

# Aplicação do Teste de Aderência de Kolmogorov-Smirnov à Estimação de SNR em um Modelo de Sinal Recebido sob Desvanecimento Nakagami

Júlio César Cândido Vieira, Wamberto J. L. Queiroz e Hugerles Sales Silva

**Resumo**— Neste artigo é apresentada uma análise matemática, corroborada por simulação, de um processo de estimação de SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) por meio do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov. O modelo de amostras de sinal recebido em tempo discreto na saída de um filtro casado no receptor é composto por um termo referente ao sinal de informação afetado por desvanecimento Nakagami e por um termo composto por ruído gaussiano branco aditivo. É verificado, por meio da avaliação do erro médio ao quadrado normalizado e da média das estimativas, que o método discutido é uma boa opção às técnicas de estimação de SNR quando se quer obter estimativas a partir de volumes reduzidos de amostras observadas.

**Palavras-Chave**— Estimação de SNR, desvanecimento Nakagami, Kolmogorov-Smirnov

**Abstract**— In this article is presented a mathematical analysis, corroborated by simulation, of a SNR estimation process using the Kolmogorov-Smirnov goodness of fit test. The model of discrete-time signal samples observed at the output of a matched filter at the receiver is composed of a term referring to the information signal affected by Nakagami fading and a term composed of additive Gaussian white noise. It is verified, by means of the normalized mean square error and the mean of the estimates that the method discussed is a good option for SNR estimation techniques when reduced amount of observed samples is desired.

**Keywords**— SNR estimation, Nakagami fading, Kolmogorov-Smirnov test

## I. INTRODUÇÃO

Nos atuais sistemas de comunicações, nos quais os recursos espectrais são muito solicitados e as condições de propagação das ondas eletromagnéticas são cada vez mais dificultadas pela densidade espacial de edificações e outros aparelhos urbanos e naturais, faz-se necessário desenvolver sistemas de transmissão que sejam capazes de poupar esses escassos recursos. Justifica-se assim o estudo de mecanismos de processamento de sinais que permitam aperfeiçoar a caracterização do enlace para que os receptores possam se adaptar melhor ao seu comportamento variável. Um dos parâmetros mais usados para classificar a qualidade do canal de comunicação é a Relação Sinal Ruído (SNR -*Signal-to-Noise Ratio*), que engloba variações das características físicas do enlace.

Júlio César Cândido Vieira, Wamberto J. L. Queiroz e Hugerles Sales Silva. Centro de Engenharia Elétrica e Informática, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, E-mails: wamberto@dee.ufcg.br, julio.vieira@ee.ufcg.br, hugerles.silva@ee.ufcg.edu.br. Os autores agradecem ao CNPq e Capes pelo suporte ao trabalho.

Em sistemas de comunicações sem fio, quando é necessário conhecer o parâmetro SNR do canal, é preciso antes caracterizar estatisticamente o desvanecimento que afeta o sinal recebido nesse canal. Há então a necessidade de estimar os parâmetros da Função Densidade de Probabilidade (FDP) da distribuição mais adequada para modelar o desvanecimento. Depois que o desvanecimento do canal é caracterizado por meio de parâmetros adequados, pode-se aplicá-los a um estimador de SNR para o tipo estatístico de desvanecimento verificado [1]. Nos sistemas de comunicações digitais, a SNR é um parâmetro de entrada importante para uma variedade de algoritmos de equalização e muitos trabalhos importantes têm sido publicados sobre esse problema [2].

Desde o início dos anos 2000, a publicação de estudos acerca da estimativa da SNR para sinais com modulação digital vem sendo intensificada. Em [3], por exemplo, é apresentado um estudo da estimação tanto da potência do ruído quanto da SNR para sistemas de comunicações sem fio baseados na Modulação por Divisão em Frequência com Portadoras Ortogonais (OFDM -*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Nesse estudo é levado em consideração tanto a Densidade Espectral de Potência (DEP) quanto as variações das estatísticas do ruído sobre as subportadoras OFDM. Ao invés de avaliar as estimativas das amostras de ruído instantâneo sobre todas as subportadoras OFDM, é proposta a divisão do número total de subportadoras em vários subgrupos e a avaliação das subportadoras separadamente nos vários subgrupos.

