

Desvanecimento Sombreado Duplamente Correlacionado

Jefferson David Santos e Silva, Rausley Adriano Amaral de Souza e Michel Daoud Yacoub

Resumo— Neste trabalho é apresentada a análise de desempenho de um sistema com diversidade na recepção em que cada sinal está sujeito conjuntamente ao desvanecimento e sombreamento Nakagami- m . Além da tradicional suposição de correlação no desvanecimento, admite-se correlação na componente de sombreamento. Portanto, trata-se de sinais não independentes e não identicamente distribuídos. Foram obtidas expressões da função densidade de probabilidade conjunta, da função de distribuição cumulativa conjunta e da probabilidade de indisponibilidade em um sistema de diversidade do tipo combinador por seleção. Os resultados demonstraram que a correlação na componente de sombreamento influencia negativamente o desempenho do sistema, porém este impacto é menor do que o impacto da correlação da componente de desvanecimento.

Palavras-Chave— Distribuição Nakagami, distribuição bivariável, desvanecimento, sombreamento, probabilidade de indisponibilidade, combinador por seleção.

Abstract— In this paper we present the performance analysis of a diversity system in which each signal is under Nakagami- m fading and shadowing. In addition to the traditional assumption of correlation in short-term fading, correlation is also allowed in the long-term component. Therefore, the signals are not independent and not identically distributed. Expressions of the joint probability density function, the joint cumulative distribution function, and the outage probability in a selection combining diversity were obtained. The results showed that the correlation in the shading component negatively influences the performance of the system, but this impact is less than the impact of the correlation of the fading component.

Keywords— Nakagami distribution, bivariate distribution, fading, shadowing, outage probability, selection combining.

I. INTRODUÇÃO

As variações instantâneas ou médias da potência de um sinal proveniente da propagação através de um canal rádio-móvel em um sistema de comunicação sem fio têm sido tratadas por meio de modelos probabilísticos que têm por objetivo englobar a presença de desvanecimento multipercursos (*multipath fading*), sombreamento (*shadowing*) ou de ambos [1]. Quando o foco é a avaliação da propagação em larga escala, no fenômeno de sombreamento consideram-se as variações de potência de recepção denominadas média local (*local-mean*), que mais fortemente é governada pela presença

Jefferson D. S. e Silva e Rausley A. A. de Souza, Instituto Nacional de Telecomunicações (Inatel), Santa Rita do Sapucaí-MG, Brasil, e-mail: jeffersonds@mtel.inatel.br; rausley@inatel.br. Michel D. Yacoub. Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas-SP-Brasil, E-mails: michel@decom.fee.unicamp.br.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq contratos 308365/2017-8, pela Capes e pela RNP, com recursos do MCTIC, processo No 01250.075413/2018-04, sob o projeto Centro de Referência em Radiocomunicações (CRR) do Instituto Nacional de Telecomunicações - Inatel, Brasil.

de obstáculos entre transmissor e receptor. Por outro lado, nas análises em pequena escala, o foco está nas variações instantâneas da potência do sinal recebido produzidas pelo desvanecimento por múltiplos percursos. No modelo que englobe ambos, normalmente denominado na literatura como modelo composto multipercursos/sombreamento ou ainda modelo com desvanecimento sombreado, duas estratégias diferentes têm sido adotadas em relação ao sombreamento. A primeira admite que o sombreamento atuará diretamente na potência total do sinal desvanecido, denominado modelo de desvanecimento sombreado multiplicativo. A segunda pressupõe que o sombreamento influencie somente as componentes dominantes do sinal, denominado desvanecimento sombreado linha de visada direta (*line-of-sight*, LoS). Qualquer que seja a estratégia adotada na modelagem, a influência será na mudança da natureza de parâmetros físicos antes determinísticos tratandolos como aleatórios.

O tema desvanecimento sombreado tem sido frequentemente foco de diversas pesquisas em diferentes cenários de aplicação. Em [2] é apresentada uma análise do desempenho em um ambiente com interferência co-canal operando em canais com desvanecimento Nakagami- m sombreados por um modelo de canal do tipo Gamma. Além da suposição tradicional de sinais independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), os autores em [3] apresentam uma análise em um cenário com canais não identicamente distribuídos, ou seja na suposição de parâmetros de desvanecimento/sombreamento não necessariamente idênticos. Estudos sobre predição de cobertura e da probabilidade de indisponibilidade (*outage probability*) foram realizados em [3] na suposição de canais sombreados do tipo Rice e Nakagami- m . O sinal desejado é admitido possuir desvanecimento Rice, enquanto os sinais interferentes possuem densidade Nakagami- m . Em [4] é feita a investigação do desvanecimento sombreado no modelo de canal κ - μ . É admitida uma variação na LoS que está sujeita ao sombreamento de um modelo Nakagami- m . Tendo cada um destes modelos teóricos ou empíricos suas qualidades particulares em relação à concordância com medidas realizadas em campo, a distribuição Nakagami- m é comumente utilizada para representar tanto o desvanecimento quanto o sombreamento [3], [4].

