

Investigação do Alargamento Espectral e Perda de Coerência em Lasers Semicondutores

Tiago Sutili e Evandro Conforti
Departamento de Comunicações (DECOM)
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC)
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

Resumo—Técnicas de processamento digital *offline* foram aplicadas a sinais em frequência intermediária resultantes do batimento heteródino de duas portadoras ópticas em modo de onda contínua. A análise resultante permitiu a inferência de informações correlatas aos eventos de perda de coerência da emissão eletromagnética de lasers semicondutores, a caracterização do seu ruído de fase e de sua largura de linha, em função da potência óptica por ele emitida. Os resultados alcançados permitem uma visualização mais profunda dos fenômenos quânticos envolvidos na dinâmica entre portadores elétricos e ópticos na cavidade ativa de tais dispositivos e, conseqüentemente, da geração de fótons em dispositivos fotônicos.

Palavras-Chave—Alargamento espectral, desvio de frequência, laser semiconductor, processamento digital de sinais, ruído de fase.

I. INTRODUÇÃO

DENTRE os fatores delimitantes para o projeto e avaliação do desempenho de enlaces ópticos modernos, especialmente aqueles baseados na recepção coerente de sinais, deve-se destacar o impacto do ruído de fase e, conseqüentemente, da largura de linha da fonte luminosa empregada, tanto na transmissão do sinal como na recepção por batimento heteródino [1], [2]. Dada a complexidade envolvida no fenômeno de emissão coerente de fótons, processo intrinsecamente dependente de uma dinâmica acoplada entre portadores elétricos e ópticos na cavidade ativa de uma junção semicondutora heterogênea, tem-se forte influência de inúmeros efeitos não lineares e fenômenos quânticos, os quais impactam diretamente a qualidade da emissão eletromagnética do dispositivo [3]. A largura de linha de tal sinal é uma métrica comumente empregada na avaliação da pureza espectral do laser empregado, uma vez que ela engloba em um único parâmetro a influência dos diversos fenômenos degradantes inerentes à operação do dispositivo.

Fisicamente, as distorções de fase e de frequência da portadora eletromagnética, as quais estão ligadas ao alargamento de seu espectro, são marcadas por rápidas

variações, geralmente aleatórias, de uma portadora luminosa com frequência de algumas centenas de tera-hertz. Dessa forma, a sua caracterização direta era inviável até o início dessa década, dada a dificuldade de converter tais sinais para o domínio elétrico e analisá-los isoladamente. Até então, o método estabelecido para a mensuração da largura de linha de uma portadora óptica era baseado no batimento do próprio sinal a ser estudado com uma segunda parcela sua descorrelacionada. Sendo então, após sua fotodetecção, caracterizado em um analisador de espectros elétrico [4] através do seu modelamento com distribuições conhecidas. O processo de descorrelacionamento, fundamental para garantir a validade da caracterização, pode ser alcançado através do atraso temporal de uma parcela do sinal através de sua propagação por carretéis de fibra com comprimento suficiente, resultando em seu batimento auto-homódino [5], ou por moduladores acústico-ópticos em montagem estabilizada, resultando em seu batimento auto-heteródino [6]. Entretanto, o advento de conversores analógico para digital (ADCs – *Analog-to-Digital Converters*) ultrarrápidos nas últimas décadas, juntamente com o amadurecimento de técnicas de recepção coerente, através do batimento heteródino do sinal a ser caracterizado com um oscilador local, permitiu que as distorções de fase e frequência da portadora óptica fossem convertidas para o domínio elétrico e armazenadas em memórias de altíssima velocidade. Com tais sinais no domínio digital, a aplicação de técnicas de processamento digital de sinais (DSP – *Digital Signal Processing*) permite uma caracterização mais profunda de tais distorções. A partir destas, torna-se possível inferir e interpretar o impacto de fenômenos quânticos e efeitos não lineares no ruído de fase e no alargamento espectral da emissão eletromagnética analisada [7], [8], [9].

