

# Projeto e Análise de um Arranjo Linear de Antenas Utilizando a Curva Fractal de Koch

Elder Eldervitch Carneiro de Oliveira, Marcelo da Silva Vieira, Pedro Carlos de Assis Júnior, Rodrigo César Fonseca Silva e Ana Maria Duarte Batista

**Resumo**—Uma antena é um dispositivo capaz de captar e transmitir ondas eletromagnéticas pelo espaço livre. A geometria fractal aplicado em projetos de antenas nos permite obter dispositivos com dimensões reduzidas e comportamento multibanda. O projeto do arranjo de antenas proposto foi auxiliado pelo Ansoft Designer™. O arranjo de antenas fractal foi construído e alimentado pela técnica de linha transmissão em microfita (TLM). Posteriormente o arranjo teve seus parâmetros de espalhamento medidos com um analisador de redes vetorial modelo N5230A. Uma discussão a respeito dos resultados simulados e medidos foram apresentados e discutidos, apresentando uma boa concordância entre eles.

**Palavras-Chave**—Arranjo de Antenas, Fractal de Koch, Miniaturização, Micro-ondas.

**Abstract**—An antenna is a device capable of capturing and transmitting electromagnetic waves through free space. The fractal geometry applied in antenna designs allows us to obtain devices with reduced dimensions and multiband behavior. The proposed antenna array design was aided by Ansoft Designer™. The fractal antennas array was constructed and powered by the microstrip transmission line technique (TLM). Subsequently, the array had its scattering parameters measured with a vector network analyzer model N5230A. A discussion of the simulated and measured results was presented and discussed, presenting a good agreement between them.

**Keywords**—Antenna array, Koch fractal, Miniaturization, Microwave.

## I. INTRODUÇÃO

Uma antena sempre foi um requisito primordial em todos os tipos de sistema de comunicação, seja na transmissão ou recepção dos sinais elétricos [1]. Com o advento das tecnologias nos diversos serviços e setores de telecomunicações e seu crescimento considerável nas últimas duas décadas, principalmente no uso das tecnologias de comunicação sem fio, exemplo das tecnologias de terceira (3G), quarta (4G) e mais recentemente quinta geração, o chamado 5G (ainda em fase experimental na maior parte do mundo), passou-se a investir cada vez mais em dispositivos compactos, leves, com um custo acessível e sem perda de desempenho. Nesse contexto, as antenas planares surge como uma solução interessante para aplicações em altas frequências, em virtude de suas características atrativas, requisitos fundamentais aos dispositivos modernos. A utilização da geometria fractal aliado a projetos de antenas vem suprir parte dos requisitos primordiais nos sistemas de comunicação sem fio moderno, em virtude de sua geometria proporcionar um comportamento multibanda para

a antena, além de ser possível reduzir as dimensões da antena em virtude do aumento de seu comprimento elétrico proporcionado pela utilização de um fractal em seu projeto [2]. Normalmente, antenas planares como é o caso de uma antena de microfita, apresenta baixo valor de diretividade para uma comunicação a longas distâncias. Diante desse fato, a junção de dois ou mais elementos irradiantes (patches), formando uma grande rede de alimentação denominada arranjos de antenas, surge como uma solução plausível e eficiente em projeto de antenas, com o intuito de maximizar as características de radiação do disposto proposto [3].

A seção II descreve o processo de geração da curva fractal de Koch de nível 2. Na seção III é descrito o projeto do arranjo proposto. Os resultados simulados e experimentais são apresentados na Seção IV. A seção V apresenta as conclusões desse artigo.