Em [4] a estimação da SNR é apresentada a partir das estimativas de máxima verossimilhança (ML -*Maximum Likelihood*) da amplitude do sinal recebido e da potência do ruído. As estimativas ML da amplitude do sinal recebido e da potência do canal são fornecidas com o auxílio de uma sequência piloto de treinamento de  $N$  símbolos e alcançam um erro médio ao quadrado praticamente igual ao estabelecido pelo limitante de Cramer-Rao. Também são apresentadas estimativas da SNR para os esquemas de modulação (BPSK -*Binary Phase Shift Keying*), (QPSK -*Quadrature Phase Shift Keying*) e (MQAM -*M-ary Quadrature Amplitude Modulation*).

Em [5] a estimação da SNR é analisada em sinais com esquemas de modulação QPSK e em modelos de canais com desvanecimento variante no tempo. São analisadas tanto a estimação com auxílio de sequências de treinamento (denotada na língua inglesa de *data-aided estimation* - DA) quanto sem

auxílio de seqüências de treinamento (*non-data-aided* - NDA). O canal com desvanecimento é modelado por uma função polinomial do tempo. As limitações de precisão do estimador são avaliadas por meio do limitante de Cramer-Rao. Em [6] é proposto o uso de momentos estatísticos das amostras do envelope do sinal captado no receptor. Esse método é baseado em uma combinação linear da razão de certos momentos estatísticos de ordem par e permite a derivação de estimadores sem seqüências de treinamento.

Em [7] é proposto pela primeira vez o uso do Teste de Aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S) para a estimação de SNR em um canal com ruído gaussiano branco aditivo. Nesse processo, um vetor de amostras do sinal recebido é usado na estimativa de uma Função Cumulativa de Probabilidade Empírica - FCPE e essa FCPE é então comparada com FCPs armazenadas em um dicionário do estimador, geradas para diferentes configurações de parâmetros e valores de SNR.

Neste artigo, o método proposto em [7] é analisado em modelo de sinal recebido composto por um termo afetado por desvanecimento modelado pela distribuição de Nakagami e um componente de ruído gaussiano branco aditivo. A análise matemática é desenvolvida tanto para símbolos MQAM quanto para sinais OFDM e a avaliação do estimador é feita por meio do Erro Médio ao Quadrado Normalizado (*Normalized Mean Square Error* - NMSE). A principal vantagem desse método é a quantidade reduzida de amostras necessárias para obter uma estimativa de SNR e a desvantagem é a necessidade de montar um dicionário com amostras da FCP teórica para diferentes valores de  $m$  e de SNR.

As principais contribuições do artigo são:

- 1) Expressões exatas para a FDP do módulo das amostras de sinal recebido  $r[n]$ .
- 2) Expressões exatas e aproximadas para a FCP do módulo das amostras de sinal recebido  $r[n]$ .
- 3) Aplicação do teste de aderência de K-S a um modelo de sinal recebido sob desvanecimento Nakagami.

Além da introdução, na Seção II é apresentado o desenvolvimento matemático e a descrição do teste de K-S, na Seção III é apresentada a análise dos resultados e na Seção IV são apresentadas as conclusões.

## II. DESENVOLVIMENTO

Considere que em um enlace de comunicações sem fio, o modelo matemático do sinal observado na saída de um filtro casado no receptor, representado em tempo discreto por  $r[n]$ , pode ser escrito como

$$r[n] = g[n]s[n] + w[n], \quad (1)$$

em que  $g[n]$  representa uma variável aleatória complexa que caracteriza o desvanecimento que afeta o sinal de informação,  $s[n]$  representa os símbolos de informação de um esquema de modulação como MQAM ou amostras de um sinal OFDM e  $w[n]$  representa amostras de ruído branco aditivo gaussiano complexo de média nula e variância  $\sigma_w^2$  por componente.