O presente artigo é complementar ao trabalho anteriormente publicado pelos autores no periódico *Journal of Lightwave Technology* [10]. Propõe-se, em comparação com o trabalho prévio, uma fundamentação teórica abrangente da natureza do alargamento espectral de uma portadora luminosa, contextualizando seu impacto na caracterização apresentada, e uma discussão aprofundada de pontos específicos do algoritmo desenvolvido, destacando seus princípios operacionais e limitações, baseando-se fundamentalmente nos resultados já previamente publicados.

Esse trabalho foi apoiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP – processos 2017/20121-8, 2015/50063-4, 2015/24517-8 e 2007/56024-4) e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq – processos 301409/2017-0 e 402923/2016-2).

Os autores podem ser contatados através dos endereços de email tiagosutili@gmail.com e conforti@ieec.org.

II. EMBASAMENTO TEÓRICO

A emissão coerente de fótons por um laser semiconductor baseia-se fundamentalmente em dois processos físicos distintos, os quais estão intrinsecamente ligados às suas propriedades construtivas e à polarização direta de sua junção semicondutora heterogênea [3]. Em primeiro lugar, faz-se necessária a criação de uma cavidade ativa capaz de fornecer ganho óptico ao sinal por ela propagante. Para isso, a polarização direta da junção semicondutora deverá criar um estado de inversão populacional, na qual portadores elétricos são excitados a bandas de maior nível energético. Uma vez que tais portadores encontram-se em um estado de desequilíbrio, qualquer perturbação incita o seu retorno para o seu estado fundamental, de forma que a diferença energética entre tais estados será dispersa pela emissão de um fóton. Como a frequência do fóton gerado está diretamente ligada à energia da partícula, o comprimento de onda da luz emitida será proporcional ao *gap* energético criado na junção semicondutora [3]. Ademais, para que tal emissão ocorra de forma coerente, uma segunda condição deve ser atendida, garantindo que a emissão estimulada (na qual os fótons gerados terão as mesmas características de frequência, fase e direção da partícula responsável pelo seu decaimento) seja predominante em relação à emissão espontânea. Para isso, deve-se criar uma condição de realimentação positiva da portadora gerada pelo laser, o que é alcançado através de faces semi-refletoras em suas extremidades (criadas pela clivagem do próprio cristal semiconductor) e por padrões de interferência construtiva e destrutiva do sinal ressonante em sua cavidade, permitindo alta seletividade do comprimento de onda emitido.

Entretanto, tal processo é caracterizado por uma dependência entre o índice de refração da cavidade ativa do laser com a densidade populacional de portadores elétricos e ópticos nessa região. Uma vez que o tamanho óptico do guia de onda formado na junção semicondutora é diretamente proporcional ao seu índice de refração, qualquer variação nas condições operacionais dos dispositivos, decorrente de instabilidades externas ou internas, irá decorrer em alterações nos modos propagantes da cavidade de Fabry-Perot formada na cavidade ressonante do laser [3]. Como resultado, o comprimento de onda dominante na emissão eletromagnética do laser sofrerá variações, as quais resultam no seu alargamento espectral e em distorções de frequência, como o gorjeio (*chirp*). Quando operando em modo de onda contínua, supõe-se que o laser esteja sob condições operacionais controladas. Entretanto, dada a complexidade dos fenômenos físicos envolvidos, processos como esse são responsáveis por uma deriva de frequência lenta, em comparação com os demais fenômenos aqui analisados.