Um aspecto comum nos trabalhos anteriormente citados é a inexistência da suposição da correlação nas componentes de sombreamento ao se analisar a combinação de múltiplos sinais na recepção. Um exemplo comum deste tipo de sistema são as estratégias utilizadas para melhorar o desempenho dos sistemas com a utilização das técnicas de diversidade [5]–[7]. A inclusão e análise do impacto desta correlação é de fato a

principal contribuição deste artigo.

Este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo probabilístico útil na caracterização de um sinal propagando-se por um canal de desvanecimento e sombreamento Nakagami- m . O modelo para o sombreamento correlacionado adotado considera a influência sobre a potência média dos sinais. São obtidas expressões para a função densidade de probabilidade (FDP) e função de distribuição cumulativa (FDC) conjuntas assim como uma expressão para a probabilidade de indisponibilidade aplicada diretamente em um sistema com diversidade do tipo combinador por seleção (*selection combining*, SC).

II. O MODELO FÍSICO

Sejam R_1 e R_2 duas envoltórias Nakagami- m_f , representativas do fenômeno de desvanecimento plano de curto prazo, dadas por

$$R_1^2 = \sum_{i=1}^{2m_f} X_i^2 \quad (1a)$$

$$R_2^2 = \sum_{i=1}^{2m_f} Y_i^2 \quad (1b)$$

com parâmetros (m_f, Ω_1) e (m_f, Ω_2) , respectivamente. O parâmetro $m_f > 0$ denota o fator de desvanecimento do modelo Nakagami- m_f , e os parâmetros $\Omega_1 = \mathbb{E}(R_1^2) = 2m_f\sigma_{1f}^2$ e $\Omega_2 = \mathbb{E}(R_2^2) = 2m_f\sigma_{2f}^2$ denotam as potências médias dos processos R_1 e R_2 , respectivamente. As variáveis X_i e Y_i são processos Gaussianos mutuamente independentes com médias nulas e variâncias σ_{1f}^2 e σ_{2f}^2 , respectivamente. Em termos matemáticos $\mathbb{C}(X_k, X_j) = \mathbb{C}(Y_k, Y_j) = 0$ para $k \neq j$, $\mathbb{C}(X_k, X_j) = \sigma_{1f}^2$ e $\mathbb{C}(Y_k, Y_j) = \sigma_{2f}^2$ para $k = j$, sendo $\mathbb{C}(\cdot)$ o operador covariância. Admite-se correlação entre os processos X_k e Y_j para $k = j$. Define-se o coeficiente de correlação

$$\lambda_f = \frac{\mathbb{C}(X_k, Y_j)}{\sqrt{\sigma_{1f}^2\sigma_{2f}^2}} \delta_{kj}, \quad (2)$$

$-1 < \lambda_f < 1$, δ_{kj} é o delta de Kronecker tal que $\delta_{kj} = 1$ se $k = j$ e $\delta_{kj} = 0$ se $k \neq j$. O coeficiente de correlação entre as potências Nakagami- m_f R_1^2 e R_2^2 é dado por $\rho_f = \lambda_f^2$ [7, eq. (15)].

A modelagem do sombreamento aqui considerada tem como efeito a variação aleatória da potência média de cada uma das variáveis R_1 e R_2 [1]. Ou seja, as potências médias Ω_1 e Ω_2 são variáveis aleatórias seguindo um dado modelo de canal. Adota-se aqui o mesmo modelo utilizado na componente do desvanecimento de curto prazo dada em (1). Especificamente, sejam Ω_1 e Ω_2 duas variáveis Nakagami- m_s , representativas do fenômeno de desvanecimento de longo prazo caracterizando o sombreamento, dadas por

$$\Omega_1^2 = \sum_{i=1}^{2m_s} W_i^2 \quad (3a)$$

$$\Omega_2^2 = \sum_{i=1}^{2m_s} Z_i^2 \quad (3b)$$

com parâmetros (m_s, Θ_1) e (m_s, Θ_2) , respectivamente. Para a correta distinção do *fator de desvanecimento* m_s , característico do desvanecimento de curto prazo, neste artigo o

