# Otimização na Admissão de *White Space Devices* e Proteção de Receptores de TV Digital

Mauro Vieira de Lima e José Mauro P. Fortes

*Resumo*— Este artigo desenvolve uma avaliação da otimização das potências de transmissão de *White Space Devices* (WSDs) para a metodologia de cálculo Iagg. Esta metodologia foi desenvolvida para restringir a interferência agregada ao limite de interferência imposto pelo sistema de TV Digital, DTT (*Digital Terrestrial Television*). A metodologia Iagg sem e com otimização é comparada à metodologia Ofcom. Esta última determina a potência de transmissão do WSD baseada em uma interferência de entrada única e não impõe restrição à interferência agregada gerada por múltiplos WSDs. A avaliação demonstra a importância da otimização na obtenção de um melhor desempenho da metodologia Iagg. Além disso, verifica-se que a metodologia Iagg com otimização representa uma proteção efetiva para o receptor DTT.

Palavras-Chave—TV white space, interferência agregada, gerenciamento dinâmico do espectro, otimização.

*Abstract*— This article develops an assessment of the WSD (*White Space Device*) transmission power optimization for the Iagg calculation methodology. This methodology was developed to constrain the aggregate interference to the interference limit imposed by the Digital Terrestrial Television (DTT) system. The Iagg methodology with and without optimization is compared to the Ofcom methodology. The latter determines the WSD transmission power based on a single-entry interference and does not impose constraint on aggregate interference generated by multiple WSDs. The evaluation demonstrates the importance of optimization in obtaining a better performance from Iagg methodology. In addition, it is verified that the Iagg methodology with optimization represents an effective protection for the DTT receiver.

*Keywords*— TV white space, aggregate interference, dynamic spectrum management, optimization.

#### I. INTRODUÇÃO

A agência reguladora de telecomunicações do Reino Unido, Ofcom, publicou regulamento [1] que permite a operação de sistemas WSD (*White Space Device*) na faixa de frequência da TV digital, DTT (*Digital Terrestrial Television*), através do suporte de sistemas de banco de dados com geolocalização WSDB (*White Space Database*). Os sistemas WSD operam em caráter secundário nos canais de frequência livres (*white space*) na condição de não causar interferência acima do limite ao sistema primário DTT. O WSDB gerencia a admissão do WSD no sistema, determinando sua potência de transmissão (e.i.r.p. - *equivalent isotropically radiated power*) máxima permitida, conforme a localização do WSD. A e.i.r.p. do WSD é determinada a partir da metodologia de cálculo definida nos anexos do regulamento [2]. Esta metodologia é baseada no planejamento dos sistemas de TV que subdivide a área de cobertura em células quadradas, tipicamente, de 100m x 100m. A interferência agregada de múltiplos WSDs não é considerada pela metodologia Ofcom, sendo a e.i.r.p. do WSD calculada a partir de um modelo single-entry de interferência. Os estudos realizados em [3] [4] demonstraram que a abordagem singleentry não propicia uma proteção efetiva para o receptor DTT. Uma nova metodologia de cálculo, denominada Iagg [5], foi desenvolvida para restringir a interferência agregada de WSDs ao limite de interferência definido pelo planejamento do sistema DTT. Uma avaliação da otimização das e.i.r.p. dos WSDs aplicada a metodologia Iagg é desenvolvida e uma análise comparativa é realizada entre as metodologias Iagg sem e com otimização e a metodologia Ofcom.

O artigo aborda na Seção II a modelagem matemática utilizada no cálculo da interferência agregada, dos critérios de admissão e da otimização. A Seção III apresenta as avaliações de desempenho, sendo as conclusões apresentadas na Seção IV.

#### II. MODELAGEM MATEMÁTICA

## A. Critério de Interferência e Célula Mais Vulnerável

O compartilhamento da faixa de frequência utilizada pelo serviço primário DTT com dispositivos secundários WSD é realizado através da determinação de um limite máximo de potência interferente intersistema Z para cada célula da área de cobertura do sistema DTT. Os valores de Z são determinados pela metodologia de cálculo Ofcom definida em [2] e serão considerados conhecidos neste trabalho.

O relatório ECC.186 [6] estabelece que a potência interferente intersistema Z de uma célula deve ser calculada pelo mesmo critério da potência interferente intrasistema, sendo esta última calculada como potência interferente excedida 1% do tempo. Em outras palavras, a potência interferente agregada  $i_{agg,j}$  incidente em um receptor DTT de uma célula j não deve ser superior a potência interferente intersistema  $Z_j$  por mais de 1% do tempo, esta condição é denominada de *critério de interferência* (C.I.), ou seja

$$P(i_{agg,j} > Z_j) \le 0.01 \tag{1}$$

Os WSDs localizados em uma célula k, e que utilizem um canal de frequência adjacente ao receptor DTT, deve ter sua interferência considerada em todas as células de uma área circular de 2 km de raio ao redor da célula k, conforme estabelecido em [2]. Esta área circular será chamada de região de trabalho ( $S_k$ ) como ilustra a Figura 1.