A SNR deste modelo de sinal recebido pode ser escrita como

$$SNR = \frac{P_{\text{sinal}}}{P_{\text{ruído}}}, \quad (2)$$

em que

$$P_{\text{sinal}} = E[|g[n]|^2 |s[n]|^2] = E[|g[n]|^2] E[|s[n]|^2], \quad (3)$$

$$P_{\text{ruído}} = E[|w[n]|^2],$$

de modo que a SNR pode ser reescrita como

$$SNR = \frac{E[|g[n]|^2] E[|s[n]|^2]}{E[|w[n]|^2]} = \frac{\sigma_g^2}{2\sigma_w^2} \sum_i^M p_i |A_i|^2, \quad (4)$$

em que  $p_i$  e  $|A_i|$  são parâmetros da constelação MQAM e  $\sigma_w^2$  é a potência média do ruído.

Se as amostras  $g[n]$ ,  $s[n]$  e  $w[n]$  forem consideradas independentes e igualmente distribuídas, então pode-se escrever a FDP de  $|r[n]|$ , dado  $|g[n]|$  e  $|s[n]|$ , como

$$f_{|r[n]|}(|r[n]| | |g[n]|, |s[n]|) = \frac{|r[n]|}{\sigma_w^2} I_0 \left( \frac{|r[n]| |g[n]| |s[n]|}{\sigma_w^2} \right) \times \exp \left( - \left( \frac{|r[n]|^2 + |g[n]|^2 |s[n]|^2}{2\sigma_w^2} \right) \right), \quad (5)$$

em que  $I_0(x)$  representa a Função Modificada de Bessel de primeira espécie e ordem zero. Para proceder com a estimação da SNR, é necessário calcular a FCP de  $|r[n]|$  e isso pode ser alcançado calculando a média da FDP condicionada obtida em (5) pelas distribuições de probabilidade da envoltória do desvanecimento e dos símbolos  $s[n]$ . Na seção seguinte esse cálculo é realizado para os sinais MQAM e OFDM.

### A. Cálculo da FCP de $|r[n]|$ para o sinal OFDM

Considerando que  $s[n]$  seja um sinal OFDM formado por  $N$  subportadoras ortogonais moduladas em amplitude por símbolos  $x[l]$ , então  $s[n]$  pode ser escrito como

$$s[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} x[l] \exp \left( \frac{j2\pi nl}{N} \right). \quad (6)$$

A distribuição de probabilidade de  $s[n]$ , para  $N$  elevado, pode então ser aproximada, de acordo com o Teorema Central do Limite, por uma distribuição gaussiana complexa de média nula e variância  $1/2$  por componente. Esse resultado pode ser verificado considerando que os símbolos que modulam as portadoras ortogonais OFDM são símbolos equiprováveis do esquema de modulação MQAM e têm energia normalizada de modo que a energia média da constelação MQAM seja unitária. É direto também verificar, por meio da teoria de transformações de variáveis aleatórias de duas dimensões, que a variável  $|s[n]|$  tem distribuição de probabilidade caracterizada pela FDP de Rayleigh,

$$f_{|s[n]|}(x) = \begin{cases} 2xe^{-x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7)$$

Dessa forma, usando a FDP de  $|s[n]|$  apresentada em (7), pode-se escrever a FDP condicionada  $f(|r[n]| | |g[n]|)$  como

$$f(|r[n]| | |g[n]|) = \frac{|r[n]|}{\sigma_w^2} \exp \left( - \frac{|r[n]|^2}{2\sigma_w^2} \right) \times \int_0^\infty \exp \left( -x \left( 1 + \frac{|g[n]|^2}{2\sigma_w^2} \right) \right) I_0 \left( \frac{|r[n]| |g[n]| \sqrt{x}}{\sigma_w^2} \right) dx. \quad (8)$$

