

# Estimativa dos Parâmetros do Ruído Impulsivo Gerado Laboratorialmente Utilizando o Método dos Momentos

Hugerles S. Silva, Wamberto J. L. de Queiroz, Danilo B. T. de Almeida, Herbet F. do S. Sousa e George V. R. Xavier

**Resumo**— Neste artigo, um modelo apropriado para caracterização matemática do ruído impulsivo em ambientes industriais e laboratoriais é descrito. Além disso, equações para estimação dos parâmetros do ruído impulsivo a partir do método dos momentos (MOM), cujas expressões obtidas estão em sua forma fechada também foram apresentadas. Curvas da função densidade de probabilidade (fdp) teórica do modelo de ruído e o histograma das amostras obtidas durante os experimentos foram traçadas. Gráficos da variância das estimativas em função do número de amostras são também apresentados neste estudo.

**Resumo**— Estimação, Ruído Impulsivo, Método dos Momentos.

**Abstract**— In this paper, an appropriate model for mathematical characterization of impulsive noise in industrial and laboratory environments is described. In addition, equations for estimation of impulse noise parameters from the Moment Method (MOM), whose expressions obtained in their closed form were also presented. Curves of the theoretical probability density function (fdp) of the noise model and the histogram of the samples obtained during the experiments were plotted. Graphs of the variance of the estimates as a function of the number of samples are also presented in this study.

**Keywords**— Estimation, Impulsive Noise, Method of Moments.

## I. INTRODUÇÃO

O ruído que afeta um determinado sistema de comunicação sem fio é usualmente modelado como sendo ruído aditivo gaussiano branco (AWGN). No entanto, em diversos ambientes, a exemplos dos ambientes fabris e laboratoriais, os sistemas de comunicação sem fio também estão sujeitos ao ruído impulsivo [1], [2], [3]. As fontes geradoras desse tipo de ruído nestes ambientes são numerosas [1] e podem comprometer seriamente o desempenho do enlace de comunicação.

Desde os estudos pioneiros sobre ruído impulsivo apresentados por Middleton, em 1951, diversos trabalhos têm surgido com alguns modelos, a exemplo dos de Middleton classe A e B [4], alfa estável [5], Ghosh [6], entre outros, para caracterização matemática do ruído impulsivo em diversos ambientes. Neste artigo, o modelo de ruído adotado para caracterização do ruído impulsivo é baseado no trabalho de Araújo [7], que descreve um modelo de ruído chamado

ruído impulsivo gaussiano duplamente gatilhado ( $G^2$ AWGN) binário e multinível. Este modelo de ruído engloba, como casos especiais, outros modelos mais simples que dependendo da aplicação podem ser utilizados. Além disso, sua função densidade de probabilidade (fdp) é escrita como uma mistura Gaussiana, capaz de caracterizar ruído proveniente de múltiplas fontes.

O modelo  $G^2$ AWGN é apropriado para modelar situações em que o processo de transmissão é afetado por ruídos provenientes de alguns equipamentos tiristorizados, cujo o chaveamento pode gerar distúrbios na rede e emissão do ruído, como ocorre em alguns ambientes industriais e laboratoriais [8]. Neste trabalho, o modelo  $G^2$ AWGN foi utilizado para caracterizar matematicamente o ruído impulsivo presente em dois experimentos realizados no Laboratório de Alta Tensão (LAT) na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG).

A abordagem utilizada neste artigo para caracterizar estatisticamente o ruído consistiu no uso de uma técnica para estimar, a partir do Método dos Momentos (MOM), os parâmetros da função densidade de probabilidade do ruído impulsivo, cujas equações apresentadas foram obtidas em sua forma fechada. A partir disso, foi possível traçar a fdp teórica do modelo e o histograma das amostras obtidas durante os experimentos. Além disso, gráficos da variância dos parâmetros estimados em função do número de amostras são também apresentados neste estudo.