parâmetro $m_s > 0$ será nomeado por *fator de sombreamento*, característico do sombreamento Nakagami- m_s . Os parâmetros $\Theta_1 = \mathbb{E}(\Omega_1^2) = 2m_s\sigma_{1s}^2$ e $\Theta_2 = \mathbb{E}(\Omega_2^2) = 2m_s\sigma_{2s}^2$ denotam as potências médias dos processos Ω_1 e Ω_2 , respectivamente. As variáveis W_i e Z_i são processos Gaussianos mutuamente independentes com médias nulas e variâncias σ_{1s}^2 e σ_{2s}^2 , respectivamente. Em termos matemáticos $\mathbb{C}(W_k, W_j) = \mathbb{C}(Z_k, Z_j) = 0$ para $k \neq j$, $\mathbb{C}(W_k, W_j) = \sigma_{1s}^2$ e $\mathbb{C}(Z_k, Z_j) = \sigma_{2s}^2$ para $k = j$. Diferentemente da maioria dos trabalhos disponíveis na literatura, também para o sombreamento admite-se correlação entre os processos W_k e Z_j para $k = j$, gerando assim naturalmente uma correlação entre os processos Nakagami- m_s Ω_1 e Ω_2 . Assim, define-se o coeficiente de correlação

$$\lambda_s = \frac{\mathbb{C}(W_k, Z_j)}{\sqrt{\sigma_{1s}^2\sigma_{2s}^2}} \delta_{kj}, \quad (4)$$

$-1 < \lambda_s < 1$. O coeficiente de correlação entre as potências Nakagami- m_s Ω_1^2 e Ω_2^2 é dado por $\rho_s = \lambda_s^2$.

Notar que a aleatoriedade pretendida nas variáveis Ω_1 e Ω_2 é obtida a partir das variâncias σ_{1f}^2 e σ_{2f}^2 dos processos Gaussianos X_i e Y_i , respectivamente. Ou seja, $\sigma_{1f}^2 = \Omega_1/(2m_f)$ e $\sigma_{2f}^2 = \Omega_2/(2m_f)$ permite concluir que as respectivas variâncias σ_{1f}^2 e σ_{2f}^2 , de R_1 e R_2 , respectivamente, serão caracterizadas por uma distribuição Nakagami escalonada pelo fator $2m_f$. Obviamente, na ausência do sombreamento, as potências médias Ω_1 e Ω_2 tornam-se determinísticas.

Ressalta-se neste ponto a importância de se admitir correlação tanto no desvanecimento quanto no sombreamento. O coeficiente de correlação no modelo isotrópico é dado por [8] $J_0(\beta d)/(1 + (\Delta\omega\bar{T})^2)$ em que β é uma constante de fase, d é a distância entre dois pontos de recepção, $\Delta\omega = 2\pi(f_2 - f_1)$ é a diferença entre frequências dos processos envolvidos, \bar{T} é o espalhamento de retardo e $J_n(\cdot)$ é a função de Bessel de primeiro tipo e ordem n . Note que, para $\beta d = 0$, a correlação fase-fase e quadratura-quadratura será não nula sempre que $\Delta\omega\bar{T}$ for finito. Especificamente $\Delta\omega$ finito (os processos envolvidos propagando-se com frequências ligeiramente diferentes, ou seja $f_1 \neq f_2$, ou ainda propagando-se na mesma frequência, ou seja $f_1 = f_2$) e \bar{T} finito (banda de coerência finita ($0 < \bar{T} < \infty$) ou $\bar{T} = 0$ (canal plano, ou de maneira semelhante, banda de coerência infinita). Portanto, é razoável, e necessário, admitir correlação fase-fase e quadratura-quadratura dos processos envolvidos descritos em (1) ou (3).

III. FDP E FDC CONJUNTAS NAKAGAMI- m_f /NAKAGAMI- m_s

A FDP conjunta entre duas variáveis Nakagami R_1 e R_2 condicionadas em relação as potências médias de R_1 e R_2 pode ser representada por [9, eq. (1)]

$$f_{R_1, R_2}(r_1, r_2 | \Omega_1 = \omega_1, \Omega_2 = \omega_2) = \frac{4m_f^{m_f+1}(r_1 r_2)^{m_f} \exp\left[-\frac{m_f r_1^2}{\omega_1(1-\rho_f)} - \frac{m_f r_2^2}{\omega_2(1-\rho_f)}\right]}{\Gamma(m_f)\omega_1\omega_2(1-\rho_f)(\sqrt{\omega_1\omega_2\rho_f})^{m_f-1}} I_{m_f-1}\left(\frac{2m_f r_1 r_2 \sqrt{\rho_f}}{(1-\rho_f)\sqrt{\omega_1\omega_2}}\right), \quad (5)$$