Tomando a média da FDP condicionada em (8) pela FDP de Nakagami da envoltória de  $g[n]$ , dada por

$$f_{|g[n]|}(|g[n]|) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\sigma_g^2}\right)^m |g[n]|^{2m-1} \exp\left(-m \frac{|g[n]|^2}{\sigma_g^2}\right) \quad (9)$$

em que  $m$  é um parâmetro de formatação da FDP e  $\sigma_g^2$  representa a potência média do desvanecimento, pode-se obter a FDP de  $|r[n]|$  em termos de uma integral imprópria de zero a infinito. Devido à complexidade dos expoentes das funções exponenciais em (8), não é possível obter uma solução exata para essa integral e a FCP de  $|r[n]|$  em função de um valor  $|r[k]|$  pode então ser obtida por meio de uma segunda integral de zero a  $|r[k]|$ . Dessa forma, após algumas mudanças de variáveis e procedimentos de simplificação algébrica, pode-se escrever a FCP de  $|r[n]|$  como

$$F_{|r[n]|}(|r[k]|) = \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^\infty \exp(-x) x^{m-1} dx - \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^\infty \exp(-x) x^{m-1} \exp\left(\frac{-|r[k]|^2}{2\sigma_w^2(1+(x\gamma/2m))}\right) dx \quad (10)$$

A primeira integral em (10) representa a função Gamma, enquanto a segunda integral não possui, de acordo com o conhecimento dos autores, uma expressão exata. Essa integral pode, entretanto, ser aproximada pelo método da quadratura de Gauss-Laguerre [8]. Nesse método

$$\int_0^\infty x^\beta \exp(-x) f(x) dx = \sum_{n=1}^M w_n f(x_n) + E_M, \quad (11)$$

em que

- $w_n = \frac{x_n \Gamma(M+\beta+1)}{M!(M+1)^2 [L_{M+1}^\beta(x_n)]^2}$ ;
- $L_{M+1}^\beta(x)$  representa um polinômio generalizado de Laguerre de ordem  $M+1$ ;
- $E_M = \frac{M! \Gamma(M+\beta+1) f^{(2M)}(\xi)}{(2M)!}$ , para um  $\xi$  qualquer em  $[0, \infty]$ , representa o erro de aproximação;
- $x_n$  representa a  $n$ -ésima raiz do polinômio de Laguerre de ordem  $M$ ,  $L_M^\beta(x)$ .

Para a integral na expressão de  $F_{|r[n]|}(|r[k]|)$ , em (10),

$$w_n = \frac{x_n \Gamma(M+m)}{M!(M+1)^2 [L_{M+1}^{m-1}(x_n)]^2} \quad (12)$$

Desse modo, conclui-se que a FCP de  $|r[n]|$ , para o modelo de desvanecimento Nakagami, usando a aproximação do método de quadratura de Gauss-Laguerre, pode ser escrita como

$$F_{|r[n]|}(|r[k]|) \simeq 1 - \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{n=1}^M w_n \exp\left(\frac{-|r[k]|^2}{2\sigma_w^2(1+(x_n\gamma/2m))}\right) \quad (13)$$

### B. Cálculo da FCP de $|r[n]|$ para Símbolos MQAM

Dado que os símbolos  $s[n]$  no modelo do sinal verificado na saída do filtro casado do receptor, conforme (1), sejam símbolos equiprováveis da constelação MQAM, a FCP de  $|r[n]|$  pode ser calculada a partir da média da FDP

condicionada  $f_{|r[n]|}(|r[n]| | |g[n]|, |s[n]|)$  pela distribuição de probabilidade de  $|s[n]|$  e pela FDP de  $|g[n]|$ . Nesta seção é considerada a constelação MQAM normalizada com símbolos equiprováveis. Após considerar os símbolos MQAM de módulo  $|A_i|$  e probabilidade  $p_i$  e a FDP da distribuição de Nakagami, pode-se escrever a FDP  $f_{|r[n]|}(|r[n]|)$ , depois de algumas simplificações, como

