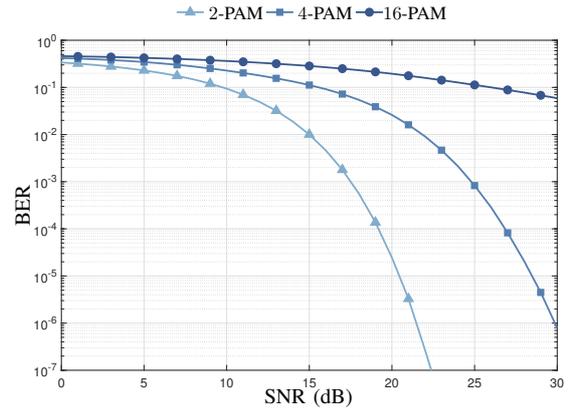
$$e[m] = (\mathbf{u}_m - \mathbf{H}\mathbf{w}[m])^T (\mathbf{u}_m - \mathbf{H}\mathbf{w}[m]), \quad (5)$$

sendo T o operador de transposição. Calculando $d = \arg \min_m (e[m])$, tem-se que $\mathbf{w}[d]$ é o melhor candidato, ou seja, o equalizador estimado. Por fim, aplica-se $\mathbf{w}[d]$ em (2) e obtém-se $\{\hat{x}[n - d]\}$.

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Essa seção analisa o desempenho do equalizador proposto, considerando a faixa de frequências 1.7–100 MHz. Para tanto, considera-se uma simulação Monte Carlo com a transmissão de $N = 10^7$ bits modulados em amplitude de pulso M -ária (M -ary pulse amplitude modulation - M -PAM) com energia média unitária e $M \in \{2, 4, 16\}$. O meio de comunicação é representado pelas estimativas de canais PLC residenciais, com $L_h = 512$, obtidos por meio da campanha de medição discutida em [5].

Na Fig. 2 é mostrado a taxa de erro de bits (*bit error rate* - BER) em função de L_w , em que se considera $\text{SNR} \rightarrow \infty$. Observando Fig. 2, nota-se que conforme L_w cresce a BER diminui. Para as modulações 2-PAM e 4-PAM, valores de BER aproximados a 10^{-7} são alcançados quando L_w é igual 72 e 392, respectivamente. Já para a modulação 16-PAM,


 Fig. 3. BER por SNR com $L_h = 512$ e $L_w = 512$.

percebe-se que mesmo com $L_w = 512$, obtém-se uma BER relativamente alta, aproximadamente 10^{-2} , em comparação as demais modulações.

A relação entre BER e SNR é ilustrada na Fig. 3. Observa-se uma BER próxima a 10^{-6} quando os valores de SNR referentes às modulações 2-PAM e 4-PAM são próximos a 22 e 30 dB, respectivamente. Em relação à modulação 16-PAM, o valor de SNR igual a 30 dB acarreta uma BER próxima de 6×10^{-2} .

IV. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho, foi analisado a aplicação de um equalizador FIR linear num canal PLC. O equalizador avaliado considera o uso da pseudo-inversa da matriz de convolução da resposta ao impulso de um canal PLC medido.

A partir dos resultados numéricos observou-se que os melhores desempenhos dizem respeito às modulações 2-PAM e 4-PAM, para o cenário em que $\text{SNR} \rightarrow \infty$. Nota-se que não é necessário um equalizador com ordem maior que o comprimento de $\{h[n]\}$, quando essas modulação são adotadas, porém para a modulação 16-PAM isso não é verdade. Por fim, mostra-se que um ambiente com alta SNR faz-se necessário para que uma equalização adequada seja garantida.

REFERÊNCIAS

- [1] T. R. Oliveira, “The characterization of hybrid PLC - wireless and PLC channel in the frequency band between 1.7 and 100 MHz for data communication,” Master’s thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Dec. 2015.
- [2] K. M. H. Coutinho, S. do Prado A. de Farias, and F. J. A. de Aquino, “Equalização ótima de um canal de comunicação digital usando equalizadores lineares,” in *V Congresso Norte-Nordeste de Pesquisa e Inovação*, 2010, pp. 1–8.
- [3] —, “Equalização linear de um canal de comunicação digital usando critério MSE e Pseudo-Inversa,” in *IV Congresso Tecnológico TI e Telecom - Infobrasil*, 2011.
- [4] B. Gupta and D. S.Saini, “BER Performance Improvement in MIMO Systems Using Various Equalization Techniques,” in *2nd IEEE International Conference on Parallel, Distributed and Grid Computing*, 2012, pp. 190–194.
- [5] T. R. Oliveira, A. A. M. Picorone, S. L. Netto, and M. V. Ribeiro, “Characterization of Brazilian in-home power line channels for data communication,” *Electric Power Systems Research*, vol. 150, pp. 188–197, 2017.