

# Modelo do Circuito Equivalente para Análise de Superfícies Seletivas em Frequência formadas por Anéis Circulares do Tipo Abertura

Bruno Sátiro da Silva

Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de  
Computação  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Natal, Brasil  
bruno-satiro@hotmail.com

Antonio Luiz P. S. Campos

Departamento de Engenharia de Comunicações  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Natal, Brasil  
antonio.luiz@pq.cnpq.br

**Abstract**— Neste estudo os autores apresentam duas novas propostas de representação por meio do Modelo do Circuito Equivalente (ECM – *Equivalent Circuit Method*) para anéis circulares do tipo abertura. O estudo consiste na representação da resposta em frequência de superfícies seletivas em frequência (FSS) formadas por anéis circulares e anéis circulares concêntricos, do tipo abertura. Em um primeiro momento, é realizada a análise de um circuito equivalente para uma célula unitária com um único anel. Em seguida, a análise é estendida para anéis circulares concêntricos, que possuem resposta com duas bandas de passagem. Por fim, os resultados dos métodos propostos são comparados com o software comercial Ansys HFSS, que utiliza o Método dos Elementos Finitos, demonstrando uma boa concordância entre as respostas.

**Palavras-chave** – Modelo do Circuito Equivalente, ECM, Anéis circulares, Elementos do tipo abertura.

## I. INTRODUÇÃO

As Superfícies Seletivas em Frequência (FSS – *Frequency selective surfaces*) são aparatos, geralmente bidimensionais e planos, que possuem uma importante característica: a filtragem em frequência de ondas eletromagnéticas incidentes. Uma FSS é formada por um conjunto periódico de elementos ressonantes condutores ou sua forma complementar, uma camada condutora com elementos formados por aberturas/fendas. Na prática, costuma-se adicionar um substrato dielétrico para a sustentação da estrutura, em que a espessura e as características eletromagnéticas do material escolhido possuem impacto na resposta em frequência da FSS e devem ser levadas em consideração no projeto [1].

Principalmente na área de telecomunicações, essas estruturas têm funções variadas no que diz respeito ao controle de fluxo eletromagnético. São muito utilizadas para blindagem eletromagnética de ambientes, permitindo somente a entrada e/ou saída de determinadas frequências. Outro uso comum é como radome, que protege antenas de intempéries e de interferências eletromagnéticas de outros sistemas, e como sub-refletores para antenas de alto ganho [2]. As FSS também são utilizadas em outras áreas, como por exemplo na engenharia de materiais para medição de permissividade elétrica relativa em

dielétricos e até no auxílio para detecção de falhas em estruturas de concreto, na engenharia civil [3,4].

A seletividade em frequência de uma FSS é função da periodicidade entre as células (elementos ressonantes), características eletromagnéticas e espessura do substrato e da geometria utilizada. Muitas geometrias clássicas são encontradas na literatura científica, *patches* quadrados e circulares, espiras condutoras quadradas e circulares, dipolos simples e cruzado e cruz de Jerusalém. A escolha depende da resposta desejada. Cada elemento possui suas características específicas na resposta em frequência. Geometrias de formato espiral (anel), por exemplo, se mostram como boas opções quando se deseja resultados mais estáveis angularmente e independentes da polarização da onda incidente.

## II. O MÉTODO DO CIRCUITO EQUIVALENTE

A análise e o projeto de uma superfície seletiva em frequência por meio da modelagem do circuito equivalente (ECM – *Equivalent circuit model*) é uma opção muito interessante devido à sua simplicidade, diminuindo drasticamente o tempo e o esforço computacional comparado com métodos de onda completa (FWM – *Full wave method*), além de proporcionar um entendimento eletromagnético mais claro sobre a geometria. Partindo do estudo de circuitos LC, é possível determinar a frequência de ressonância pela equação (1).