Além desta seção introdutória, o artigo está dividido em mais cinco seções. Na Seção II é descrito o modelo matemático do ruído  $G^2$ AWGN. Na Seção III são colocadas as equações para a realização das estimativas dos parâmetros da fdp do ruído  $G^2$ AWGN. A Seção IV descreve os experimentos realizados no LAT. A Seção V apresenta a análise dos resultados para as avaliações numéricas realizadas e, por fim, a Seção VI expõe as conclusões.

## II. MODELO DO RÚIDO IMPULSIVO

O modelo do ruído impulsivo  $\eta(t)$  pode ser escrito como [7]

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (1)$$

em que  $\eta_i(t)$  representa um processo aleatório gaussiano branco com variância  $\sigma_i^2$ , o termo  $C(t)$  representa um processo aleatório definido em tempo contínuo que assume valores discretos, o termo  $\eta_g(t)$  representa o ruído de fundo permanente caracterizado por um processo gaussiano branco com

variância  $\sigma_g^2$  e o produto  $C_1(t)C_2(t)\eta_i(t)$  caracteriza o ruído  $\eta_i(t)$  gatilhado pelos processos  $C_1(t)C_2(t)$ .

Como o gatilhamento de  $\eta_i(t)$  é duplo, o ruído é denominado ruído impulsivo gaussiano duplamente gatilhado ( $G^2$ AWGN) e os sinais  $C_1(t)$  e  $C_2(t)$  são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e pertencem ao conjunto discreto  $\{0,1\}$ . A função  $C_1(t)$  é dada por

$$C_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m_k P_{R_1}(t - kT_1), \quad (2)$$

em que  $m_k$  é o  $k$ -ésimo *bit* do alfabeto  $\{0,1\}$  com distribuição de probabilidade  $p(m_k = 1) = p_1$  e  $p(m_k = 0) = 1 - p_1$ . O pulso  $P_{R_1}(t)$  assume amplitude unitária em  $0 \leq t \leq \beta T_1$ , com  $\beta$  assumindo valores entre zero e um. O sinal  $C_2(t)$  assume os valores zero e um de forma aleatória e é representado por

$$C_2(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} m_l P_{R_2}(t - lT_2), \quad (3)$$

em que  $m_l$  é o  $l$ -ésimo *bit* do alfabeto  $\{0,1\}$  com distribuição de probabilidade  $p(m_l = 1) = p_2$  e  $p(m_l = 0) = 1 - p_2$ . O pulso  $P_{R_2}(t)$  assume amplitude unitária em  $0 \leq t \leq \alpha_p T_2$ , com  $\alpha_p$  assumindo valores entre zero e um.

A partir do modelo de ruído impulsivo apresentado em (1), modelos mais simples de ruído impulsivo podem ser descritos.

### III. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO RUÍDO IMPULSIVO

A estimativa dos parâmetros do ruído impulsivo pode ser realizada a partir do uso do método dos momentos. Este método é baseado nos momentos teóricos e amostrais das variáveis aleatórias envolvidas [9]. Para o modelo geral do ruído impulsivo  $G^2$ AWGN apresentado na Equação (1), a função densidade de probabilidade (fdp) de  $\eta(t)$  é dada por [7]

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right] + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right]. \quad (4)$$

Após simplificações matemáticas, o  $k$ -ésimo momento dessa fdp pode ser escrito como

$$E[\eta^k] = \frac{2^{\frac{k}{2}} \alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}} (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right) + \frac{2^{\frac{k}{2}} (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}} (\sigma_g^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right), \quad (5)$$

Definindo o momento amostral da fdp dada na Equação (4) como  $\eta_k$ , expresso matematicamente por [9]

$$\eta_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \eta^k[n], \quad (6)$$

em que  $\eta[n]$  é a  $n$ -ésima amostra de um conjunto de  $N$  amostras do ruído  $\eta$ , e igualando-o ao momento teórico  $E[\eta^k]$ ,

tem-se

$$\begin{aligned} \eta_k &= E[\eta^k] \\ &= \frac{2^{\frac{k}{2}} \alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}} (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right) \\ &\quad + \frac{2^{\frac{k}{2}} (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}} (\sigma_g^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

em que  $\Gamma(\cdot)$  representa a função Gama.