## II. GEOMETRIA FRACTAL – GERAÇÃO DA CURVA DE KOCH

A geometria fractal remete a uma figura, estrutura ou mesmo uma forma irregular, capaz de ser subdividida indefinidamente, na qual uma parte dessa subdivisão é uma réplica idêntica ao todo [2]. O termo e por consequência a geometria fractal foi inicialmente proposta pelo matemático e pesquisador Benoit Mandelbrot na década de 1970, onde sua principal contribuição foi o estudo e descrição de um vasto grupo de formas complexas que possuem auto similaridade em sua estrutura geométrica, e cujas dimensões são fracionárias [2]. Os percussores no estudo e implementação da geometria fractal em projeto de antenas foram Puente [4] e Cohen [5]. A principal motivação para a implementação dessa geometria em projeto de dispositivos de micro-ondas se da por duas características intrínsecas dessa geometria, são elas: i) a propriedade de auto similaridade, o qual é responsável pelo comportamento multibanda da antena, e ii) a propriedade de preenchimento do espaço, o qual é responsável pelo aumento do comprimento elétrico da antena e por consequência, consegue-se uma redução considerável nas dimensões do dispositivo.

Aliado a isso, diferentes curvas fractais podem ser obtidas por diferentes técnicas, dentre as quais se destaca o método IFS (*Iterative Function System*) para geração de curvas fractais. Nesse artigo em especial optamos por utiliza essa técnica por motivos de simplicidade na geração das curvas. A transformação usada,  $q_i: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ , para a obtenção da curva de Koch de nível 2 por meio do método IFS é dada pela equação (1), [6]. A Figura 1 ilustra os passos envolvidos no processo de construção da curva fractal de Koch de nível 2 a partir dos lados de um quadrado (forma inicial da curva).

$$q_i(x, y) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\text{sen}(\theta_i) \\ \text{sen}(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \end{pmatrix} \quad (1)$$

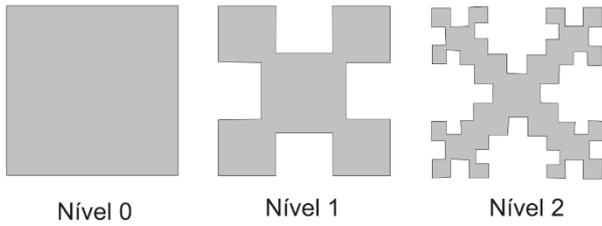


Fig. 1. Diferentes níveis da curva de Koch.

### III. ESTRUTURA DO ARRANJO DE ANTENAS DE NÍVEL 2 PROPOSTO

As dimensões do arranjo de antenas proposto foram calculadas por meio de modelos matemáticos aproximados por meio das equações (2) – (5). Em seguida, estas dimensões iniciais foram otimizadas pelo simulador *Ansoft Designer™* para análise precisa do comportamento eletromagnético das antena [7]. A estrutura projetada denominada de AKR2 foi baseada na curva fractal de Koch de nível 2 e foi excitada por linha de microfita, conforme Figura 2, para uma frequência de ressonância ( $F_r$ ) em 2,44 GHz, com aplicação direta na banda ISM (*Industrial Scientific and Medical*).

$$W = \frac{c}{2F_r} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_r + 1}} \quad (2)$$

$$\epsilon_{\text{reff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[ 1 + 12 \frac{h}{W} \right]^{-1/2} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta L}{h} = 0,412 \frac{(\epsilon_{\text{reff}} + 0,300) \left( \frac{W}{h} + 0,264 \right)}{(\epsilon_{\text{reff}} - 0,258) \left( \frac{W}{h} + 0,813 \right)} \quad (4)$$

$$L = \frac{c}{2f_r \sqrt{\epsilon_r}} - 2\Delta L \quad (5)$$

Em que,  $c$  é a velocidade da luz,  $W$  e  $L$  são as dimensões do patch irradiante e  $\Delta L$  é um ajuste para compensar o efeito de borda [3]. O cálculo do inset-fed ( $y_0$ ) foi calculado por meio da equação (6) [9].