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1)$$

Na frequência de ressonância do circuito, uma máxima distribuição de corrente ocorre na FSS, resultando em um nulo de transmissão, pois a potência incidente é reirradiada. As bases do ECM estão ligadas à Marcuwitz [5], que desenvolveu equações que permitiram a obtenção de valores aproximados de indutâncias e capacitâncias de fitas condutoras paralelas (periódicas). As equações (2) e (3) modelam a reatância indutiva para o modo TE e a susceptância capacitiva para o modo TM, respectivamente.

$$\frac{X_L}{Z_0} = F(p, w, \lambda, \theta) = \frac{p \cos \theta}{\lambda} \left\{ \ln \left[ \csc \left( \frac{\pi w}{2p} \right) \right] + G(p, w, \lambda, \theta) \right\} \quad (2)$$

$$\frac{B_c}{Y_0} = 4F(p, w, \lambda, \varphi) = \frac{4p \cos \varphi}{\lambda} \left\{ \ln \left[ \csc \left( \frac{\pi g}{2p} \right) \right] + G(p, g, \lambda, \varphi) \right\} \quad (3)$$

em que  $p$  e  $w$  são a periodicidade e a espessura da fita condutora, respectivamente.  $\theta$  e  $\varphi$  são os ângulos de incidência,  $\lambda$  é o comprimento da onda incidente e  $G(\cdot)$  é uma função que adiciona um fator de correção e foi apresentada em [6].

Devido a bons resultados obtidos a partir da formulação de Marcuwitz, muitos pesquisadores, desde então, propõem alterações nas equações para obter respostas para outras geometrias. Espiras quadradas condutoras foram estudadas por Langley e Parker [6] que desenvolveram equações para o ECM e obtiveram boa concordância com resultados medidos de protótipos. Mais recentemente, Caldeirinha *et al* propuseram adequações para as equações da espira quadrada condutora e uma nova abordagem para o estudo do circuito equivalente da espira quadrada do tipo abertura (fenda) [7]. Em um outro estudo [8], os autores trazem novas equações para a espira circular condutora, partindo das equações de Langley e Parker para espiras quadradas.

Superfícies seletivas em frequência complementares (CFSS) são estruturas formadas por duas camadas de elementos ressonantes com geometrias que se complementam, em que uma camada é formada por *patches* condutores enquanto que a outra possui os elementos em forma de fenda/abertura. As CFSS são conhecidas por sua resposta *multiband* e pela sua grande estabilidade angular, proveniente da proximidade entre as camadas, geralmente espaçadas por finos substratos dielétricos [9]. Neste artigo serão propostos dois modelos de circuito equivalente para superfícies seletivas em frequência formadas por fendas espirais circulares, permitindo, mais à frente, uma aplicação adequada do ECM para estimar a resposta de uma CFSS formada por esses elementos.

### III. ANEL CIRCULAR DO TIPO ABERTURA

Quando o projeto de uma FSS exige uma maior estabilidade angular para a resposta em frequência, uma escolha interessante é o uso de anéis circulares [8]. Caso uma característica rejeita-faixa seja o objetivo, anéis condutores são utilizadas. Enquanto que uma FSS passa-faixa pode ser projetada com anéis circulares do tipo abertura, como ilustra Fig. 1(a). Fig. 1(b) ilustra a célula unitária de um FSS do tipo abertura com espiras circulares. A parte cinza corresponde ao metal. Em que  $d$  é o diâmetro externo da espira,  $w$  é a espessura da abertura e  $g$  é a distância entre duas aberturas adjacentes.

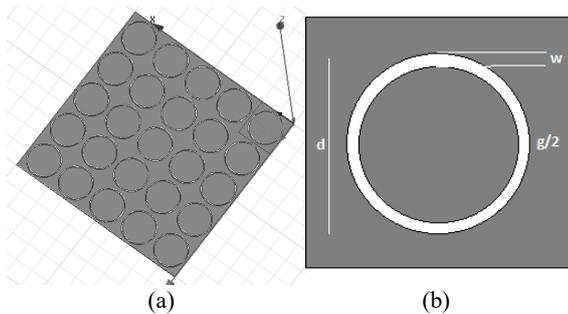


Fig. 1 – (a) FSS 5x5 com anéis circulares do tipo abertura (b) Célula unitária.