$$f_{|r[n]|}(|r[n]|) = \left(\frac{m}{\sigma_g^2}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=1}^M p_i \frac{|r[n]|}{\sigma_w^2} \exp\left(-\frac{|r[n]|^2}{2\sigma_w^2}\right) \times \int_0^\infty v^{m-1} I_0\left(\frac{|r[n]| |A_i|}{\sigma_w^2} \sqrt{v}\right) \times \exp\left(-v \left(\frac{m}{\sigma_g^2} + \frac{|A_i|^2}{2\sigma_w^2}\right)\right) dv \quad (14)$$

Usando a Expressão 6.643 da Tábua de Integrais [9]

$$\int_0^\infty x^{\mu-\frac{1}{2}} e^{-\alpha x} I_0(2\beta\sqrt{x}) dx = \Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right) \beta^{-1} e^{\frac{\beta^2}{2\alpha}} \alpha^{-\mu} \times M_{-\mu,0}\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right), \quad \text{Re}\left(\mu + \frac{1}{2}\right) > 0 \quad (15)$$

e escrevendo a função de Whittaker  $M_{-\mu,0}\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right)$  em termos da função Hypergeométrica Confluyente de Kummer  ${}_1F_1(a; b; z)$  [9], pode-se escrever, após algumas simplificações algébricas

$$f_{|r[n]|}(|r[n]|) = \frac{1}{M\sigma_w^2} |r[n]| \exp\left(-\frac{|r[n]|^2}{2\sigma_w^2}\right) \times \sum_{i=1}^M \left(1 + \frac{\gamma |A_i|^2}{2m}\right)^{-m} \times {}_1F_1\left(m, 1; \frac{|r[n]|^2}{2\sigma_w^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{2m}{\gamma |A_i|^2}\right)}\right) \quad (16)$$

Segue então, do conceito de FCP de uma variável aleatória contínua positiva, que a FCP  $F_{|r[n]|}(|r[k]|)$  pode ser escrita como

$$F_{|r[n]|}(|r[k]|) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(1 + \frac{\gamma |A_i|^2}{2m}\right)^{-m} \times \int_0^{\frac{|r[k]|^2}{2\sigma_w^2}} e^{-x} {}_1F_1\left(m, 1; \frac{x}{\left(1 + \frac{2m}{\gamma |A_i|^2}\right)}\right) dx \quad (17)$$

Dado então que a FCP analítica de  $|r[n]|$  tenha sido obtida considerando-se sinais MQAM e OFDM, pode-se usar as expressões analíticas na implementação do teste de Kolmogorov-Smirnov por meio de uma simulação.

### C. Implementação do Teste de Kolmogorov-Smirnov

O teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov é um procedimento estatístico que permite avaliar a qualidade da aderência de um conjunto amostras à curva que define a função cumulativa de probabilidade de uma variável aleatória contínua. O procedimento é implementado calculando-se a distância entre

pontos da FCP empírica das amostras observadas e pontos selecionados da FCP analítica para diferentes configurações de parâmetros.

O teste é estabelecido pela avaliação de duas hipóteses,

- $H_0$  : Os dados aderem à distribuição suposta
- $H_1$  : Os dados não aderem à distribuição suposta,

e é concluído pela avaliação do valor absoluto da distância vertical  $\Psi$  entre as curvas da FCP empírica das amostras observadas e a FCP analítica do modelo estatístico das amostras observadas. O valor crítico estabelecido para essa distância  $\Psi$  permite então que se opte pela hipótese  $H_0$  se o valor de  $\Psi$  for menor que o limiar estabelecido e pela hipótese  $H_1$  se o valor de  $\Psi$  for maior que o limiar estabelecido.