Variações mais rápidas e bruscas ocorrem devido a um segundo tipo de fenômeno, o qual está ligado a flutuações quânticas na região ativa do laser, conhecido como forças de Langevin [3]. As equações de taxa que regem a operação de lasers semicondutores apresentam um acoplamento entre a quantidade de fótons emitida, a quantidade de portadores

elétricos em estado de inversão populacional em sua região ativa e a fase dos fótons emitidos. Decorrente de tal correlação, qualquer variação na condição operacional do laser é refletida em instabilidades e fontes de ruído nas demais, conferindo grande complexidade para estudos acerca de tal fenômeno físico. As forças de Langevin podem ser interpretadas como fontes de ruído, intrinsecamente ligadas a flutuações aleatórias nas equações de taxa do laser, sendo decorrentes dos processos de recombinação de elétrons e da geração de fótons na cavidade ressonante do laser. De maneira resumida, variações na equação de taxa relativa à quantidade de elétrons na região ativa do laser estão ligadas ao ruído balístico (*shot noise*) do dispositivo, enquanto variações na quantidade de fótons emitidos e na sua fase estão predominantemente ligadas à recombinação espontânea dos portadores elétricos [3].

De maneira geral, tanto variações na fase como na frequência da portadora óptica contribuem diretamente para variações da largura de linha do laser, uma vez que pode-se definir que variações de frequência são iguais à derivada temporal primeira das variações de fase. Dessa forma, pode-se afirmar que os fatores de maior impacto para o alargamento espectral do laser são justamente a dependência do índice de refração efetivo, da região ativa do dispositivo, com a densidade de portadores em tal região e as forças de Langevin, que introduzem flutuações aleatórias na fase de sua emissão luminosa. Tal condição é formalizada pela equação (1) [3]:

$$\Delta f = \frac{R_{sp} (1 + \beta_c^2)}{4\pi P} = (1 + \beta_c^2) \Delta f_0, \quad (1)$$

onde a largura de linha da portadora eletromagnética, Δf , é função da quantidade de fótons gerados por emissão espontânea, R_{sp} , da razão entre a parte real e imaginária da suscetibilidade do meio de propagação, β_c , e da quantidade total de fótons emitidos pelo laser, P . Estima-se que a contribuição da variação do índice de refração efetivo da região ativa do laser em função de variações na densidade populacional do dispositivo seja igual a $1 + \beta_c^2$ [11], enquanto Δf_0 dá a largura de linha do dispositivo sob influência exclusiva das forças de Langevin [3].

Em termos práticos, a corrente elétrica resultante da fotodetecção coerente de tal sinal, $i(t)$, pode ser descrita pela equação (2) [10]:

$$i(t) = G_{pd} \text{sen} [(\omega_{if} + \Delta\omega_{if}(t))t + \phi_{oc}(t) - \phi_{lo}(t)], \quad (2)$$

onde G_{pd} é o ganho do fotodetector, ω_{if} é a frequência angular de batimento, ϕ_{oc} é a fase da portadora luminosa a ser caracterizada e ϕ_{lo} é a fase do oscilador local. Pode-se assumir que variações lentas na frequência de ambos os sinais luminosos irão se refletir em variações, dadas por $\Delta\omega_{if}$, na frequência intermediária de batimento. Enquanto variações aleatórias mais rápidas estarão representadas por fontes de ruído presentes nas fases, ϕ_{oc} e ϕ_{lo} , de ambos os sinais. Com tal base teórica, o algoritmo proposto em [10], e discutido na seção subsequente, deve separar tais variações e caracterizá-las individualmente, de forma a permitir a inferência da largura de linha do dispositivo sob análise.

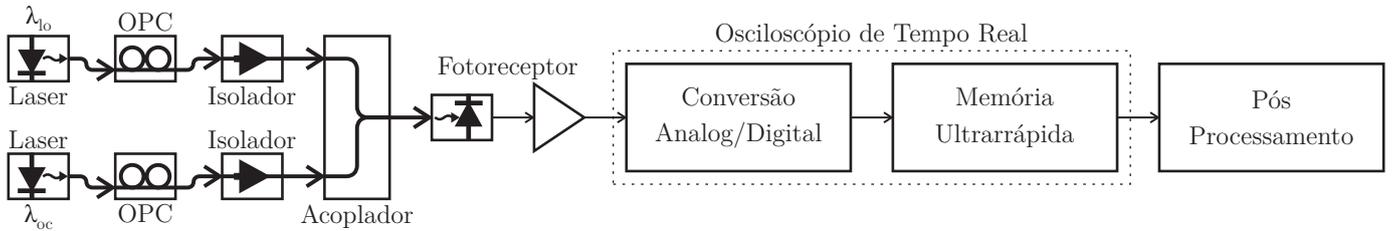


Fig. 1. Montagem experimental empregada na caracterização da largura de linha e do ruído de fase em lasers semicondutores operando em modo de onda contínua (adaptado, com permissão, de [10]).