Em [7] os autores propõem um circuito equivalente para a espira quadrada do tipo abertura, obtendo bons resultados. Logo, baseados no estudo citado, propomos o mesmo circuito equivalente para a espira circular, considerando ajustes específicos para levarmos em consideração o formato de arco da geometria. O circuito adotado pode ser visto em Fig. 2.

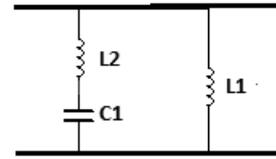


Fig. 2 – Circuito equivalente para anel circular do tipo abertura.

As equações para a obtenção dos valores dos elementos, normalizados com relação à impedância do espaço livre, são listadas a seguir.

$$\frac{X_{L1}}{Z_0} = F(p, g + 2FC, \lambda, \theta) \quad (4)$$

$$\frac{X_{L2int}}{Z_0} = \frac{\pi(d - 2w)}{p} F(p, d - 2w, \lambda, \theta) \quad (5)$$

$$\frac{X_{L2}}{Z_0} = X_{L2int} + \frac{w}{(d - 2w) + g + 2FC} \left( \frac{X_{L1}}{Z_0} \right) \quad (6)$$

$$\frac{B_{Cint}}{Y_0} = 4F(p, d - 2FC, \lambda, \varphi) \quad (7)$$

$$\frac{B_{Cint2}}{Y_0} = 4F(d - w, w, \lambda, \varphi) \quad (8)$$

$$\frac{B_{C1}}{Y_0} = (1.75B_{Cint} + 0.6B_{Cint2}) * \epsilon_{ef} \quad (9)$$

A equação (4) diz respeito à fita condutora formada pela separação entre anéis adjacentes. Nesse ponto, vale salientar o fator de correção adicionado (FC), que está relacionado com o valor médio de  $g$ , de acordo com o diâmetro  $d$  escolhido, conforme:

$$FC = \frac{\int_{-d/2}^{d/2} \left[ \frac{d}{2} - \sqrt{\left( \frac{d}{2} \right)^2 - x^2} \right] dx}{d} \quad (10)$$

Como pode ser visto, (10) trata do valor médio de uma função referente a um semicírculo e demonstrou ser um artifício interessante na adequação do ECM proposto. A equação (5) calcula a indutância aproximada do patch circular interno que, juntamente com (4) multiplicada por um fator de distância relativa, constitui a reatância indutiva de  $L_2$ , (6). A susceptância capacitiva de  $C_1$ , (9), é a junção das interações capacitivas de (7), que representa a capacitância entre fitas condutoras paralelas, e de (8), que faz referência à capacitância criada entre o *patch* circular e a fita.

Em (9), o termo  $\epsilon_{ef}$  é a permissividade elétrica relativa efetiva do substrato dielétrico, dada por:

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_r + (\epsilon_r - 1) \left( \frac{-1}{e^{xN}} \right); \quad (11)$$

em que  $x = \frac{10h}{p}$ ,  $h$  é a espessura do substrato,  $p$  é a periodicidade,  $\epsilon_r$  é a permissividade relativa e  $N$  é dependente da geometria, estando ligado ao preenchimento metálico da célula [10]. Os valores adotados para os estudos de caso analisados são listados na Tabela 1. Os valores de  $N$  são obtidos de acordo com a metodologia apresentada em [11].

Tabela 1 – Geometrias analisadas e seus respectivos valores para N.

FSS	$p$ (mm)	$d$ (mm)	$w$ (mm)	$h$ (mm)	$\epsilon_r$	$N$
1	32	30	0,3	0,8	4,4	1
2	30	25	0,5	1,27	2,2	0,6
3	25	20	1,5	0,8	4,4	0,8
4	20	18	0,5	0,8	4,4	1,1
5	20	14	1	1,6	4,4	0,4
6	15	12	0,5	1,27	2,2	0,4

Em Fig. 3, tem-se o comparativo entre as respostas do ECM proposto, considerando-se dois casos da tabela 1, e as do software comercial Ansys HFSS, que utiliza o Método dos Elementos Finitos (*FEM - Finite element method*). As FSS possuem respostas em frequência do tipo passa-faixa, como esperado. Com a escolha correta de  $N$ , as frequências de ressonância das faixas de transmissão dos casos estudados foram muito condizentes com relação ao software comercial.