Para  $k = 2$ ,

$$\eta_2 = \alpha_p \beta p_1 p_2 (\sigma_g^2 + \sigma_i^2) + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \sigma_g^2. \quad (8)$$

Para  $k = 4$ ,

$$\eta_4 = \alpha_p \beta p_1 p_2 (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^2 + 3(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) (\sigma_g^2)^2. \quad (9)$$

Para  $k = 6$ ,

$$\eta_6 = 15\alpha_p \beta p_1 p_2 (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^3 + 15(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) (\sigma_g^2)^3. \quad (10)$$

Se

$$u = \sigma_g^2 + \sigma_i^2 \quad (11)$$

e

$$v = \sigma_g^2 \sigma_i^2, \quad (12)$$

por substituição nas Equações (8), (9) e (10), é possível escrever

$$u = \frac{\eta_6 - 5\eta_4\eta_2}{5\eta_4 - 15\eta_2^2} \quad (13)$$

e

$$v = \eta_2 u - \frac{\eta_4}{3}, \quad (14)$$

em que  $\eta_2$ ,  $\eta_4$  e  $\eta_6$  são, respectivamente, os momentos amostrais de ordem dois, três e quatro.

As equações para estimação dos parâmetros  $\sigma_g^2$  e  $\sigma_i^2$  podem ser obtidos a partir das Equações (11) e (12), dadas por

$$\sigma_i^2 = \frac{u + \sqrt{u^2 - 4v}}{2} \quad (15)$$

e

$$\sigma_g^2 = \frac{v}{\sigma_i^2}. \quad (16)$$

O parâmetro  $\alpha_p \beta p_1 p_2$  pode ser estimado a partir da Equação (8), definido como

$$\alpha_p \beta p_1 p_2 = \frac{\eta_2 - \sigma_g^2}{\sigma_i^2 - \sigma_g^2}. \quad (17)$$

#### IV. EXPERIMENTOS REALIZADOS NO LAT

Para emular as condições de ruído impulsivo em laboratório, dois experimentos distintos foram realizados no Laboratório de Alta Tensão da Universidade Federal de Campina Grande.

O primeiro experimento consiste na captura de Emissões Eletromagnéticas Transitórias (EET) radiadas pelo estabelecimento de arco elétrico, originado no interior da câmara de extinção de um disjuntor de alta tensão. As EET capturadas podem ser caracterizadas como ruído impulsivo, com inúmeros surtos de alta intensidade e curta duração. Os pulsos de maior intensidade são originados nos instantes de ignição e extinção do arco elétrico, em regiões em que o espectro de frequência atinge valores de até 800 MHz [10]. Os sinais adquiridos por osciloscópio neste experimento foram detectados com uso de uma antena direcional log-periódica com largura de banda de 10-2.000 MHz.

Para o segundo experimento, foram geradas descargas parciais em uma cuba de acrílico preenchida por óleo mineral isolante. As descargas parciais são descargas de baixa intensidade localizadas em regiões do material isolante com intensas concentrações de campo elétrico [11]. Além da baixa intensidade, estas descargas possuem um comportamento aleatório característico e ocorrem de modo pulsado em diferentes instantes de tempo. Logo, a partir do segundo experimento foi possível gerar sinais com características de um ruído impulsivo com surtos de baixa intensidade e de curta duração distribuídos ao longo do tempo. As ondas eletromagnéticas irradiadas provenientes dos pulsos de descargas parciais foram capturadas a partir de uma antena de microfita desenvolvida por Xavier *et al* [12] e com largura de banda de 290-1250 MHz.

A seguir, tem-se a descrição detalhada dos arranjos experimentais utilizados na detecção dos sinais mencionados.

##### A. Arco Elétrico em Disjuntores

Embora o disjuntor objeto de ensaio seja de alta tensão, o foco do ensaio é estimular o arco elétrico originado pelo seccionamento de circuitos a alta corrente. Para a realização do ensaio de arco elétrico em disjuntores, foi utilizado, portanto, um sistema de injeção de corrente contínua a baixa tensão (12 V). Para tanto, foi empregado um sistema de injeção de corrente desenvolvido por Souza, Oliveira e Costa [13].