na qual, Ω_1 e Ω_2 representam a potência média de R_1 e R_2 , respectivamente, ρ_f representa o coeficiente de correlação na potência entre R_1 e R_2 , m_f representa o fator de desvanecimento característico da distribuição de Nakagami- m_f , $\Gamma(\cdot)$ representa a função Gamma [10, eq. (8.310.1)] e $I_\nu(\cdot)$ representa a função de Bessel modificada de ordem ν [11, eq. (9.6.3)].

Como pode ser visto em (5), ambas as variáveis R_1 e R_2 estão caracterizadas pelo mesmo fator de desvanecimento m_f [9]. Os parâmetros ρ_f e m_f são determinísticos e as variáveis Ω_1 e Ω_2 são aleatórias. Esta estratégia permite representar a influência do sombreamento sobre o canal com desvanecimento Nakagami por meio da aleatoriedade das potências médias. O mesmo método foi adotado em [1] aplicado em uma distribuição univariável.

A partir de (5) é possível determinar a FDP conjunta das variáveis R_1 e R_2 a partir do procedimento padrão de integração em relação às variáveis ω_1 e ω_2 , ou seja

$$f_{R_1, R_2}(r_1, r_2) = \int_0^\infty \int_0^\infty f_{R_1, R_2}(r_1, r_2 | \omega_1, \omega_2) f_{\Omega_1, \Omega_2}(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2, \quad (6)$$

em que $f_{\Omega_1, \Omega_2}(\omega_1, \omega_2)$ representa a FDP conjunta de Ω_1 e Ω_2 . Observando (6), é possível notar que a natureza do sombreamento é determinada por meio da escolha de $f_{\Omega_1, \Omega_2}(\omega_1, \omega_2)$. Neste artigo, adotou-se a influência de um sombreamento Nakagami- m_s sobre um canal de desvanecimento Nakagami- m_f com diversidade. Assim, basta que se caracterize tal sombreamento por

$$f_{\Omega_1, \Omega_2}(\omega_1, \omega_2) = \frac{4m_s^{m_s+1}(\omega_1\omega_2)^{m_s} \exp\left[-\frac{m_s\omega_1^2}{\Theta_1(1-\rho_s)} - \frac{m_s\omega_2^2}{\Theta_2(1-\rho_s)}\right]}{\Gamma(m_s)\Theta_1\Theta_2(1-\rho_s)(\sqrt{\Theta_1\Theta_2\rho_s})^{m_s-1}} I_{m_s-1}\left(\frac{2m_s\omega_1\omega_2\sqrt{\rho_s}}{(1-\rho_s)\sqrt{\Theta_1\Theta_2}}\right). \quad (7)$$

As variáveis Θ_1 e Θ_2 representam a potência média de Ω_1 e Ω_2 , respectivamente, ρ_s representa o coeficiente de correlação na potência entre Ω_1 e Ω_2 , e m_s representa o fator de sombreamento característico da distribuição Nakagami- m_s .

Substituindo (5) e (7) em (6) e após algumas simplificações algébricas obtém-se (8), no topo da próxima página, a qual representa a FDP conjunta Nakagami- m_f /Nakagami- m_s entre duas variáveis Nakagami R_1 e R_2 correlacionadas quando as potências médias de cada uma são correlacionadas e apresentam comportamento aleatório representado por uma FDP Nakagami conjunta.

A FDC conjunta de duas variáveis Nakagami R_1 e R_2 quando as suas respectivas potências médias Ω_1 e Ω_2 são aleatórias pode ser representada por uma FDC condicionada escrita como [9, eq. (7)]

$$F_{R_1, R_2}(r_1, r_2 | \omega_1, \omega_2) = \frac{(1-\rho_f)^{m_f}}{\Gamma(m_f)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho_f^k}{k! \Gamma(m_f + k)} \times \gamma\left(m_f + k, \frac{m_f r_1^2}{\omega_1(1-\rho_f)}\right) \gamma\left(m_f + k, \frac{m_f r_2^2}{\omega_2(1-\rho_f)}\right), \quad (9)$$