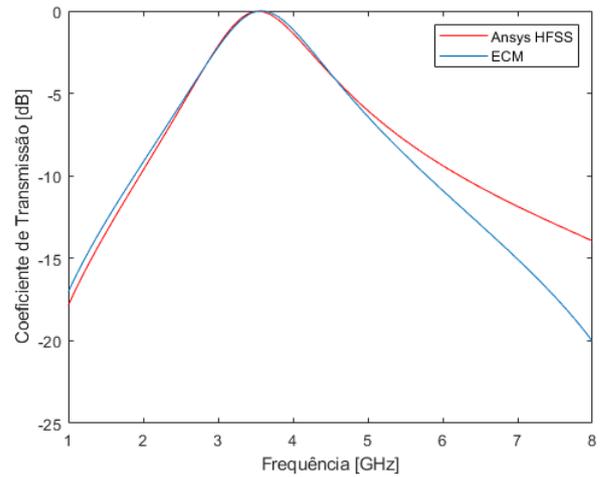
No caso 2, Fig. 3(a), as equações conseguiram estimar a largura de banda de passagem (-3 dB) exatamente como a o software. Enquanto que, no caso de Fig. 3(b), pode-se observar uma pequena diferença entre as bandas de passagem estimadas.

Os resultados listados na Tabela 2 validam o uso do método proposto para uma análise inicial do comportamento da FSS, com boa estimativa de resposta.

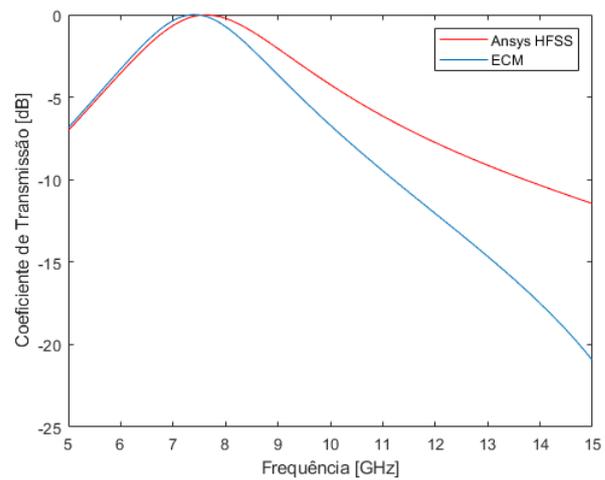
Tabela 2 – Comparativo da largura de banda entre métodos.

FSS	$BW_{ECM}$	$BW_{HFSS}$	Erro relativo
1	1 GHz	850 MHz	17%
2	1,5 GHz	1,5 GHz	0%
3	1,47 GHz	1,65 GHz	12%
4	1,47 GHz	1,54 GHz	4,5%
5	1,17 GHz	1,27 GHz	7,8%
6	2,8 GHz	3.4 GHz	17%

É importante observar o erro relativo dos exemplos 1 e 6 que estão acima da média dos outros resultados. Isso se deve, majoritariamente, às dimensões analisadas, que se encontram bem próximas dos limites superior e inferior das equações estabelecidos em [7], diminuindo a eficiência do método, contudo ainda exibindo uma boa aproximação.



(a)



(b)

Fig. 3 – Comparativo entre o ECM e o software HFSS para a espira circular do tipo abertura. (a) Exemplo 2 e (b) Exemplo 6 da tabela 1.

#### IV. ANÉIS CIRCULARES CONCÊNTRICOS DO TIPO ABERTURA

Nossa análise para a proposta de um novo circuito equivalente se estende agora para superfícies seletivas em frequência formadas por fendas espirais circulares duplas. Em Fig. 4(a) tem-se a FSS formada por um arranjo de  $5 \times 5$  células. A célula unitária tem suas dimensões mostradas em Fig. 4(b). Uma FSS desse tipo possui uma resposta em frequência com duas faixas de passagem, podendo ser utilizadas em aplicações *multiband*, como sub refletoras e radomes.