O sistema de injeção de corrente de teste é realizado a partir da associação de uma bateria estacionária (12 V/220 Ah) em série com um banco de resistores ajustável ( $0,040 \Omega$ - $1,2 \Omega$ ). O arranjo bateria/resistor é capaz de estabelecer corrente elétrica de até 300 A a um dos polos do disjuntor.

Na realização dos ensaios, o polo do disjuntor foi energizado e acionado para realizar, em sequência, as operações de fechamento e abertura de seus contatos. A princípio, realizou-se o fechamento dos contatos para que fosse estabelecida corrente elétrica de 300 A no polo do disjuntor. Posteriormente, procedeu-se com a abertura dos contatos, processo no qual um arco elétrico é originado pelo seccionamento da corrente elétrica.

As EET, radiadas pela presença de arco elétrico originado, foram captadas com o uso de uma antena direcional conectada

a um osciloscópio. Para a aquisição dos sinais, o osciloscópio foi configurado a adquirir  $5 \times 10^6$  amostras em 2 ms, resultando em uma taxa de amostragem de  $2,5 \times 10^9$  amostras por segundo.

Na Figura 1 é apresentado o diagrama esquemático de montagem do aparato de ensaio.

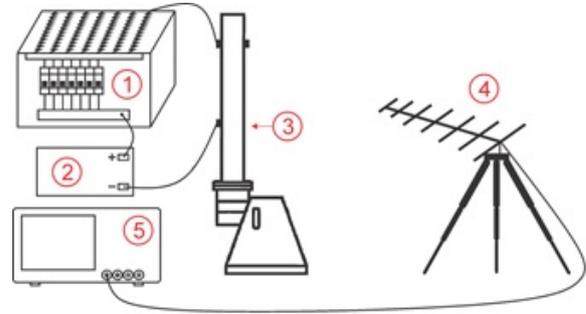


Fig. 1. Esquema de ensaio de arco elétrico. 1 – Banco de resistores; 2 – Bateria estacionária; 3 – Disjuntor de alta tensão; 4 – Antena direcional; 5 – Osciloscópio (Adaptado de [13]).

##### B. Descargas Parciais em Óleo Isolante

O diagrama esquemático do arranjo experimental utilizado para a geração dos pulsos de descargas parciais é apresentado na Figura 2.

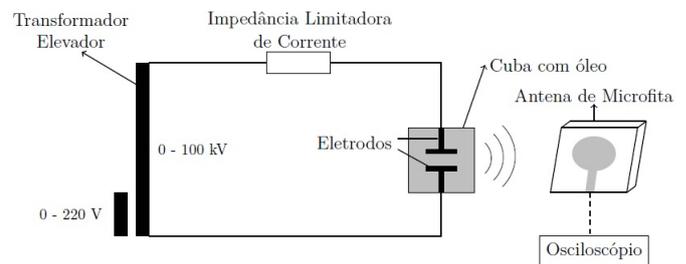


Fig. 2. Diagrama esquemático do arranjo utilizado para a medição de descargas parciais.

O procedimento experimental adotado para a geração das descargas consistiu no aumento gradativo da tensão, por meio do transformador elevador, até que pulsos de descargas parciais fossem originados na cuba com óleo mineral isolante e detectados pela antena de microfita posicionada na distância limite do campo distante calculado para a antena utilizada (1 metro). Para a aquisição dos sinais captados, a antena foi conectada a um osciloscópio configurado para adquirir um total de  $2 \times 10^6$  amostras em uma janela de 20 ms, equivalente a aproximadamente um ciclo do sinal de tensão aplicada. Com isso, a taxa de amostragem resultante foi de  $100 \times 10^6$  amostras por segundo. Na Figura 3 é apresentada a antena utilizada para a captura das ondas eletromagnéticas provenientes das descargas geradas no objeto teste analisado (cuba de óleo).

O objeto de teste utilizado consiste em eletrodos do tipo plano-plano e distanciados 3 cm entre si imersos em óleo mineral isolante, conforme apresentado na Figura 4.