III. ANÁLISE DA TÉCNICA

A técnica aqui discutida [10] pode ser implementada através da montagem experimental apresentada na Fig. 1, na qual propõe-se a caracterização de um laser semiconductor através do seu batimento heteródino com uma segunda fonte operando como oscilador local. Antes de serem combinadas através de um acoplador óptico, ambas as fontes tem sua polarização ajustada por controladores de polarização óptica (OPCs – *Optical Polarization Controllers*), de forma a maximizar a eficiência do batimento decorrente da sua fotodetecção. O sinal em frequência intermediária, já no domínio elétrico, é amplificado por um amplificador de transimpedância integrado ao fotodiodo, sendo adquirido por um osciloscópio de tempo real. Esse equipamento realiza a conversão do sinal do domínio analógico para digital com alta taxa de amostragem (nominalmente 160 GSa/s) e armazena os sinais adquiridos em tempo real (até 40 Msa em intervalos contínuos de 250 μ s), disponibilizando-os para posterior processamento a ser realizado em algoritmo *offline*.

O algoritmo desenvolvido, discutido em detalhes em [10], propõe o emprego da técnica denominada “interpolação harmônica”, a qual é exemplificada na Fig. 2, para rastrear e quantificar as distorções de fase e de frequência da portadora óptica, em frequência intermediária, sob caracterização. Nela,

a partir de alguns pontos de referência extraídos do sinal de batimento (notadamente os seus pontos de cruzamento com zero), cria-se um sinal senoidal ideal (*i.e.*, sem a influência de fontes de ruído ou distorções externas), o qual é programado para acompanhar as variações de fase da portadora óptica sob caracterização. Sempre que uma variação brusca ocorre no sinal sob análise, como exemplificado na Fig. 2 pelo sinal experimental próximo a 8750 ps, a interpolação harmônica perde sua sincronia. Nesses instantes, as amostras correspondentes são marcadas e salvas como possíveis eventos de perda de coerência da portadora óptica, os quais serão posteriormente analisados. De maneira geral, tais eventos são resultantes de semiciclos com lentas variações em sua frequência (cerca de 95 % dos casos), comportamento potencialmente ligado a instabilidades decorrentes da dependência entre a densidade populacional na região ativa do laser e o índice de refração efetivo de sua cavidade ressonante, como discutido na Seção II. Entretanto, em menores proporções, o sinal em frequência intermediária sofre bruscas variações, como aquela apresentada na Fig. 2 (4 %), ou semiciclos são perdidos (1 %). Tais ocorrências, potencialmente ligadas a fenômenos quânticos, como *spectral hole burning* e emissões adiabáticas [12], podem estar relacionadas às forças de Langevin, discutidas na Seção II.

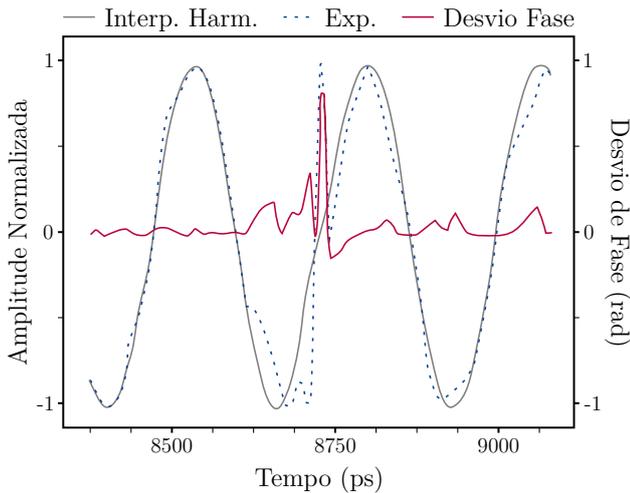


Fig. 2. Interpolação harmônica (Interp. Harm.) da portadora óptica em comparação com a referência experimental (Exp.) visando a caracterização de seu ruído de fase (adaptado, com permissão, de [10]).