O circuito equivalente proposto para a célula unitária mostrada acima pode ser visto em Fig. 5. O mesmo é composto por um ramo indutivo ( $L_1$ ), que representa o condutor entre os anéis externos. Enquanto que o ramo ( $C_1-L_2$ ) são as reatâncias relativas ao condutor  $g$  e ao anel formado entre as duas aberturas. O ramo ( $C_2-L_3$ ) representa as interações entre o *patch* circular e o anel condutor.

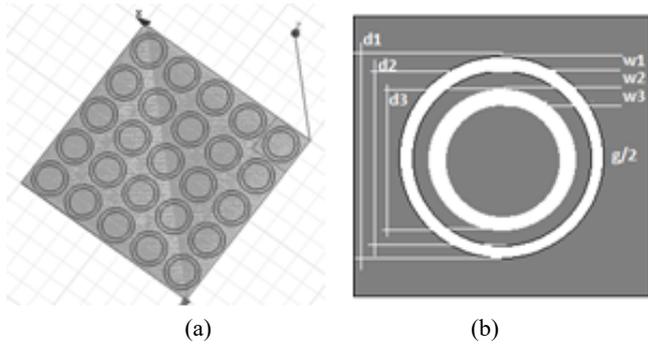


Fig. 4 –: (a) FSS de anéis circulares concêntricos do tipo abertura (b) Célula unitária.

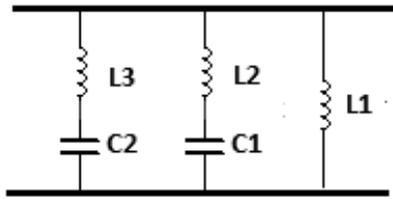


Fig. 5 – Circuito equivalente para a espira circular dupla do tipo abertura.

As equações para o circuito anterior levam em consideração o efeito da proximidade entre os elementos condutores da célula e estão listadas abaixo.

$$\frac{X_{L1}}{Z_0} = F(p, g + 2FC, \lambda, \theta) \quad (12)$$

$$\frac{X_{L2int}}{Z_0} = \frac{\pi(d2/2)}{p} F(p, 2w2, \lambda, \theta) \quad (13)$$

$$\frac{X_{L2}}{Z_0} = X_{L2int} + \frac{w1}{d2 + g + 2FC} \left( -\frac{X_{L1}}{Z_0} \right) \quad (14)$$

$$\frac{X_{L3int}}{Z_0} = (\pi/2) \frac{(d3 - 2w3)}{p} F(p, d3 - 2w3, \lambda, \theta) \quad (15)$$

$$\frac{X_{L3}}{Z_0} = 0,1X_{L3int} + \frac{w3}{d3 - 2w3 + g + 2FC} \left( -\frac{X_{L2int}}{Z_0} \right) \quad (16)$$

$$\frac{B_{C1int}}{Y_0} = F(p, d1 - 2FC, \lambda, \varphi) \quad (17)$$

$$\frac{B_{C1int2}}{Y_0} = F(d1 - w1, w1, \lambda, \varphi) \quad (18)$$

$$\frac{B_{C1}}{Y_0} = (B_{C1int} + B_{C1int2}) * \epsilon ef \quad (19)$$

$$\frac{B_{C2int}}{Y_0} = 2F(d3 - w3, w3, \lambda, \varphi) \quad (20)$$

$$\frac{B_{C2}}{Y_0} = (B_{C1int2} + B_{C2int}) * \epsilon ef \quad (21)$$

Assim como para o caso do anel circular, (12) – (21) representam as interações indutivas e capacitivas entre os elementos das células para anéis circulares concêntricos do tipo abertura. O valor de \$L\_1\$ pode ser determinado por (12), que é calculada da mesma forma que para o caso do anel circular. O valor de \$L\_2\$ é composto pela interação entre o anel condutor interno de espessura \$w\_2\$ e a fita condutora \$g\$. \$L\_3\$, calculado por (16), é a soma da reatância indutiva do *patch* circular (multiplicado por um fator de redução 0,1 devido à sua baixa influência) com o anel condutor entre as aberturas circulares concêntricas. Em (19) o valor de \$C\_1\$ é computado levando em consideração a interação capacitiva entre as fitas paralelas e o anel condutor. Enquanto que \$C\_2\$ é calculado por (21), calculando a susceptância capacitiva entre o *patch* circular e o anel condutor, juntamente com a influência da capacitância produzida pelas fitas paralelas de espessura \$g\$ que separam as células.