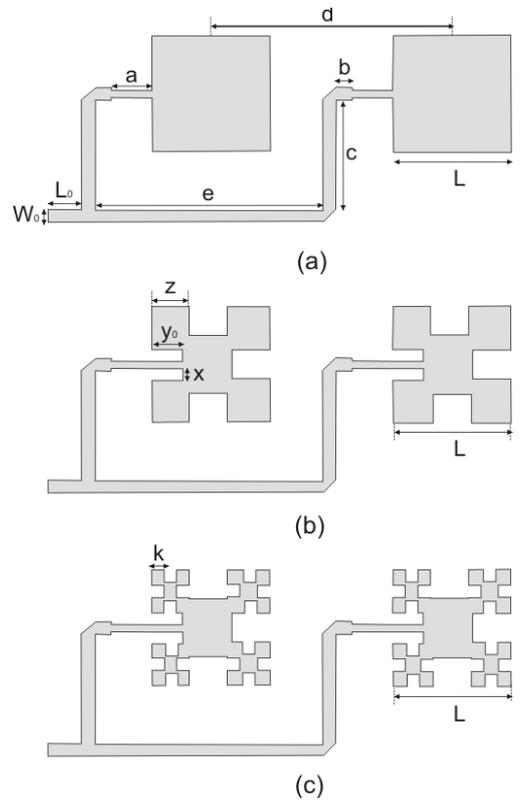


Fig. 2. Arranjos de antenas fractal: a) AKQ0 [8], b) AKQ1 [8] e c) AKR2.

$$\frac{y_0}{10^{-4} L/2} = \left( \begin{array}{l} 0,001699\epsilon_r^7 + 0,13761\epsilon_r^6 - \\ -6,1783\epsilon_r^5 + 93,187\epsilon_r^4 - 682,69\epsilon_r^3 + \\ + 2561,9\epsilon_r^2 - 4043\epsilon_r + 6697 \end{array} \right) \quad (6)$$

Uma excitação da antena foi realizada pela técnica de linha de transmissão em microfita, usando um conector SMA de 50  $\Omega$  [1]. O comprimento da linha de alimentação ( $L_0$ ) foi considerado  $\frac{1}{4}$  do comprimento de onda na frequência de operação de 2,44 GHz. Um protótipo de arranjo foi construído, simulado e medido (ver Figura 3), onde foi utilizada uma placa de circuito impresso de fibra de vidro (FR4), com as seguintes características: espessura ( $h = 1,5$  mm), permissividade elétrica ( $\epsilon_r = 4,4$ ) e tangente de perda ( $\tan\delta = 0,02$ ).

Para a construção do arranjo de nível 2, partiu-se inicialmente de dois projetos executados anteriormente, onde na ocasião foram projetados dois arranjos de antenas, um de nível 0 e o outro de nível I, denominados respectivamente de AKQ0 e AKQ1, conforme mostrado em [8]. A distância ( $d$ ) entre os centros dos dois elementos radiantes foi de 59,0 mm o que corresponde a aproximadamente 0,5 do comprimento de onda guiado ( $\lambda_g$ ), essa distância mínima entre eles tem por finalidade evitar o acoplamento mútuo [8].

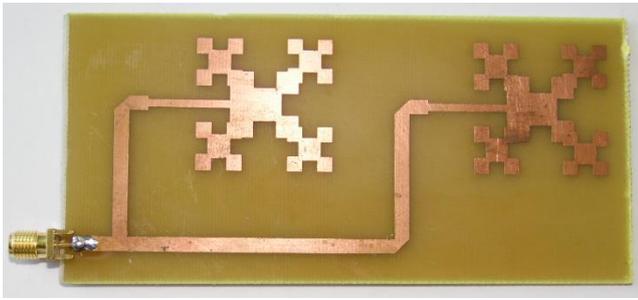


Fig. 3. Arranjos de antenas fractal nível 2 (AKR2).

As dimensões do arranjo da figura 3 estão mostradas na Tabela I.

TABELA I. DIMENSÕES DO ARRANJO AKR2 E AKR2 MINI PROPOSTO

Parâmetro	Dimensão (AKR2)	Dimensão (AKR2 mini)
L	28,7 mm	21,1 mm
d	59,0 mm	43,3 mm
L <sub>0</sub>	8,37 mm	6,15 mm
W <sub>0</sub>	3,12 mm	2,29 mm
e	55,9 mm	41,0 mm
b	4,0 mm	2,94 mm
c	27,1 mm	19,9 mm
a	17,4 mm	12,79 mm
k	3,19 mm	2,34 mm

