# Avaliação do desempenho do algoritmo LMS-SRR considerando erros de modelagem do sistema óptico

António Manuel Santos Spencer Andrade e Guilherme Holsbach Costa

***Resumo*— A Super-Resolução de imagens é caracterizada pelo alto custo computacional e pela sensibilidade a erros de modelagem do processo de aquisição. O algoritmo LMS-SRR é o algoritmo com menor consumo de processamento e memória. Modelos teóricos do comportamento desse algoritmo permitem que seu melhor desempenho seja obtido frente a ocorrência de erros de registro. Neste trabalho, através de simulações estatísticas, é mostrado que a metodologia de projeto que considera a ocorrência dos erros de registro pode ser utilizada na ocorrência de erros de modelagem do sistema óptico.**

***Palavras-Chave*— LMS, Super-Resolução, processamento de imagens.**

***Abstract*— The image Super-Resolution is characterized by its high computational cost and sensitivity to erros in the acquisition process model. The LMS-SRR algorithm is the solution which presents the lowest computational burden and memory requirements. Theoretical models of the algorithm behavior leads to the best performance in the presence of the registration errors. In this work, from statistic simulations, it is possible to infer that the optimum step-size guidelines considering registration errors can be used when errors in the optics model occur.**

***Keywords*— LMS, Super-Resolution, image processing.**

## I. Introdução

A reconstrução com super-resolução (SRR — super-resolution reconstruction) consiste basicamente em combinar múltiplas imagens de baixa resolução para formar uma imagem de alta (maior) resolução. Em [1], é apresentada uma visão geral sobre as possíveis abordagens de tratamento deste tema. A SRR de imagens é caracterizada pelo alto custo computacional e pela sensibilidade a erros de modelagem do processo de aquisição. As modelagens mais problemáticas são, certamente, a do movimento relativo entre as imagens, cuja estimação é conhecida por registro, e as distorções incluídas pelo sistema óptico, incluindo o sensor de aquisição. Os erros de registro devem-se ao fato de o problema de estimação de movimento possuir infinitas soluções. Já em relação ao sistema óptico, em muitas situações práticas como a conversão de vídeos antigos padrão SDTV para *Full* HD, o conjunto de lentes e a câmera dos sistemas de aquisição são desconhecidos e inacessíveis, o que implica, por consequência, em uma modelagem imprecisa.

Dentro deste contexto, o algoritmo LMS-SRR aparece como o algoritmo com menor consumo de processamento e de memória. Além disso, modelos determinísticos do comportamento desse algoritmo permitem que seu desempenho ótimo seja obtido frente a ocorrência de erros de registro [2]. Neste trabalho, uma avaliação experimental do comportamento do LMS-SRR é realizada, de forma que o comportamento desse algoritmo seja avaliado frente a erros de modelagem do sistema óptico. Através de simulações estatísticas, é mostrado que a metodologia de projeto que considera a ocorrência dos erros de registro pode ser utilizada quando são considerados erros de modelagem do sistema óptico, levando a bons resultados.

A seção seguinte trata da metodologia de avaliação. Na Seção III são apresentados os resultados das simulações e, por fim, na Seção IV são apresentadas as discussões finais.

## II. Materiais e Métodos

Neste trabalho, minúsculas em negrito denotam vetores coluna e maiúsculas em negrito denotam matrizes. A variável $t$ é inteira e indexa amostras no tempo-discreto de imagens e operadores. Imagens observadas são chamadas LR (*Low-Resolution*), e as imagens original (desejada) e reconstruída são chamadas HR (*High-Resolution*).

Dada a representação matricial $N \times N$ de uma imagem digital LR (observada) $\mathbf{Y}(t)$ e a representação matricial $M \times M$ $(M > N)$ de uma imagem digital HR $\mathbf{X}(t)$, o processo de aquisição pode ser modelado como [1]

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{DHx}(t) + \mathbf{e}(t)\,, \tag{1}$$

em que os vetores $\mathbf{y}(t)$ $(N^2 \times 1)$ e $\mathbf{x}(t)$ $(M^2 \times 1)$ são as representações lexicográficas das imagens degradadas e original, respectivamente, no instante de tempo-discreto $t$. $\mathbf{D}$ é a matriz de dizimação $N^2 \times M^2$ e modela a subamostragem realizada no sensor. $\mathbf{H}$ $(M^2 \times M^2)$ modela as distorções nas lentes da câmera. O vetor $\mathbf{e}(t)$ $(N^2 \times 1)$ modela o ruído (eletrônico) de observação.