De forma semelhante, empregamos uma série de simulações afim de validar o modelo do circuito equivalente. As dimensões, estão em milímetros e as FSS analisadas são listadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Geometrias e seus respectivos valores para N.

FSS	\$p\$	\$d1\$	\$d3\$	\$w1\$	\$w3\$	\$h\$	\$\epsilon r\$	\$N\$
1	32	30	20	0,5	1,5	1,6	4,4	0,7
2	30	28	25	0,5	0,5	0,4	4,4	0,8
3	30	25	20	1	1	0,8	4,4	1
4	25	20	16	0,5	0,5	0,8	4,4	0,9
5	20	18	14	0,5	0,5	0,8	4,4	1
6	20	14	10	0,5	0,5	1,27	2,2	0,25
7	15	14	8	1	0,5	1,6	4,4	0,9
8	10	9	6	0,1	0,1	1,27	2,2	0,45

Fig. 6 ilustra dois comparativos entre os métodos considerando geometrias com as características das FSS 6 e 7 da Tabela 3. A Tabela 4 apresenta outros resultados.

As curvas de Fig. 6 apresentam uma boa concordância entre o ECM e o FEM, método utilizado pelo HFSS. Com isso, a proposta apresentada para anéis circulares concêntricos duplos do tipo abertura torna-se uma boa opção para uma análise de projeto rápida e eficaz de uma FSS formada por elementos desse tipo.

Tabela 4 – Comparativo entre métodos para espira dupla.

FSS	$f_1$ ECM	$f_1$ HFSS	$f_2$ ECM	$f_2$ HFSS	$f_{nulo}$ ECM	$f_{nulo}$ HFSS
1	2 GHz	2,1 GHz	4 GHz	4,1 GHz	3,1 GHz	2,95 GHz
2	2,2 GHz	2,4 GHz	3,6 GHz	3,5 GHz	2,65 GHz	2,6 GHz
3	2,6 GHz	2,9 GHz	4,3 GHz	4,3 GHz	3,2 GHz	3,2 GHz
4	3 GHz	3,4 GHz	5,3 GHz	5 GHz	3,7 GHz	3,8 GHz
5	3,2 GHz	3,6 GHz	5,6 GHz	5,6 GHz	4,25 GHz	4,3 GHz
6	-6 GHz	6,2 GHz	10 GHz	9,7 GHz	7,2 GHz	7,3 GHz
7	4,5 GHz	4,7 GHz	8,8 GHz	9,1 GHz	7,2 GHz	7,2 GHz
8	7,1 GHz	7,8 GHz	14,1GHz	14,7 GHz	11,2 GHz	11,2 GHz