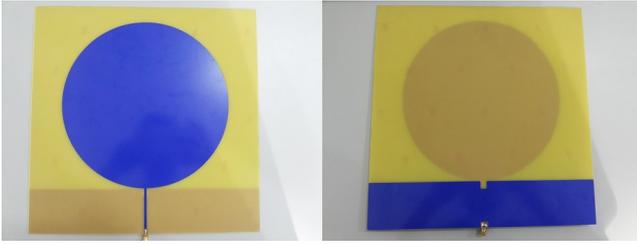


Fig. 3. Antena utilizada: a) Vista frontal, b) Vista posterior.



Fig. 4. Objeto de teste utilizado para a geração de descargas parciais.

O uso da configuração plano-plano proporciona a intensificação do campo elétrico nas regiões próximas aos eletrodos, facilitando o início da formação de descargas parciais.

Aplicando o procedimento prático descrito no objeto de teste da Figura 3, foi detectado o início da atividade de descargas parciais para a aplicação de 24,2 kV na saída do transformador elevador de tensão. Os sinais obtidos das descargas são apresentados e submetidos à análise paramétrica na seção seguinte.

### V. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nas Figuras 5 e 6 são apresentados, respectivamente, os sinais dos dados coletados dos experimentos realizados no Laboratório de Alta Tensão da Universidade Federal de Campina Grande, descritos na Seção IV. Verifica-se em ambas as curvas a presença de um ruído de baixa amplitude, denominado ruído de fundo, que pode ser caracterizado por uma distribuição gaussiana de média  $\mu_1$  e variância  $\sigma_g^2$ . Este ruído é sobreposto a outro ruído de maior amplitude, com característica impulsiva, podendo também ser modelado pela distribuição gaussiana, porém com média  $\mu_2$  e variância  $\sigma_g^2 + \sigma_i^2$ .

Nas Figuras 7 e 8 são apresentadas, respectivamente, a curva da fdp teórica do modelo de ruído impulsivo descrito pela Equação (1), com os parâmetros  $\sigma_g^2$ ,  $\sigma_i^2$  e o produto  $\alpha_p \beta p_1 p_2$  estimados pelo método MOM; e o histograma das amostras coletadas durante a realização dos dois experimentos no LAT. Ao observar as Figuras 7 e 8, verifica-se que o modelo de ruído impulsivo duplamente gatilhado apresentado neste artigo tem boa aderência aos dados experimentais obtidos nos dois experimentos realizados. No entanto, uma melhor aderência da curva da fdp teórica aos dados coletados é obtido no experimento do arco elétrico em disjuntores. Isso ocorre

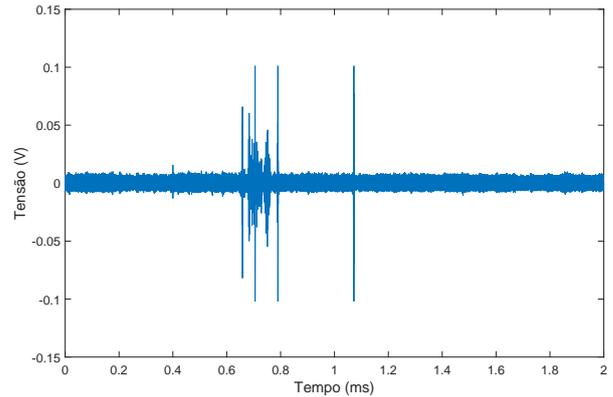


Fig. 5. Dados coletados durante o experimento do arco elétrico em disjuntores.