No contexto do problema proposto neste artigo, o teste de Kolmogorov-Smirnov foi implementado para que se possa saber qual das FCPs teóricas armazenadas no dicionário de amostras do estimador, para diferentes valores de SNR, é mais próxima, pelo critério da menor distância absoluta, da FCP empírica obtida a partir das amostras de sinal recebido observadas na saída do filtro casado do receptor. A implementação do teste pode então ser realizada seguindo os seguintes passos:

- 1) Estabeleça um conjunto de  $K$  valores de SNR  $\Gamma$  quantizados e uma resolução de quantização apropriada  $\Delta\gamma$ , de modo que o conjunto de valores de SNR possa ser escrito como

$$\Gamma = [ \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k, \dots, \gamma_K ], \quad (18)$$

em que  $\gamma_k = \gamma_1 + (k - 1)\Delta\gamma$ .

- 2) Para um determinado valor  $m$  da distribuição de Nakagami, forme um dicionário de  $K$  vetores linha de  $N_o$  amostras.
- 3) Calcule a FCP empírica,  $\hat{F}_{|r[n]|}(|r[k]|)$  a partir de uma sequência de  $N$  amostras observadas do valor absoluto do sinal recebido  $r[n]$ ,

$$[ r[0], r[1], r[2], \dots, r[N] ]. \quad (19)$$

- 4) Realize o teste de Kolmogorov-Smirnov
  - a) Calcule a distância ponto a ponto entre  $N_o$  amostras da FCP empírica e  $N_o$  amostras de cada um dos  $K$  vetores linha de amostras da FCP analítica obtidos para os  $K$  valores de SNR do Passo 1.
  - b) Reserve, do Passo 4-a, o  $k$ -ésimo valor de distância máxima, de modo que

$$\hat{D}_k = \max \left| \hat{F}_{|r[n]|}(|r[k]|) - F_{|r[n]|}(|r[k]|) \right|, \quad (20)$$

$$1 \leq k \leq N_o.$$

- c) Escolha em seguida a menor das estimativas de distância  $\hat{D}_k$  entre as distâncias máximas do Passo 4-b e atribua-a a um índice  $k$ ,

$$k = \min \left( \hat{D}_k \right), 1 \leq k \leq K. \quad (21)$$

- d) Para o índice  $k$  obtido no Passo 4-c, escolha no conjunto  $\Gamma$  do Passo 1 o valor de SNR estimado correspondente, ou seja,

$$\hat{\gamma} = \gamma_k. \quad (22)$$

### III. ANÁLISE DOS RESULTADOS

O desempenho do estimador proposto foi avaliado por meio da média das estimativas e do MSE normalizado, pelo método de Monte Carlo. Para essa simulação foram estabelecidos os seguintes parâmetros: Número  $N$  de amostras geradas(observadas) de  $|r[n]|$  igual a 1000. Número  $N_o$  de amostras da FCP empírica e da FCP analítica iguais a 100. Número de vezes que o *loop* principal da simulação foi executado igual 20. Potência média  $\sigma_g^2$  do desvanecimento Nakagami igual a 1.0. Número de coeficientes da expansão para a implementação da quadratura de Gauss-Laguerre igual a 32. Faixa de valores da SNR de -5 a 20 dB. Resolução de quantização  $\Delta\gamma$  iguala 0.1 dB. Sinal OFDM modelado por uma variável aleatória gaussiana complexa de média nula e variância 1/2 por componente.

A partir desse conjunto de parâmetros e da FCP analítica do modelo de sinal recebido apresentado em (13), pôde-se implementar o teste de Kolmogorov-Smirnov e obter a Fig. 1, que mostra o comportamento do MSE normalizado para diferentes valores do parâmetro  $m$ , e a Fig. 2, que mostra a média da estimativa em função da SNR comparada com os valores exatos representados na linha reta vermelha.