no qual $\gamma(\cdot, \cdot)$ representa a função Gamma incompleta inferior [10, eq. (8.350.1)]. Pode ser visto em (9) que as variáveis Nakagami- m_f R_1 e R_2 estão caracterizadas pelo mesmo fator de desvanecimento m_f . Uma expressão para a FDC Nakagami conjunta das variáveis R_1 e R_2 descondicionada das variáveis Ω_1 e Ω_2 pode ser obtida observando que

$$F_{R_1, R_2}(r_1, r_2) = \int_0^{r_2} \int_0^{r_1} f_{R_1, R_2}(r_1, r_2) dr_1 dr_2 = \int_0^{r_2} \int_0^{r_1} \int_0^\infty \int_0^\infty f_{R_1, R_2}(r_1, r_2 | \omega_1, \omega_2) \times f_{\Omega_1, \Omega_2}(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 dr_1 dr_2 = \int_0^\infty \int_0^\infty F_{R_1, R_2}(r_1, r_2 | \omega_1, \omega_2) f_{\Omega_1, \Omega_2}(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2. \quad (10)$$

Como deseja-se representar a FDC Nakagami conjunta entre duas variáveis R_1 e R_2 quando as suas respectivas potências médias Ω_1 e Ω_2 são aleatórias e caracterizadas por uma distribuição Nakagami conjunta, isto pode ser realizado substituindo-se (9) e (7) em (10). Após algumas simplificações algébricas a FDC conjunta correlacionada do modelo de canal Nakagami- m_f /Nakagami- m_s é obtida em (11), no topo da próxima página.

IV. PROBABILIDADE DE INDISPONIBILIDADE

A probabilidade de indisponibilidade é uma métrica utilizada para analisar o desempenho de sistemas de comunicação sem fio. Ela é definida como a probabilidade do sinal recebido estar abaixo de um determinado limiar [6]. Matematicamente, ao se denominar este limiar por γ , a probabilidade de indisponibilidade $P_o(\gamma)$ pode ser obtida a partir da FDC, $F_X(x)$, de uma distribuição pois $F_X(x)$ é definida como $F_X(x) = \text{Prob}\{X \leq x\}$. Assim, a expressão em (11) pode ser utilizada para representar a probabilidade de indisponibilidade do sinal recebido estar abaixo do limiar γ quando o canal de comunicação tem dupla diversidade e apresenta desvanecimento e sombreamento Nakagami.

Considerando o limiar γ igual a relação sinal-ruído (*signal-to-noise ratio*, SNR) instantânea Ξ_i , $i = 1, 2$, sendo $\Xi_i = R_i^2 E_b / N_0$ e E_b / N_0 é a razão entre a energia média por bit e a densidade espectral de potência unilateral do ruído, $P_o(\gamma)$ pode ser interpretada como a probabilidade de indisponibilidade do sinal recebido se propagando em um canal de desvanecimento Nakagami- m_f com sombreamento Nakagami- m_s ser menor do que Ξ_i , sendo i cada um dos dois ramos de diversidade considerados. A partir de (11), reescrevendo $F_{R_1, R_2}(r_1, r_2)$ como $F_{\Xi_1, \Xi_2}(\xi_1, \xi_2)$ para $\Xi_i = R_i^2 E_b / N_0$, $i = 1, 2$, obtém-se a expressão em (12) para $P_o(\gamma)$ na qual, admite-se que $\xi_1 = \xi_2 = \gamma$. A equação (12) é de fato a expressão de cálculo da probabilidade de indisponibilidade $P_o(\gamma)$ na saída de um combinador por seleção.

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, os resultados numéricos apresentados têm como objetivo investigar o impacto dos parâmetros característicos do modelo no desempenho do sistema em termos de probabilidade de indisponibilidade. Nos gráficos apresentados,

$$f_{R_1, R_2}(r_1, r_2) = \frac{16m_f^{m_f+1}m_s^{m_s+1}(r_1r_2)^{m_f}}{\Gamma(m_f)\Gamma(m_s)\Theta_1\Theta_2(1-\rho_f)(1-\rho_s)(\sqrt{\rho_f})^{m_f-1}(\sqrt{\Theta_1\Theta_2\rho_s})^{m_s-1}} \int_0^\infty \omega_1^{m_s-\frac{m_f}{2}-\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{m_f r_1^2}{\omega_1(1-\rho_f)} - \frac{m_s \omega_1^2}{\Theta_1(1-\rho_s)}\right] \times \int_0^\infty \omega_2^{m_s-\frac{m_f}{2}-\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{m_f r_2^2}{\omega_2(1-\rho_f)} - \frac{m_s \omega_2^2}{\Theta_2(1-\rho_s)}\right] I_{m_f-1}\left(\frac{2m_f r_1 r_2 \sqrt{\rho_f}}{(1-\rho_f)\sqrt{\omega_1\omega_2}}\right) I_{m_s-1}\left(\frac{2m_s \omega_1 \omega_2 \sqrt{\rho_s}}{(1-\rho_s)\sqrt{\Theta_1\Theta_2}}\right) d\omega_2 d\omega_1 \quad (8)$$