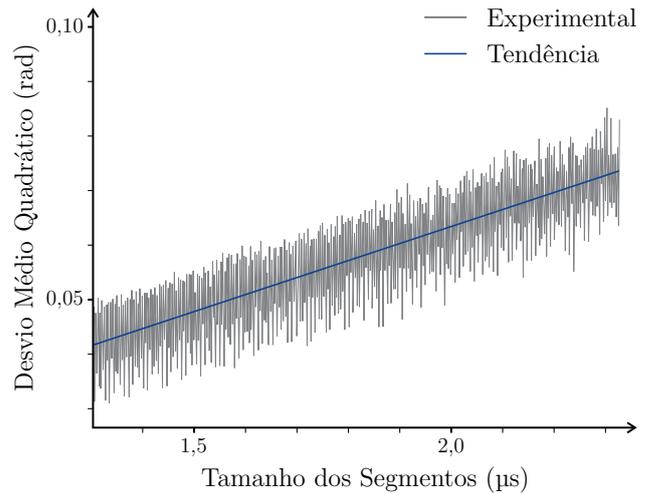
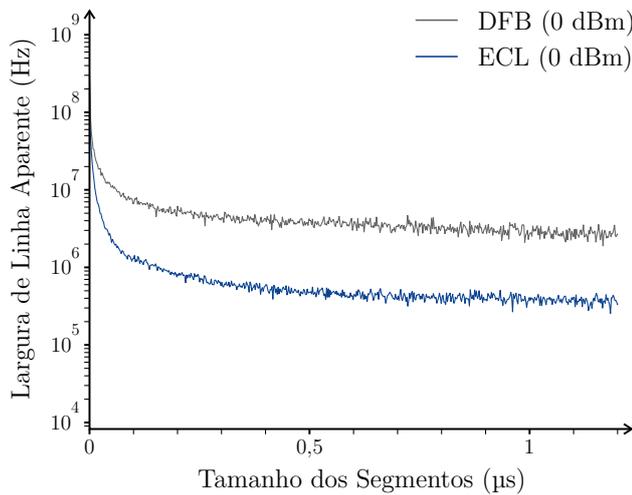
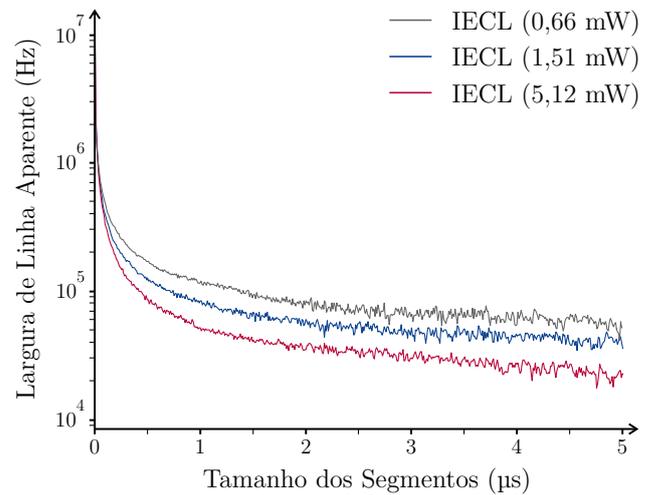


Fig. 3. Desvio de fase médio quadrático de um laser com cavidade externa integrada (IECL) para segmentos de sinal com diferentes durações (adaptado, com permissão, de [10]).



(a) Resultados relativos à caracterização de um laser DFB e um laser ECL, ambos com potência óptica de saída de 0 dBm.