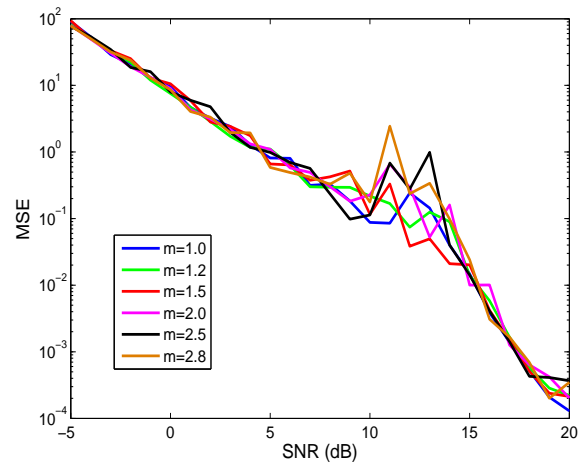


Fig. 1: MSE da estimativa da SNR para diferentes valores de  $m$  e modulação OFDM

Percebe-se por Fig. 1 que o MSE normalizado decresce consideravelmente na faixa de valores de SNR entre -5 e 15 dB e que apresenta oscilação na faixa entre 10 e 15 dB. Essa alteração de comportamento do MSE entre 10 e 15 dB é possivelmente causada pela integração numérica da função hipergeométrica. Em Fig. 2, por outro lado, é mostrado o comportamento da média da estimativa da SNR comparada com a SNR exata ilustrada pela linha reta vermelha. Percebe-se que embora o MSE diminua com o aumento de SNR acima de 15 dB, a média da estimativa não acompanha o valor exato

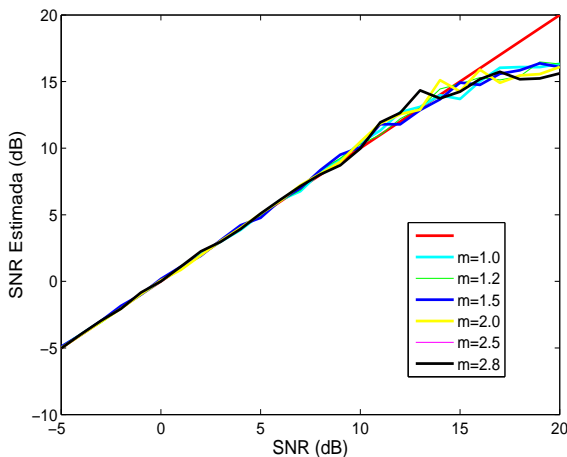


Fig. 2: Média da estimativa da SNR para diferentes valores de  $m$  e modulação OFDM. A linha vermelha corresponde ao valor exato desejado.

desejado, mostrando que na faixa de SNR acima de 15 dB o estimador não apresenta um bom desempenho.

Em Fig. 3 é apresentado um conjunto de curvas do MSE normalizado para o esquema de modulação 16QAM. As curvas foram obtidas por simulação, a partir do *setup* de parâmetros apresentado no início desta seção. Foi utilizada a expressão da FCP de  $|r[n]|$  para a modulação MQAM, apresentada em (17), para a implementação do teste de Smirnov-Kolmogorov. O comportamento da curva na região entre 10 e 15 dB precisa ser melhor investigado para que se possa afirmar se foi devido a alguma imprecisão numérica envolvendo o cálculo da função hipergeométrica ou não. Uma possibilidade é considerar um conjunto  $\Omega$  de valores de SNR no Passo 1 da implementação do teste de Kolmogorv-Smirnov não uniforme.

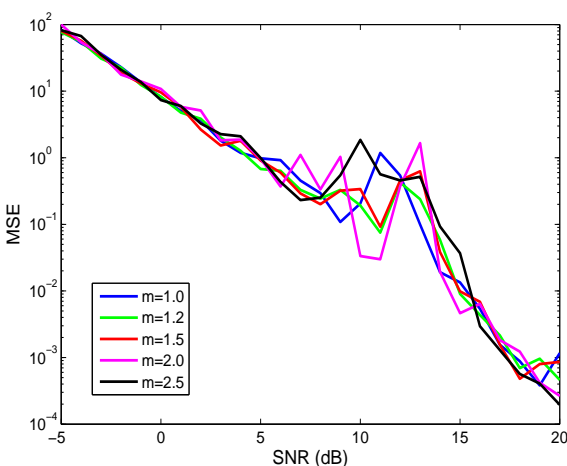


Fig. 3: MSE da estimativa da SNR para diferentes valores de  $m$  e modulação 16QAM.