$$F_{R_1, R_2}(r_1, r_2) = \frac{4m_s^{m_s+1}(1-\rho_f)^{m_f}}{\Gamma(m_f)\Gamma(m_s)\Theta_1\Theta_2(1-\rho_s)(\sqrt{\Theta_1\Theta_2\rho_s})^{m_s-1}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho_f^k}{k!\Gamma(m_f+k)} \int_0^\infty \omega_1^{m_s} \exp\left[-\frac{m_s \omega_1^2}{\Theta_1(1-\rho_s)}\right] \gamma\left(m_f+k, \frac{m_f r_1^2}{\omega_1(1-\rho_f)}\right) \int_0^\infty \omega_2^{m_s} \exp\left[-\frac{m_s \omega_2^2}{\Theta_2(1-\rho_s)}\right] \gamma\left(m_f+k, \frac{m_f r_2^2}{\omega_2(1-\rho_f)}\right) I_{m_s-1}\left(\frac{2m_s \omega_1 \omega_2 \sqrt{\rho_s}}{(1-\rho_s)\sqrt{\Theta_1\Theta_2}}\right) d\omega_2 d\omega_1 \quad (11)$$

$$P_o(\gamma) = \frac{4m_s^{m_s+1}(1-\rho_f)^{m_f}}{\Gamma(m_f)\Gamma(m_s)\Theta_1\Theta_2(1-\rho_s)(\sqrt{\Theta_1\Theta_2\rho_s})^{m_s-1}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho_f^k}{k!\Gamma(m_f+k)} \int_0^\infty \omega_1^{m_s} \exp\left[-\frac{m_s \omega_1^2}{\Theta_1(1-\rho_s)}\right] \gamma\left(m_f+k, \frac{m_f \gamma}{\omega_1(1-\rho_f)}\right) \times \int_0^\infty \omega_2^{m_s} \exp\left[-\frac{m_s \omega_2^2}{\Theta_2(1-\rho_s)}\right] \gamma\left(m_f+k, \frac{m_f \gamma}{\omega_2(1-\rho_f)}\right) I_{m_s-1}\left(\frac{2m_s \omega_1 \omega_2 \sqrt{\rho_s}}{(1-\rho_s)\sqrt{\Theta_1\Theta_2}}\right) d\omega_2 d\omega_1 \quad (12)$$

as linhas, contínuas ou tracejadas, representam os resultados teóricos obtidos neste artigo e os símbolos representam os pontos de simulações. As simulações foram implementadas utilizando-se o Matlab. As amostras correlacionadas foram geradas a partir do método de decomposição de Cholesky [12]. Foram geradas para cada ponto de simulação 10^7 amostras correlacionadas. Sem perda de generalidade, admite-se que o ganho médio de potência do sombreamento no canal é unitário, ou seja, $\Theta_1 = \mathbb{E}(\Omega_1^2) = \Theta_2 = \mathbb{E}(\Omega_2^2) = 1$.

A Figura 1 apresenta a probabilidade de indisponibilidade teórica em função da SNR, a partir de (12), e os pontos simulados, para diferentes valores de coeficientes de correlação ρ_f e ρ_s , e variando-se os valores de $m_f = m_s$. As curvas em linha contínua foram obtidas por meio da escolha de valores $\rho_f = \rho_s = 0$, permitindo interpretar o resultado no cenário em que não existe qualquer dependência entre R_1 , R_2 , Ω_1 e Ω_2 , ou seja desvanecimento e sombreamento independentes. Primeiramente, observar que os pontos simulados estão de acordo com as curvas teóricas, confirmando o correto procedimento nas deduções matemáticas apresentadas neste artigo e a precisão da simulação desenvolvida. O aumento dos parâmetros m_f e m_s contribui positivamente para o desempenho do sistema, ou seja a probabilidade de indisponibilidade é menor à medida que m_f e m_s aumentam, para um mesmo valor de SNR. Este resultado está de acordo com o esperado uma vez que a definição do parâmetro m na distribuição Nakagami é o inverso da variância normalizada da variável aleatória. Ou seja, o aumento do respectivo fator, por exemplo m_s , significa a redução da variância normalizada de ambas as variáveis aleatórias Ω_1 e Ω_2 em torno das suas respectivas potências médias Θ_1 e Θ_2 as quais, na Figura 1, são iguais a 1. Claramente a existência de correlação impacta negativamente no desempenho do sistema, resultando em um aumento da

probabilidade de indisponibilidade. Este impacto negativo é maior para valores maiores de m_f e m_s , ou de maneira semelhante, quando o desvanecimento é menos severo.