Baseado no projeto inicial do arranjo proposto e por meio do cálculo do fator de compressão (CF), dado na equação (7), as dimensões do arranjo AKR2 (ver Tabela I) foram redimensionada com a finalidade de projetar um novo arranjo de antenas patch fractal de nível 2 com dimensões reduzidas, denominado AKR2 miniaturizado (AKR2 mini) para 2,44 GHz, pois com o aumento do comprimento elétrico da estrutura, conseguimos uma redução nas dimensões do arranjo. As dimensões desse novo arranjo projetado (AKR2 mini) com dimensões reduzidas também são mostradas na Tabela I. Baseado na equação (7) para o cálculo do fator de compressão, nós conseguimos uma redução do tamanho do arranjo AKR2 mini de 26,5% quando comparado ao arranjo AKRQ0 [8].

$$CF = \left( \frac{F_r (GHz)}{2,45 (GHz)} \right) \times 100\% \quad (7)$$

#### IV. RESULTADOS SIMULADOS E MEDIDOS PARA O ARRANJO PROPOSTO

Um protótipo de arranjo de antenas de microfita utilizando a geometria fractal foi construído, conforme mostrado anteriormente na Figura 3. Os primeiros resultados obtidos foram simulados no *software Ansoft Designer™* que implementa o método dos momentos (MoM) na análise da estrutura projetada.

Com o intuito de validar o modelo do arranjo proposto, a estrutura foi analisada experimentalmente e teve seus mais diversos parâmetros de espalhamento investigado, dentre eles: a Frequência de ressonância (Fr), perda de retorno (RL), Largura de banda (BW), largura de banda percentual (BW%) e

coeficiente de onda estacionária (VSWR), obtidos por meio de ensaios de laboratório no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB) por um analisador de redes vetorial modelo N5230A.

A perda de retorno (RL) no terminal de entrada da antena é definida como sendo a relação, em dB, entre as potências incidente e refletida nesse termina, onde a mesma pode ser expressa em termos no coeficiente de reflexão (S<sub>11</sub>), conforme equação (8).

$$RL = -20 \log |S_{11}| \quad (8)$$

A Figura 4 ilustra os resultados obtidos para a perda de retorno simulado e medido para o arranjo AKR2. É possível observar uma boa concordância entre os resultados com baixas perdas de retorno (RL < -13 dB), o que caracteriza uma bom casamento de impedância para essa estrutura. A estrutura apresentou ainda uma frequência de ressonância medida igual a 1,65 GHz e uma estreita largura de banda igual a 25 MHz.

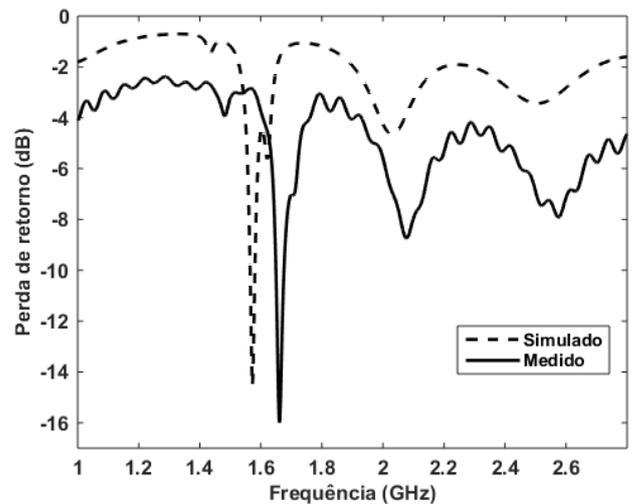


Fig. 4. Resultados de perda de retorno para o arranjo AKR2 proposto.

Por sua vez, o coeficiente de onda estacionário é um parâmetro que mede o a quanto de energia está voltando na linha de transmissão sob a forma de onda estacionária, e a mesma pode ser dada como sendo a relação entre os coeficientes de reflexão das ondas incidentes e refletidas sobre um terminal, conforme mostra a equação (9).

$$VSWR = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} \quad (9)$$

A Figura 5 ilustra o resultado medido do coeficiente de onda estacionária (VSWR) para o arranjo de antenas AKR2, onde podemos constatar um valor medido de 1,4. Valor este abaixo da condição limite de funcionamento, que corresponde a um VSWR igual a 2.