(b) Resultados relativos à caracterização de um laser IECL operando com três diferentes potências ópticas de saída.

Fig. 4. Largura de linha aparente, em função do tamanho dos segmentos nos quais o sinal experimental foi dividido, convergindo para o valor real da largura de linha de três fontes ópticas de diferentes arquiteturas e com variações em sua corrente de polarização (adaptado, com permissão, de [10]).

Ademais, a partir da comparação entre a fase do sinal de interpolação harmônica e o experimentalmente adquirido, é possível realizar a extração de informações sobre o ruído de fase desse segundo. Demonstra-se tal possibilidade também na Fig. 2, na qual ocorre um pico de desvio de fase de aproximadamente 1 rad, devido à brusca variação apresentada pelo sinal experimental. Através da avaliação do desvio de fase total de segmentos de sinal com duração crescente, como apresentado na Fig. 3, se faz possível inferir o tamanho de bloco no qual o desvio de fase médio quadrático será igual a 1 rad, o qual, teoricamente, é igual ao inverso da largura de linha do laser caracterizado [4]. No caso específico apresentado na Fig. 3, uma projeção linear da caracterização realizada permite extrapolar que tal desvio de fase médio quadrático seria atingido por segmentos de sinal com duração de 50 μ s, equivalendo a uma largura de linha de 20 kHz, a qual é condizente com os resultados apresentados na Fig. 5.

Ao plotar histogramas com o desvio de frequência do sinal completo amostrado dividido em tais segmentos, se faz possível determinar a largura de linha aparente do sinal nessas condições, através da mensuração do seu ponto de queda de 3 dB. Conforme o tamanho dos segmentos é aumentado progressivamente, as rápidas variações induzidas por oscilações drásticas provenientes de diferentes fontes de ruído tendem a ter seu impacto reduzido na mensuração da largura de linha, uma vez que a sua média tende a ser nula para um conjunto amostral suficientemente grande. Dessa forma, o aumento da duração dos segmentos, nos quais o sinal experimental em frequência intermediária é dividido, faz com que a largura de linha mensurada no histograma relativo à tal duração tenda a convergir para a largura de linha real do dispositivo caracterizado, como apresentado na Fig. 4. Entretanto, algumas observações importantes são necessárias acerca da validade de tais procedimentos. Em primeiro lugar, o sinal experimentalmente adquirido é relativo ao batimento

heteródino de duas fontes ópticas, cada qual com diferentes contribuições de ruído de fase e frequência. Dessa forma, a largura de linha, mensurada por tal técnica, é na verdade a soma da largura de linha de ambas as fontes [13]. Na prática, tal limitação pode ser desconsiderada ao empregar-se como oscilador local uma fonte óptica com largura de linha ordens de grandeza menor do que a do laser a ser caracterizado, tornando possível desconsiderar sua contribuição no resultado final. Outra abordagem possível, especificamente para quando deseja-se caracterizar lasers com largura de linha estreita, é o emprego de duas fontes idealmente idênticas sob as mesmas condições operacionais, dessa forma a largura de linha resultante será o dobro da relativa individualmente a cada laser. Outra observação importante diz respeito ao tamanho dos segmentos nos quais o sinal experimental é dividido para

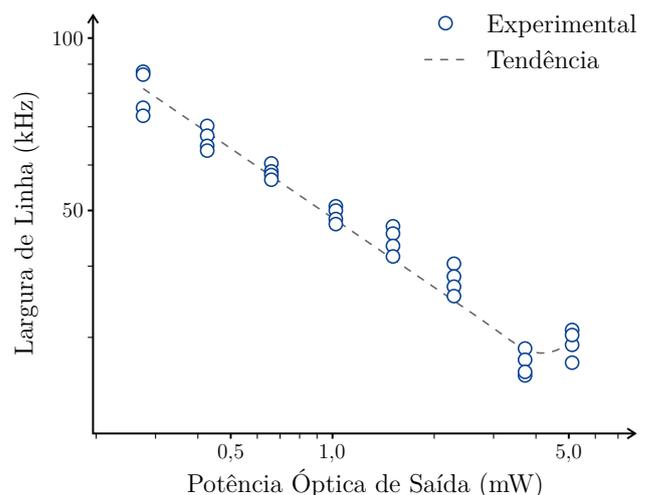


Fig. 5. Largura de linha em função da sua potência óptica de saída para o laser IECL caracterizado (adaptado, com permissão, de [10]).