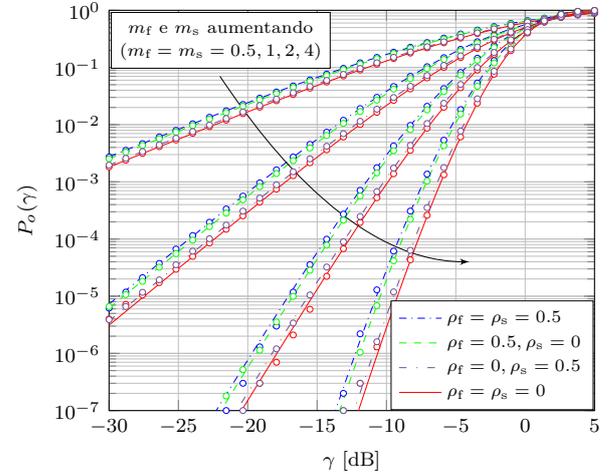


Fig. 1. Probabilidade de indisponibilidade em canal com desvanecimento sombreado duplamente correlacionado.

Na Figura 2 os fatores de desvanecimento e sombreamento m_f e m_s são variados e os coeficientes de correlação ρ_f e ρ_s são mantidos constantes. A partir da Figura 2 é possível avaliar a influência isolada dos fatores m_f e m_s sobre o desempenho do sistema. O fator m_f referente ao desvanecimento tem maior impacto sobre o desempenho do sistema do que o fator ρ_s referente ao sombreamento. Notar o reduzido impacto da variação do fator de sombreamento m_s sob o cenário de desvanecimento severo ($m_f = 0.5$). Já o impacto da variação do parâmetro de desvanecimento m_f é significativamente maior sob sombreamento severo ($m_s = 0.5$). Portanto,

embora o aumento dos fatores m_f e m_s sejam benéficos para o desempenho do sistema, o aumento do fator m_f referente ao desvanecimento tem maior influência do que o fator m_s referente ao sombreamento.

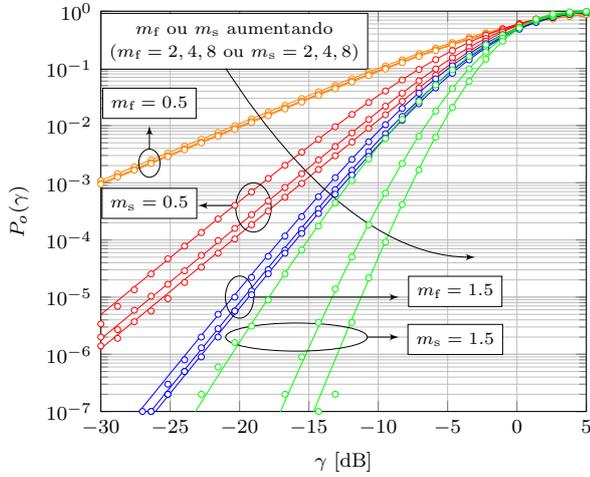


Fig. 2. Probabilidade de indisponibilidade em canal com desvanecimento sombreado duplamente correlacionado, com $\rho_f = \rho_s = 0.5$ e distintos valores de m_f e m_s .

A Figura 3 apresenta a probabilidade de indisponibilidade em função dos parâmetros de correlação ρ_f e ρ_s para distintos valores de $m_f = m_s$ e SNR igual a -10 dB. A correlação entre os sinais recebidos por ambos os ramos de diversidade contribui negativamente para o desempenho do sistema pois a probabilidade da SNR instantânea ocorrer aumenta conforme a correlação aumenta, seja ela referente ao desvanecimento ou ao sombreamento.