Uma característica intrínseca da geometria fractal é que a mesma quando aplicada a uma estrutura dessa natureza faz com que ocorra um aumento do comprimento elétrico da estrutura, ocasionado assim uma diminuição na sua frequência inicial de projeto.

Dessa forma, se faz necessário reprojetar o arranjo para operar na frequência inicialmente desejada, que é a de 2,45 GHz, para que isso ocorra, foi aplicado um valor percentual de redução, neste caso foi 26,5% em suas dimensões, obtido pelo cálculo do fator de compressão, conforme equação (7).

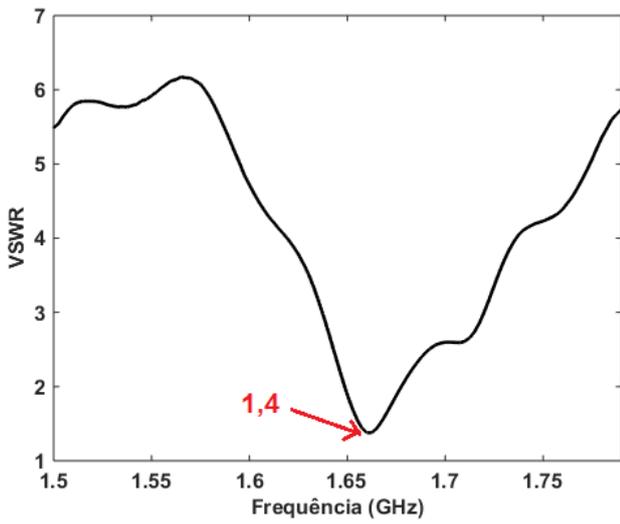


Fig.5. Resultado experimental do coeficiente de onda estacionária (VSWR) para o arranjo de antenas AKR2.

A Figura 6 seguinte ilustra o resultado de perda de retorno para o arranjo reprojeto para a frequência de projeto que é de 2,44 GHz. Uma boa concordância entre os resultados simulado e medido foi alcançada, onde o novo arranjo reprojeto apresentou uma frequência de ressonância medida de 2,45 GHz. Esse arranjo ainda apresentou uma baixa perda de retorno ( $RL < -25$  dB) caracterizando um bom casamento de impedância para estrutura, além de apresentar uma largura de banda (BW) de 80 MHz, superior ao primeiro arranjo com 100% de suas dimensões físicas.

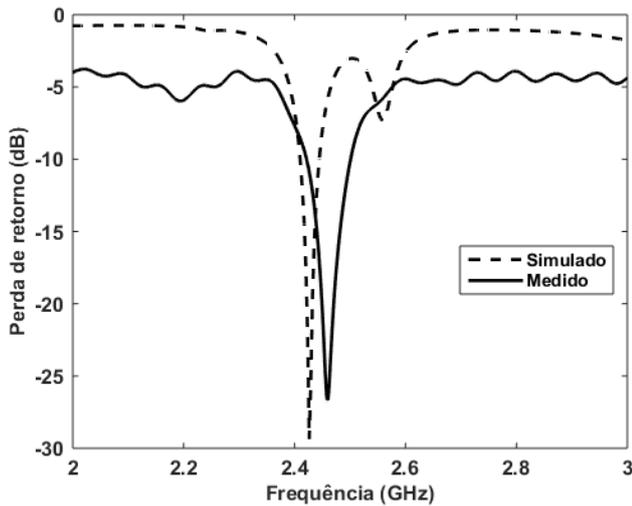
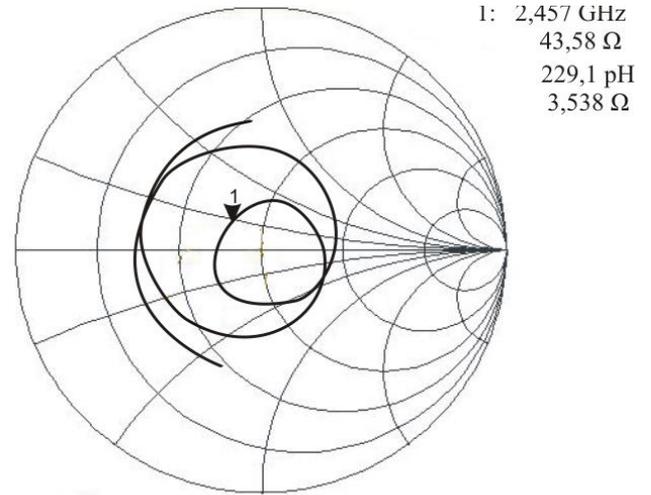