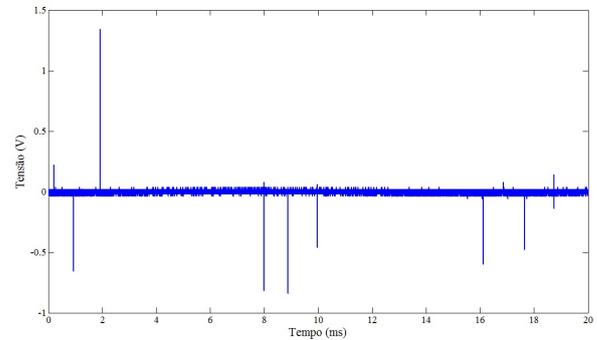


Fig. 6. Dados coletados durante o experimento de descargas parciais em óleo isolante.

devido ao número de amostras coletadas neste experimento ser maior que as coletadas no experimento de descargas parciais em óleo isolante. Na Tabela I são apresentados os dados dos parâmetros estimados com o uso do MOM, para os dois experimentos realizados no LAT.

TABELA I  
PARÂMETROS ESTIMADOS COM O MÉTODO MOM PARA OS DOIS EXPERIMENTOS.

Parâmetro Estimado	Exp. Arco Elétrico	Exp. Descargas Parciais
$\sigma_g^2$	0,2871	0,0017
$\sigma_i^2$	0,0002	0,0001
$\alpha_p \beta p_1 p_2$	0,0002	0,0023

Na Figura 9 são apresentados gráficos da variância das estimativas em função do número de amostras coletadas no experimento. Verifica-se em ambas as curvas que a variância dos parâmetros estimados  $\sigma_i^2$ ,  $\sigma_g^2$  e  $\alpha_p \beta p_1 p_2$  tendem a zero à medida que o número de amostras aumenta, indicando assim um bom desempenho do estimador proposto pelo método MOM. Nota-se também, ao observar a Figura 9, que a variância do parâmetro  $\alpha_p \beta p_1 p_2$  é muito baixa, mesmo para um número de amostras pequeno.

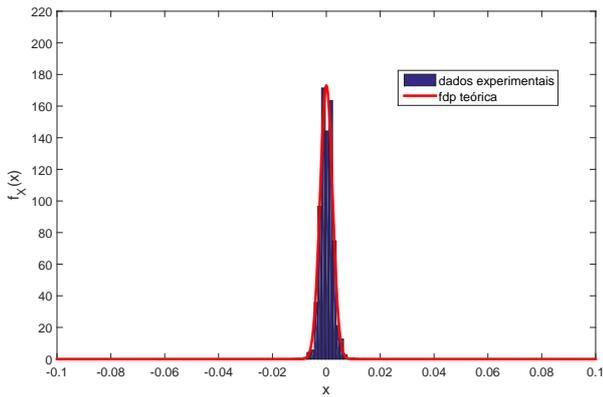


Fig. 7. Curva da fdp teórica e histograma das amostras coletadas durante o experimento do arco elétrico em disjuntores.

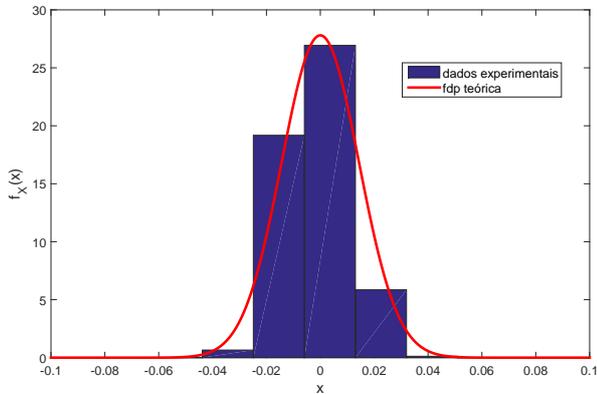


Fig. 8. Curva da fdp teórica e histograma das amostras coletadas durante o experimento de descargas parciais em óleo isolante.

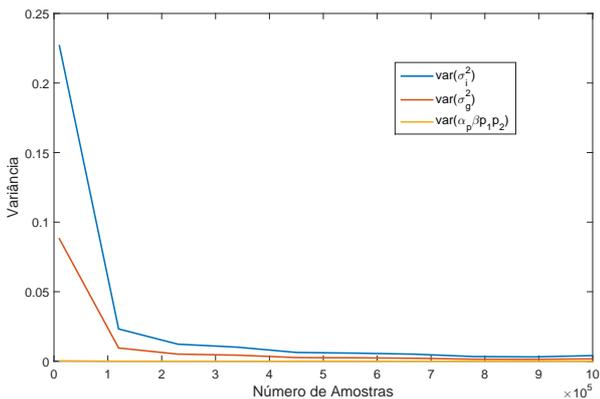


Fig. 9. Variância das estimativas em função do número de amostras.