que a largura de linha mensurada convirja para o resultado real. Como é possível observar na Fig. 4(a), para lasers com menor pureza espectral, como é o caso do laser com realimentação distribuída (DBF – *Distributed Feedback Laser*) e com cavidade externa (ECL – *External Cavity Laser*), segmentos com duração acima de 500 ns são suficientes para que se tenha uma mensuração precisa da largura de linha do dispositivo. Entretanto, para os casos de largura de linha estreita, como é o caso do laser com cavidade externa integrada (IECL – *Integrated External Cavity Laser*) apresentado na Fig. 4(b), nem mesmo segmentos com 5000 ns foram capazes de atingir tal condição, fazendo com que os resultados provenientes da aplicação de tal técnica tenham a sua precisão reduzida. Idealmente, há uma quantidade mínima de segmentos nas quais o sinal experimental deve ser dividido para que os histogramas tenham amostras suficientes para a determinação da largura de linha aparente do dispositivo. Uma vez que a memória do equipamento de captura dos dados é limitada e que há a necessidade de emprego de altas taxas de amostragem para a precisa caracterização do ruído de fase do sinal, há uma limitação fundamental para a operação de tal técnica. A superação de tal limitação se dá, única e exclusivamente, pelo aumento da memória de alta velocidade responsável pelo armazenamento dos pontos digitalizados, permitindo que um maior tempo amostral seja adquirido. Dado o custo ainda proibitivo para algumas aplicações, a superação de tal limitação depende de uma popularização de equipamentos capazes de amostrarem sinais em altas taxas.

Na Fig. 5, tem-se uma visão mais generalizada da variação da largura de linha, mensurada pela presente técnica, em função das condições operacionais do laser IECL caracterizado. Como anteriormente destacado, essa fonte laser é a de menor largura de linha dentre as disponíveis, não tendo havido amostras experimentais suficientes para que sua largura de linha convergisse completamente, como apresentado na Fig. 4(b). Isso acarreta uma menor precisão nas medidas aqui discutidas. Todavia, mesmo com tal limitação, percebe-se claramente uma tendência de redução da largura de linha do dispositivo conforme sua potência óptica de saída aumenta. Tal resultado é coerente com a teoria clássica de lasers [3], uma vez que maiores correntes de polarização resultam no estreitamento do modo dominante propagante na cavidade ativa do laser (modelado de acordo com uma distribuição lorentziana) e um distanciamento e diminuição da potência dos picos de relaxação residuais. Ademais, percebe-se que, quando o laser opera próximo à sua saturação, a curva apresentada na Fig. 5 sofre uma inflexão, com o realargamento da largura de linha do laser mesmo para potências de saída mais altas, fenômeno esse já anteriormente verificado experimentalmente por outros grupos de pesquisa [3]. Apesar de já ser um comportamento bem caracterizado, ainda não há uma explicação teórica consensual, podendo estar ligado a interações entre os modos de propagação na cavidade do laser [14], ganho óptico não linear [15], *spectral hole burning* [12] e fontes de ruído com característica $1/f$ [2] ou, ainda, advindas da corrente de polarização do dispositivo.