A e.i.r.p. (equivalent isotropically radiated power) máxima  $E_k$  dos WSDs localizados na célula k é calculada como o

Mauro Vieira de Lima e José Mauro P. Fortes, Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro) e Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Rio de Janeiro, Brasil, E-mails: mvieira@inmetro.gov.br, jmfortes@cetuc.puc-rio.br.



Fig. 1. Diagrama da região de trabalho para cálculo da e.i.r.p.  $E_k$ 

maior valor que satisfaz o limite de interferência  $Z_j$  de todas as células da região de trabalho [2]. Esta definição em conjunto com o critério de interferência em (1) permitiu desenvolver o método de cálculo de  $E_k$  [3] [4] [5]. Os valores da e.i.r.p. máxima  $E_k$  de todas as células da área de cobertura são considerados conhecidos neste trabalho.

O método de cálculo de  $E_k$ , inicialmente, calcula o valor máximo de e.i.r.p.  $E_{kj}$  que satisfaz o valor limite de interferência  $Z_j$ . Este cálculo é realizado para todas as células j da região de trabalho  $S_k$ . Por fim, a e.i.r.p máxima  $E_k$  é determinada pelo menor valor entre todos os valores máximos calculados para as e.i.r.p.  $E_{kj}$ , ou seja

$$E_k = \min\left(E_{kj}^{max}\right) \qquad j \in \mathcal{S}_k \tag{2}$$

A restrição fundamental da metodologia Ofcom é definida pela e.i.r.p. máxima  $E_k$  de uma célula que não deve ser ultrapassada, isso implica que a soma das e.i.r.p. dos WSDs em operação dentro de uma mesma célula está limitada à e.i.r.p. máxima desta célula.

Note que a e.i.r.p  $E_k$  é calculada por um modelo singleentry, ou seja, a potência interferente máxima Z de apenas uma célula define o valor desta e.i.r.p. Note que caso o valor de  $E_k$  seja ligeiramente maior que o definido pela equação (2), a célula que define o valor de  $E_k$  seria a primeira célula a ter sua potência interferente máxima Z ultrapassada. Desta forma, denominamos célula mais vulnerável (CMV) a célula que define o valor de  $E_k$ . O conceito de CMV é utilizado para definir uma única célula vítima para toda a região de trabalho. Observe que quando um novo WSD é admitido em uma célula k, ele adiciona interferência a todas as células na região de trabalho, aumentando a potência interferente agregada iagg nestas células. Isso pode resultar na violação do limite Zde alguma(s) célula(s) da região de trabalho. Entretanto, caso a  $i_{agg}$  incidente na CMV associada a célula k não exceda o limite Z dessa CMV, então todas as células da região de trabalho terão seus limites Z atendidos.

A metodologia de cálculo Iagg calcula a  $i_{agg}$  na CMV associada a célula do WSD em processo de admissão e avalia o atendimento do C.I. nessa CMV. Este atendimento do C.I. garante que todas as células da região de trabalho terão seus C.I. atendidos em relação a interferência adicional provocada pela e.i.r.p. do novo WSD.

#### B. Interferência Agregada

O método de cálculo da potência interferente agregada  $i_{agg}$  na célula mais vulnerável CMV associada a célula de um WSD em processo de admissão é desenvolvido em um ambiente envolvendo múltiplos WSDs que interferem em um receptor DTT, conforme ilustra a Figura 2.



Fig. 2. Múltiplos WSDs interferentes.

A potência interferente devido ao  $\ell$ -ésimo WSD pode ser escrita como

$$i_{\ell} = P_{\ell} - L_{\ell} + g(\theta_{\ell}) + \rho(\Delta f) \tag{3}$$

sendo  $P_{\ell}$  a e.i.r.p. transmitida pelo WSD interferente,  $L_{\ell}$  a perda de propagação,  $g(\theta_{\ell})$  o ganho da antena DTT para o ângulo de chegada da interferência  $\theta_{\ell}$  e  $\rho(\Delta f)$  a taxa de proteção devido a separação de frequência  $\Delta f$  entre os canais de frequência do DTT e WSD.

A perda de propagação  $L_{\ell}$  segue o modelo Hata extendido [7]. Assim, quando expressa em dB,  $L_{\ell}$  é modelada como uma v.a. Normal. Considerando o valor da e.i.r.p.  $P_{\ell}$  como constante, então a relação linear em (3) implica que  $i_{\ell}$  é, também, uma v.a. Normal.