## VI. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentado um modelo apropriado para caracterização matemática do ruído impulsivo em ambientes laboratoriais. Além disso, expressões fechadas para estimação dos parâmetros do ruído impulsivo a partir do método dos momentos (MOM) também foram descritas.

Uma avaliação numérica, por meio do traçado de curvas

da função densidade de probabilidade (fdp) teórica do modelo de ruído e o histograma das amostras obtidas durante dois experimentos no Laboratório de Alta Tensão da Universidade Federal de Campina Grande foi realizada. Percebeu-se que o modelo proposto apresenta boa aderência aos dados coletados nos experimentos.

Além disso, curvas da variância dos parâmetros estimados em função do número de amostras foram traçadas. Verificou-se que à medida que o número de amostras aumenta a variância tende à zero, indicando um bom desempenho do estimador proposto.

Como trabalhos futuros, os autores pretendem utilizar o algoritmo de Maximização da Esperança (EM) para realizar a estimativa dos parâmetros da fdp do modelo de ruído impulsivo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- [1] K. S. Low, W. N. N. Win and M. J. Er. *Wireless Sensor Networks for Industrial Environments*. In International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce (CIMCA-IAWTIC'06), vol. 2, pp. 271-276, 2005.
- [2] M. Cheffena. *Industrial Wireless Sensor Networks: Channel Modeling and Performance Evaluation*. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, vol. 2012, no. 297, pp. 1-8, September 2012.
- [3] M. Cheffena. *Propagation Channel Characteristics of Industrial Wireless Sensor Networks*. IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 58, no. 1, pp. 66-73, February 2016.
- [4] D. Middleton. *On the Theory of Random Noise*. Phenomenological Models I. Journal of Applied Physics, vol. 22, n° 9, pp. 1143-1152, May 1951.
- [5] G. A. Tsihrantzis and C. L. Nikias. *Performance of Optimum and Suboptimum Receivers in the Presence of Impulsive Noise Modeled as an Alpha-Stable Process*. IEEE Transaction Communication, vol. 43, n° 234, pp. 904-914, August 1995.
- [6] M. Ghosh. *Analysis of the Effect of Impulse Noise on Multicarrier and Single Carrier QAM Systems*. IEEE Transaction Communication, vol. 44, no. 2, pp. 145-147, February 1996.
- [7] E. R. Araújo. *Estudo do Ruído Impulsivo Gaussiano Gatilhado para Sistemas de Modulação Digital*. Tese de doutorado. Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Campina Grande – PB, Brasil, 2013.
- [8] W. J. L. Queiroz, W. T. A. Lopes, F. Madeiro and M. S. Alencar. *On the Performance of M-QAM for Nakagami Channels Subject to Gated Noise*. Telecommunication Systems, vol. 58, no. 1, pp. 1-10, August 2017.
- [9] S. M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. 1ª edition: Prentice Hall, 1993.
- [10] P. J. Moore. *Radiometric Measurement of Circuit Breaker Interpole Switching Times*. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 987-992, 2004.
- [11] IEC 60270. *IEC 60270 – High Voltage Test Techniques: Partial Discharge Measurements*. International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland, 2000.
- [12] G. V. R. Xavier, E. G. da Costa, A. J. R. Serres, A. C. de Oliveira, L. A. M. M. Nóbrega. *Study on the Applicability of Microstrip Circular Antennas in Partial Discharges Detection in Power Transformers*. VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE), Niterói-RJ, 2018.
- [13] R. T. Souza, A. C. Oliveira e E. G. Costa. *Diagnóstico da Condição dos Contatos em Disjuntores Através da Resistência Dinâmica*. Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE), Natal-RN, 2014.