A dinâmica do sinal de entrada é modelada por

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t-1) + \mathbf{s}(t)\,, \tag{2}$$

em que $\mathbf{G}(t)$ é chamada matriz de registro e descreve movimento relativo entre $\mathbf{x}(t-1)$ e $\mathbf{x}(t)$. O vetor $\mathbf{s}(t)$ modela as inovações em $\mathbf{x}(t)$, com relação ao instante anterior de tempo.

O algoritmo LMS-SRR minimiza o erro quadrático médio (MSE - *Mean-Square Error*) $\mathrm{E}\{\|\boldsymbol{\epsilon}(t)\|^2\}$ [3], em que $\boldsymbol{\epsilon}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{DH}\hat{\mathbf{x}}(t)$, $\hat{\mathbf{x}}(t)$ é a estimativa de $\mathbf{x}(t)$ e $\mathrm{E}\{\cdot\}$ denota a esperança estatística. O LMS-SRR é a versão estocástica do

António Manuel Santos Spencer Andrade e Guilherme Holsbach Costa, Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul - RS, Brasil, E-mails: amssandrade@ucs.br, holsbach@ieee.org.
Este trabalho foi financiado pelo CNPq (310222/2010-9, 474338/2010-0), FAPERGS (10/0488-7) e Transportes Bertolini LTDA.

algoritmo *Steepest Descent*, e sua equação de atualização é

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}^K(t)\mathbf{G}(t)\hat{\mathbf{x}}(t-1) + \mu \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{A}^n(t)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{y}(t)\,, \quad (3)$$

em que $\mathbf{A}(t) = [\mathbf{I} - \mu\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}\mathbf{H}]$, $\mu$ é o passo de adaptação e $K$ equivale ao número de iterações do algoritmo a cada instante de tempo.

Em [2] é mostrado que em alguns casos é possível definir um passo de adaptação ótimo, considerando-se a ocorrência de erros de estimação de movimento (em $\mathbf{G}(t)$). Neste trabalho, avalia-se o comportamento do LMS-SRR, em torno do passo ótimo proposto em [2], porém considerando-se erros de modelagem no sistema óptico. Para tanto, assume-se que $\mathbf{G}(t)$ é conhecido, sem erro, e que $\mathbf{H}$ é desconhecido e estimado com erro, sendo então denotado por $\hat{\mathbf{H}}$. O ruído eletrônico é, da mesma forma, considerado nulo. Desta forma, o efeito do erro de estimação em $\hat{\mathbf{H}}$ é isolado das demais variáveis do problema.

Na avaliação apresentada são consideradas simulações com 100 realizações, em que cada realização compreende uma sequência distinta, com 75 imagens naturais. Para tanto, são utilizadas sequências sintéticas, geradas a partir 75 de recortes HR de 100 imagens distintas, com dimensão mais alta que a HR, e de um vetor de movimento conhecido (mantido o mesmo para todas as sequências). O vetor de movimento é gerado a partir de um processo *random walk*, simulando um movimento de *camera shaking*. Imagens HR possuem dimensão $256\times256$ e LR $128\times128$. $\mathbf{H}$ implementa a convolução do sinal com uma máscara gaussiana com dimensões $6 \times 6$ e variância 0,75. $\hat{\mathbf{H}}$ é estimado erroneamente como sendo uma máscara $2 \times 2$ com coeficientes 0,25. De acordo com a metodologia proposta em [2], a degradação desta máscara leva a um passo ótimo $\mu = 4$. Neste caso, o valor de $K$ não altera o comportamento do algoritmo, podendo ser, portanto, igual a 1.

## III. Resultados

A Figura 1 ilustra os resultados para $K = 1$. Este é um caso de interesse prático, visto que leva o LMS-SRR ao seu menor custo computacional. É possível notar que o desempenho do algoritmo para $K = 1$ com o passo proposto em [2] ($\mu = 4$) não é ótimo porém está em torno do melhor desempenho, alternando-se em torno do o menor erro com o desempenho obtido através do passo $\mu = 3$, porém com convergência mais rápida. É possível notar que, à medida em que o valor de $K$ aumenta todas as curvas de erro se aproximam da curva do erro gerada com $\mu = 4$. A Figura 2 ilustra os resultados obtidos com $K = 10$.