Fig. 6. Resultado de perda de retorno para o arranjo AKR2 mini.

O resultado medido da impedância de entrada para o arranjo AKR2 mini é mostrado na Figura 8, onde o valor obtido foi de  $43,58 \Omega$ . Por sua vez, o resultado medido do coeficiente de perda estacionária para o arranjo miniaturizado AKR2 mini foi 1,1 e pode ser visto na Figura 7. A Figura 9 ilustra um comparativo dos diagramas de radiação 2D, no Plano H, para os arranjos de antenas AKR2 e AKR2 mini, propostos neste artigo quando comparado ao arranjo AKQ0 convencional [8].



Ch1: start 2,300 GHz stop 2,600 GHz

Fig. 8. Impedância de entrada medida na carta de Smith para o arranjo AKR2 mini, na frequência de 2,45 GHz.

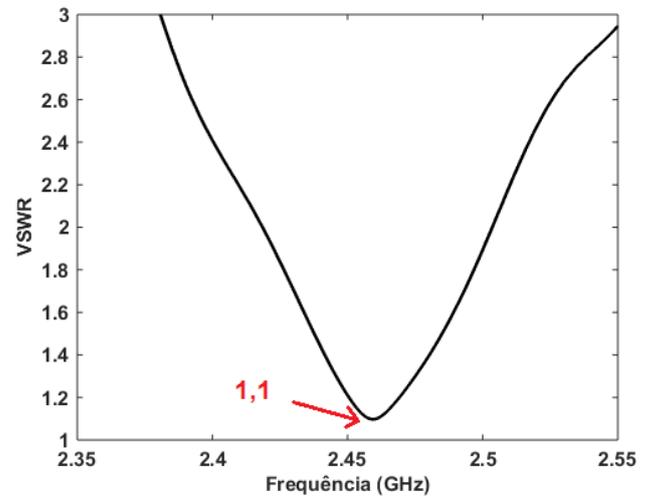


Fig. 8. Resultado de VSWR para o arranjo miniaturizado.

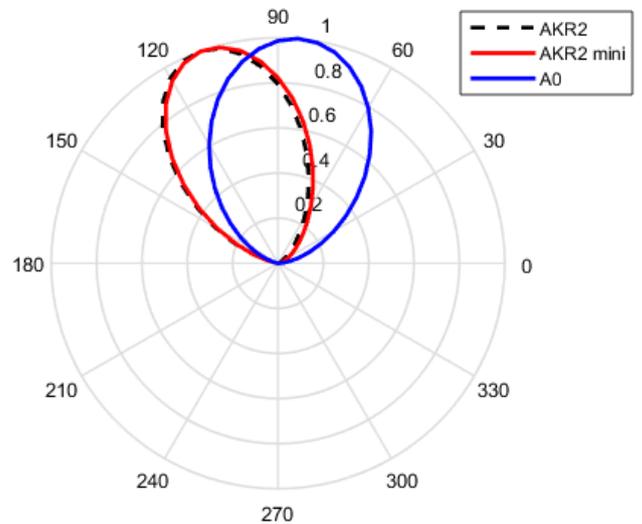


Fig. 9. Resultado simulado dos diagramas de radiação 2D (Plano H) para o arranjo de antenas AKR2, AKR2 mini e AKQ0 [8].