IV. CONCLUSÃO

A técnica aqui discutida, apresentada inicialmente pelos autores em [10], possibilita uma caracterização profunda da natureza do ruído de fase e de frequência da portadora óptica no domínio do tempo, analisando como tais fenômenos irão impactar na mensuração de sua largura de linha e eventos de perda de coerência. Através de tal técnica, o impacto de fenômenos não lineares em uma portadora óptica foi visualizado diretamente, permitindo uma análise sobre sua natureza e fornecendo informações relevantes para estudos acerca de tal assunto. Ademais, as ferramentas computacionais desenvolvidas abrem a possibilidade de realizar-se a caracterização de outros fenômenos lineares e não lineares degradantes inerentes a operação de dispositivos fotônicos, como o tremor temporal (*jitter*) e o gorjeio (*chirp*).

REFERÊNCIAS

- [1] T. N. Huynh, F. Smyth, L. Nguyen, and L. P. Barry, "Effects of phase noise of monolithic tunable laser on coherent communication systems," *Opt. Express*, vol. 20, no. 26, pp. B244–B249, Dez 2012, [doi:10.1364/OE.20.00B244].
- [2] K. Kikuchi, "Effect of $1/f$ -type FM noise on semiconductor-laser linewidth residual in high-power limit," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 25, no. 4, pp. 684–688, 1989, [doi:10.1109/3.17331].
- [3] G. Agrawal and N. Dutta, *Semiconductor Lasers*. Springer US, 2013.
- [4] C. H. Henry, "Theory of the linewidth of semiconductor lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 18, no. 2, pp. 259–264, 1982, [doi:10.1109/JQE.1982.1071522].
- [5] H. Gerhardt, H. Welling, and A. Guttner, "Measurements of the laser linewidth due to quantum phase and quantum amplitude noise above and below threshold," *Zeitschrift für Physik*, vol. 253, no. 2, pp. 113–126, Abr 1972, [doi:10.1007/BF01379766].
- [6] T. Okoshi, K. Kikuchi, and A. Nakayama, "Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum," *Electronics Letters*, vol. 16, no. 16, pp. 630–631, Jul 1980, [doi:10.1049/el:19800437].
- [7] K. Kikuchi, "Characterization of semiconductor-laser phase noise and estimation of bit-error rate performance with low-speed offline digital coherent receivers," *Opt. Express*, vol. 20, no. 5, pp. 5291–5302, Feb 2012, [doi:10.1364/OE.20.005291].
- [8] T. Duthel, G. Clarici, C. R. S. Fludger, J. C. Geyer, C. Schullien, and S. Wiese, "Laser linewidth estimation by means of coherent detection," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 21, no. 20, pp. 1568–1570, 2009, [doi:10.1109/LPT.2009.2029072].
- [9] T. N. Huynh, L. Nguyen, and L. P. Barry, "Delayed self-heterodyne phase noise measurements with coherent phase modulation detection," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 24, no. 4, pp. 249–251, 2012, [doi:10.1109/LPT.2011.2174216].
- [10] T. Sutili, R. C. Figueiredo, and E. Conforti, "Laser linewidth and phase noise evaluation using heterodyne offline signal processing," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, no. 21, pp. 4933–4940, Nov 2016, [doi:10.1109/JLT.2016.2597217].
- [11] C. Henry, "Phase noise in semiconductor lasers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 4, no. 3, pp. 298–311, Mar 1986, [doi:10.1109/JLT.1986.1074721].
- [12] B. Tromborg, H. Olesen, and X. Pan, "Theory of linewidth for multielectrode laser diodes with spatially distributed noise sources," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 27, no. 2, pp. 178–192, Feb 1991, [doi:10.1109/3.78219].
- [13] M. G. Taylor, "Phase estimation methods for optical coherent detection using digital signal processing," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, no. 7, pp. 901–914, 2009, [doi:10.1109/JLT.2008.927778].
- [14] U. Kruger and K. Petermann, "The semiconductor laser linewidth due to the presence of side modes," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 24, no. 12, pp. 2355–2358, Dez 1988, [doi:10.1109/3.14361].
- [15] G. R. Gray and G. P. Agrawal, "Effect of cross saturation on frequency fluctuations in a nearly single-mode semiconductor laser," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 3, no. 3, pp. 204–206, Mar 1991, [doi:10.1109/68.79754].