Cabe ressaltar que a diferença entre o desempenho na presença e na ausência de erro de estimação de $\mathbf{H}$ é substancial (Figura 3). Ainda assim, o desempenho da super-resolução é superior à interpolação bicúbica, utilizada para inicializar o algoritmo (erro no instante $t = 0$).

## IV. Considerações finais

A partir dos resultados de simulação, bem como de uma análise de [2], é possível inferir que passo ótimo do algoritmo está associado exclusivamente à matriz $\hat{\mathbf{H}}$. Sendo assim, o passo que minimiza o efeito dos erros de registro minimiza, da mesma forma, os efeitos do erro de estimação do sistema óptico.

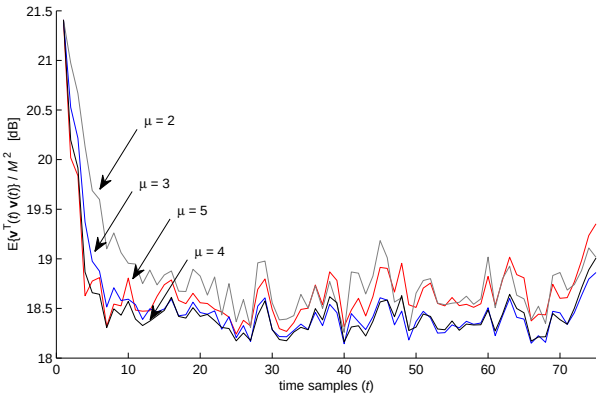


Fig. 1. Erro quadrático médio de reconstrução para $K = 1$.

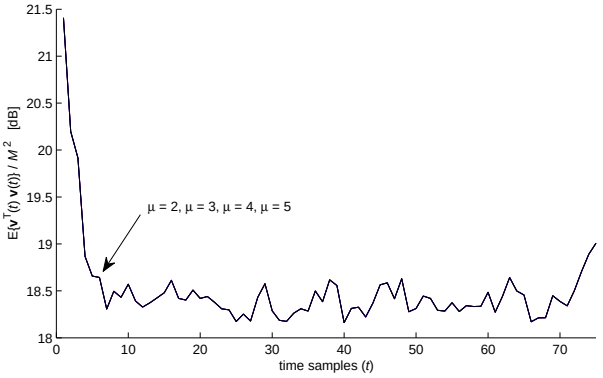


Fig. 2. Erro quadrático médio de reconstrução para $K = 10$.

## Referências

[1] S. C. Park, M.K. Park, M.G. Kang e J. J. Sousa, "Super-Resolution Image Reconstruction: A Technical Overview," *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 20, n.3, pp. 21–33, Maio 2003.

[2] G. H. Costa e J. C. M. Bermudez, "Informed Choice of the LMS Parameters in Super-Resolution Video Reconstruction Applications," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 56, pp. 555–564, Feb. 2008.

[3] M. Elad e A. Feuer, "Superresolution Restoration of an Image Sequence: Adaptive Filtering Approach," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 8, pp. 387–395, Mar. 1999.

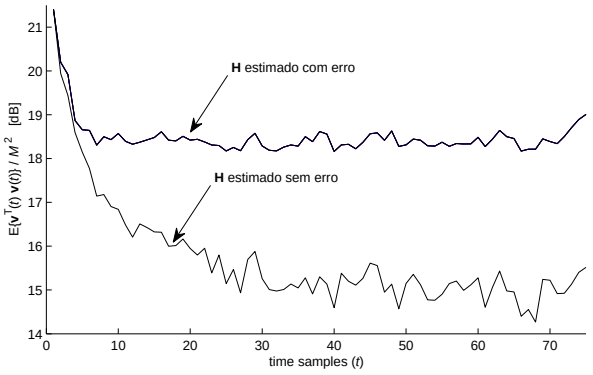


Fig. 3. Menores erros de reconstrução obtidos considerando presença e ausência de erro de estimação do sistema óptico.