Desse resultado podemos observar que não houve deformações nos diagramas, onde todos se mostraram bastante diretivos, apenas os diagramas dos arranjos fractais AKR2 e AKR2 mini se mostraram bem semelhantes e com um leve deslocamento para a direita em relação ao diagrama do arranjo AKQ0. Todos os resultados se encontram resumidos na Tabela II.

TABELA II. RESULTADOS DOS ARRANJO AKR2 E AKR2 MINI PROPOSTO

Parâmetro	Arranjo AKR2		Arranjo AKR2 mini	
	Sim	Med	Sim	Med
$F_r$	1,57 GHz	1,65 GHz	2,44 GHz	2,46 GHz
Bw	15 MHz	25 MHz	60 MHz	80 MHz
Bw%	0,95%	1,51%	1,43%	3,25%
VSWR	—	1,4	—	1,1
RL (dB)	-14,5	-16,0	-29,5	-26,5

## V. CONCLUSÕES

Nesse artigo foi proposto um arranjo de antenas de microfita utilizando a curva fractal de Koch de nível 2, onde o arranjo foi projetado para operar na banda de 2,44 GHz (banda ISM, que corresponde ao intervalo compreendido entre 2,40 – 2,483 GHz). O arranjo proposto apresentou uma redução de 26,5% em relação a um arranjo retangular com elementos convencionais (AKQ0) propostos em [8]. A estrutura apresentou boas características de radiação na frequência de 2,44 GHz, com baixas perdas de retorno. Uma boa concordância entre os resultados simulados e medidos foi verificada, validando assim o projeto. O erro estimado entre os resultados simulados e medido para o arranjo ARK2 mini foi de 0,8% e para o arranjo AKR2 foi de 5%, o que pode ser considerável tolerável, devido as limitações no processo de construção dos mesmos, bem com as condições não ideais do setup de medição utilizado.

Um ponto negativo do projeto foi à estreita largura de banda para os arranjos, os quais os autores pretendem contornar em

futuros trabalhos nessa linha de pesquisa. Como trabalho futuro, pretende-se investigar e construir novos dispositivos utilizando outras curvas fractais e comparar seus resultados com outros artigos relacionados, verificando sua contribuição em termos de eficiência e capacidade de redução de suas dimensões, além de melhoramento em sua largura de banda. Dessa forma, pretende-se investigar o comportamento desse arranjo, verificando a sua viabilidade e/ou aplicabilidade em sistemas de comunicação sem fio, potencializando assim suas características de radiação, que exijam baixo perfil e sem perda de desempenho.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Grupo de Eletromagnetismo e Matemática Computacional Aplicada (GEMCA) e a Universidade Estadual da Paraíba - UEPB.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. A. Balanis, "Analysis and Design", New York: Wiley, 1997.
- [2] B. B. Mandelbrot, "The Fractal Geometry of Nature", New York: W. H. Freeman, 1983.
- [3] M. M. Alam, Md. M. Rahman and Md. O. goni, "Design and Performance Analysis of Microstrip Array Antenna", Progress, *Electromagnetics Research Symposium Proceedings*, pp. 1837-1842, 2009.
- [4] C. Puente, J. Romeu, R. Pous and A. Cardama, "On the Behavior of the Sierpinski Multiband Fractal Antenna", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 46, pp. 517-524, 1998.
- [5] N. Cohen, "Fractal antenna applications in wireless telecommunications", *Proceedings of Electronics Industries Forum of New England*, pp. 43-49, 1997
- [6] B. B. Mandelbrot, "Objectos Fractais: forma, acaso e dimensão", Gradiva Publicações, Lisboa, 1991.
- [7] Ansoft Designer (part of ANSYS Inc.) Online Available: [www.ansoft.com](http://www.ansoft.com).
- [8] R. R. M. rodrigues, E. E. C. Oliveira, M. A. Oliveira, P. H. F. Silva e R. C. F. Silva, "Projeto e Análise de um Arranjo Pré-Fractal de Antenas Tipo Patch em Microfita", *17º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 12º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, Porto Alegre, 2016.
- [9] M. Ramesh and Y. KB, "Design Formula for inset fed Microstrip Patch Antenna", *Journal of Microwaves and Optoelectronics*, v. 3, pp. 5-10, 2003.