V. CONCLUSÕES

O estudo exposto neste trabalho teve como objetivo a modelagem de duas novas geometrias usando o modelo do circuito equivalente. Foram considerados o anel circular e anéis circulares duplos concêntricos do tipo abertura. Os resultados das simulações empregadas demonstram uma boa concordância com o método dos elementos finitos, por meio do *software* comercial HFSS. Trabalhos futuros incluem a construção de protótipos e medição para fins de maior validação dos ECM sugeridos. Os autores agradecem ao fomento do CNPq para a continuidade desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] B. A. Munk, "Frequency selective surfaces: theory and design". New York (NY): Wiley; 2000.
- [2] A. L. P. S. Campos, "Superfícies seletivas em frequência: análise e Projeto", IFRN Editora, Natal. 2009. 196 p.
- [3] J. H. Kim, H. J. Chun, I. P. Hong, Y. B. Park, "Analysis of FSS Radomes Based on Physical Optics Method and Ray Tracing Technique," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol. 13, 2014, pp. 868-871.
- [4] F. Costa, A. Monorchio, C. Amabile, "Dielectric Permittivity Measurement Technique Based on Waveguide FSS Filters," European Microwave Conference, 41st ed., 10-13 October 2011, Manchester, UK, pp. 945-948
- [5] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*. 1st edition, New York: McGraw-Hill, 1951.
- [6] R. J. Langley and E. A. Parker, "Equivalent circuit model for arrays of square loops," in *Electronics Letters*, vol. 18, no. 7, pp. 294-296, 1 April 1982.
- [7] D. Ferreira, R. F. S. Caldeirinha, I. Cuiñas and T. R. Fernandes, "Square Loop and Slot Frequency Selective Surfaces Study for Equivalent Circuit Model Optimization," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 9, pp. 3947-3955, Sept. 2015.
- [8] A. Ramezani Varkani, Z. Hossein Firouzeh and A. Zeidaabadi Nezhad, "Equivalent circuit model for array of circular loop FSS structures at oblique angles of incidence," in *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 12, no. 5, pp. 749-755, 18 4 2018.
- [9] D. S. Lockyer, J. C. Vardaxoglou, R. A. Simpkin, "Complementary Frequency Selective Surfaces," *IEE Proc. Microwave, Antennas and Propagation*, Vol. 147, 2013, pp. 501-507.
- [10] F. Costa, A. Monorchio and G. Manara, "An equivalent circuit model of Frequency Selective Surfaces embedded within dielectric layers," *2009 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Charleston, SC, 2009, pp. 1-4.
- [11] G. L. R. Araujo, A. L. P. S.; Campos, A. M. Martins, "Improvement of the Equivalent Circuit Method for Analysis of Frequency Selective Surfaces Using Genetic Algorithms and Rational Algebraic Models". *Progress in Electromagnetics Research Letters*, v. 55, 2015, pp. 67-74.

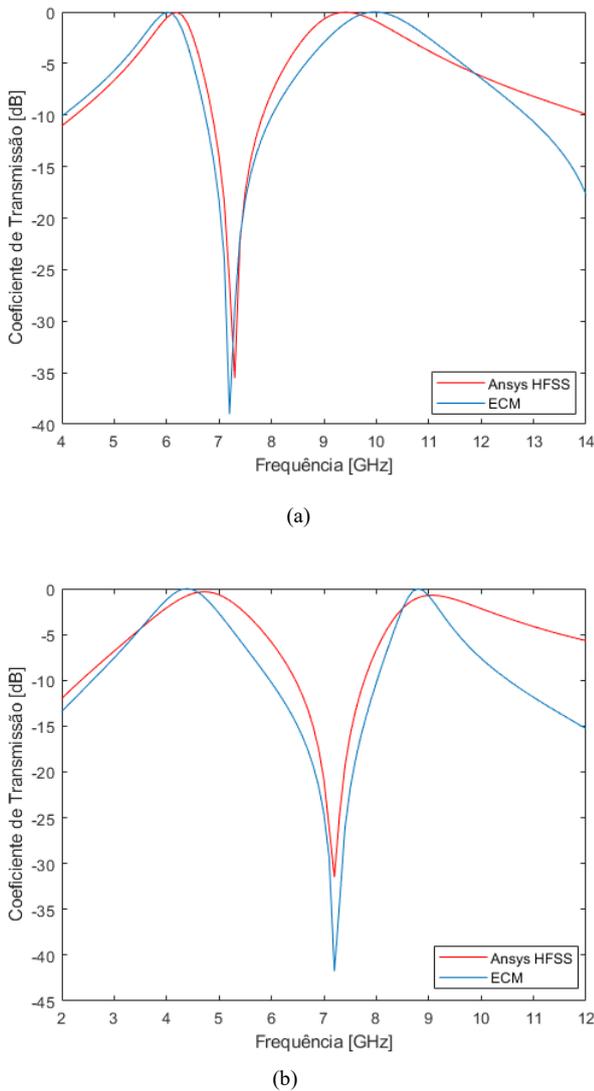


Fig. 6 - Comparativo entre o ECM e HFSS para a espira circular dupla em abertura. (a) FSS 6. (b) FSS 7.