As estatísticas conjuntas (FDP e FDC), embora representadas por meio de uma série infinita, convergem de maneira rápida para um dado valor prático de precisão. O mesmo aplica-se à probabilidade de indisponibilidade. Como exemplo, a Tabela I fornece o número de termos K de (12) considerando sete casas decimais de precisão e para vários valores m_f , m_s ,

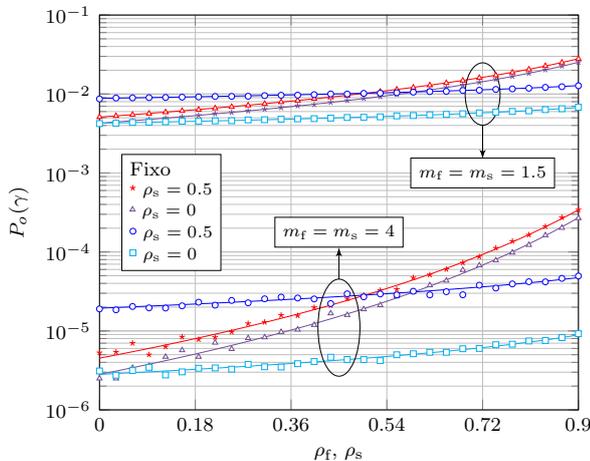


Fig. 3. Probabilidade de indisponibilidade em canal com desvanecimento sombreado duplamente correlacionado e $\gamma = -10$ dB.

ρ_f e ρ_s , para um valor fixo de $\gamma = -10$ dB. Note que, de uma maneira geral, o número de termos necessários na série é pequeno. De maneira particular, perceba que o número de termos cresce com o aumento de ρ_f .

TABELA I

NÚMERO DE TERMOS EM (12) NECESSÁRIOS PARA SETE CASAS DECIMAIS DE PRECISÃO.

m_f	m_s	ρ_f	ρ_s	K
0.5	0.5	0	0.7	2
0.5	0.5	0	0.9	2
0.5	0.5	0.7	0	14
0.5	0.5	0.9	0	37
0.5	0.5	0.3	0.9	7
1	2	0.3	0.9	4
2	1	0.9	0.3	9

VI. CONCLUSÕES

Neste artigo, o canal de desvanecimento Nakagami com dupla diversidade foi analisado admitindo-se a existência de sombreamento Nakagami com efeito na aleatoriedade da potência média em cada um dos ramos de diversidade. Foi possível obter resultados teóricos e provenientes de simulações que concordam satisfatoriamente. Foram obtidas estatísticas conjuntas, função densidade de probabilidade e função de distribuição cumulativa, e a probabilidade de indisponibilidade. Demonstrou-se que a inclusão do sombreamento resulta em uma queda no desempenho. Os resultados demonstraram a influência negativa de ambos os coeficientes de correlação no desempenho do sistema.

REFERÊNCIAS

- [1] P. Shankar, "Error rates in generalized shadowed fading channels," *Wireless Personal Commun.*, vol. 28, no. 3, pp. 233–238, Feb. 2004.
- [2] I. Trigui, A. Laourine, S. Affes, and A. Stephenne, "Performance analysis of mobile radio systems over composite fading/shadowing channels with co-located interference," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 7, pp. 3448–3453, Jul. 2009.
- [3] J.-C. Lin, W.-C. Kao, Y. T. Su, and T.-H. Lee, "Outage and coverage considerations for microcellular mobile radio systems in a shadowed-Rician/shadowed-Nakagami environment," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, no. 1, pp. 66–75, Jan. 1999.
- [4] J. F. Paris, "Statistical characterization of κ - μ shadowed fading," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 63, no. 2, pp. 518–526, Feb. 2014.
- [5] J. Lopez-Fernandez, J. F. Paris, and E. Martos-Naya, "Bivariate Rician shadowed fading model," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 67, no. 1, pp. 378–384, Jan. 2018.
- [6] M. A. G. Villavicencio, R. A. A. de Souza, G. C. de Souza, and M. D. Yacoub, "A bivariate κ - μ distribution," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 65, no. 7, pp. 5737–5743, Jul. 2016.
- [7] R. A. A. de Souza and M. D. Yacoub, "Bivariate Nakagami- m distribution with arbitrary correlation and fading parameters," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 12, pp. 5227–5232, Dec. 2008.
- [8] J. R. Mendes, M. D. Yacoub, and U. S. Dias, "Power correlation coefficient of a very general fading model in maximal ratio combining," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 9, pp. 2472–2479, Sep. 2010.
- [9] C. Tellambura and A. D. S. Jayalath, "Generation of bivariate Rayleigh and Nakagami- m fading envelopes," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, no. 5, pp. 170–172, May 2000.
- [10] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products*, 7th ed. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2007.
- [11] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, ser. Applied mathematics series. Dover Publications, 1965.
- [12] J. Gentle, *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, ser. Statistics and Computing. Springer New York, 2013.