Nos dois casos considerados nas subseções anteriores, para OFDM e MQAM, foram empregadas as expressões das FCPs de  $|r[n]|$  para a implementação do teste. Poder-se-ia usar, entretanto, ao invés de amostras tomadas igualmente espaçadas

da FCP analítica, amostras igualmente espaçadas de FCPs empíricas para diferentes valores de parâmetros do desvanecimento e de SNR. Esse caso é útil quando o cálculo da FCP analítica não é matematicamente tratável.

#### IV. CONCLUSÕES

Neste artigo é apresentado um estudo da aplicação do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov ao problema de estimação de SNR em um modelo de sinal recebido, observado na saída de um filtro casado, composto por sinal informação afetado por desvanecimento Nakagami e um componente de ruído gaussiano branco aditivo. O desempenho do estimador, considerando os esquemas de modulação MQAM e OFDM, foi avaliado por meio do MSE normalizado e do valor médio das estimativas obtidas. A principal vantagem desse estimador, em relação, por exemplo, ao método dos momentos, é que ele requer uma quantidade reduzida de amostras observadas para a estimação da FCP empírica necessária ao teste de Smirnov-Kolmogorov. Na simulação realizada para este artigo, foram utilizadas apenas 1000 amostras, o que implica em uma redução do tempo de processamento. Por outro lado, o método requer espaço de memória para armazenar as amostras da FCP analítica para diferentes configurações de parâmetros do desvanecimento e diferentes valores de SNR, o que pode comprometer sua implementação em processadores de pouca capacidade de memória. Em relação ao método da máxima verossimilhança, a vantagem que pode ser apontada é a menor complexidade do cálculo da FCP teórica em relação ao procedimento de maximização da função de verossimilhança.

#### REFERÊNCIAS

- [1] S. S. Khalid and S. Abrar. A Non-data-aided SNR Estimation Method for Square-QAM System. In *11-th International Conference on Frontiers of Information Technology (FIT)*, pages 146–149, December 2013.
- [2] A. Svensson. An Introduction to Adaptive QAM Modulation Schemes for Known and Predicted Channels. *Proceedings of the IEEE*, 95(12):2322–2336, December 2007.
- [3] H. Arslan and S. Reddy. Noise Power and SNR Estimation for OFDM Based Wireless Communication Systems. In *IASTED Proceedings of the International Multi-Conference on Wireless and Optical Communications*, page 6, Banff, Alberta, Canada, October 2003.
- [4] M. Mohammad and R. M. Buehrer. On the impact of snr estimation error on adaptive modulation. *IEEE Communications Letters*, 9(6):490–492, June 2005.
- [5] A. Wiesel, J. Goldberg, and H. Messer-Yaron. SNR Estimation in Time-Varying Fading Channels. *IEEE Transactions on Communications*, 54(5):841 – 848, May 2006.
- [6] M. A. Díaz, R. L. Valcarce, and C. Mosquera. SNR Estimation for Multilevel Constellations Using Higher-Order Moments. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(4):1515–1526, March 2010.
- [7] Y. Fu, J. Zhu, S. Wang, and H. Zhai. Robust non-data-aided snr estimation for multilevel constellations via kolmogorov-smirnov test. *IEEE Communications Letters*, 18(10):1707–1710, 2014.
- [8] G. H. Golub and J. H. Welsch. Calculation of Gauss Quadrature Rules. *Mathematics of computation*, 23(106):221–230, 1969.
- [9] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series and Products*. Elsevier Science, Burlington, Massachusetts, USA, 7 edition, 2007.