Assumindo existirem N WSDs interferentes, a potência interferente agregada  $i_{agg}$  chegando ao receptor DTT, em dBm, pode ser expressa como

$$i_{agg} = 10 \log \left( \sum_{\ell=1}^{N} 10^{i_{\ell}/10} \right)$$
 (4)

A interferência  $i_{\ell}$ , em dBm, é modelada como uma v.a. Normal, então as entradas dessa interferência no somatório da equação (4), expressas em miliWatts, são modeladas por v.a. lognormais. Desta forma, a  $i_{agg}$ , expressa em miliWatts, corresponde a uma soma de v.a. lognormal estatisticamente independentes. A função densidade de probabilidade (fdp) da soma de v.a. lognormais não é calculada analiticamente. Uma aproximação pode ser calculada pelo método de Schwartz-Yeh [8]. Este método aproxima a fdp da soma de v.a.'s lognormais pela fdp de uma v.a., também, lognormal. Consequentemente, a  $i_{agg}$ , em dBm, é uma v.a. Normal. A metodologia de cálculo Ofcom considera que os WSDs utilizam uma e.i.r.p. menor que a e.i.r.p. máxima informada pelo banco de dados WSDB. Esta premissa indica que a e.i.r.p.  $P_{\ell}$  pode ser modelada como uma v.a. Considerando que  $i_{\ell}$ deve ser uma v.a. Normal para que se possa efetuar o cálculo da  $i_{agg}$  pelo método de Schwartz-Yeh, então a v.a.  $P_{\ell}$  será modelada, também, como uma v.a. Normal. Assim, a relação linear entre as v.a. em (3) permite escrever a média  $(m_{\ell})$  e o desvio padrão  $(\sigma_{\ell})$  de  $i_{\ell}$  como

$$m_{\ell} = m_{P,\ell} - m_{L,\ell} + g(\theta_{\ell}) + \rho(\Delta f)$$
(5)

$$\sigma_{\ell} = \sqrt{\sigma_{P,\ell}^2 + \sigma_{L,\ell}^2} \tag{6}$$

sendo  $(m_{P,\ell}, \sigma_{P,\ell})$  e  $(m_{L,\ell}, \sigma_{L,\ell})$  a média e o desvio padrão das v.a.  $P_{\ell}$  e  $L_{\ell}$ , respectivamente.

Considere a localização  $\mathbf{r}_{\ell}$  de cada WSD representada pelo par (longitude, latitude), logo as posições geográficas dos NWSDs podem ser representadas pelo vetor

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T & \mathbf{r}_2^T & \cdots & \mathbf{r}_N^T \end{pmatrix}^T$$
(7)

A  $i_{agg}$  é calculada para uma dada amostra do vetor r. Assim, dado  $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ , o método de Schwartz-Yeh fornece a média e o desvio padrão condicionais da v.a.  $i_{agg}$ . Portanto, a fdp condicional da v.a.  $i_{agg}$   $(f_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}})$  é uma Normal com parâmetros  $(m_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}}, \sigma_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}})$ . A distribuição espacial dos WSDs é gerada a partir de

A distribuição espacial dos WSDs é gerada a partir de um processo pontual de Poisson (PPP) [9] [10] cujos pontos são transladados para a região de trabalho através da latitude/longitude do centro do círculo desta região. Uma das características de um PPP é que a distribuição de seus pontos é realizada de forma aleatória, devido a isso  $\mathbf{r}$  é um vetor aleatório. Assim, a fdp da v.a.  $i_{agq}$  é calculada como

$$f_{i_{agg}}(I) = \int_{\Omega_{\mathbf{r}}} f_{i_{agg|\mathbf{r}=\mathbf{R}}}(I) \ f_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) \ d\mathbf{R}$$
(8)

sendo  $f_{\mathbf{r}}(\mathbf{R})$  a fdp do vetor **r**. Desta forma, a função distribuição de probabilidade complementar da v.a.  $i_{agg}$  é dada por

$$F_{i_{agg}}(I) = P(i_{agg} > I) = \int_{\Omega_{\mathbf{r}}} f_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) \left( \int_{I}^{\infty} f_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}}(\gamma) \, d\gamma \right) d\mathbf{R}$$
(9)

A fdp condicional em (9) é uma Normal, então, a integral entre parênteses pode ser substituída por uma função Q, sendo esta definida como Q(x) = P(x > X) para  $x \sim N(0, 1)$ .

$$F_{i_{agg}}(I) = \int_{\Omega_{\mathbf{r}}} f_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) Q\left(\frac{I - m_{i_{agg|\mathbf{r}=\mathbf{R}}}}{\sigma_{i_{agg|\mathbf{r}=\mathbf{R}}}}\right) d\mathbf{R} \qquad (10)$$

## C. Critérios de Admissão

O critério de admissão Ofcom é desenvolvido a partir da restrição da soma das e.i.r.p dos WSDs de uma célula que é limitada ao valor da e.i.r.p. máxima da célula. Um WSD em processo de admissão em uma célula, denominada Célula 0 (Cel0), pode encontrar nesta célula outros WSDs já em operação. Considere  $P_{\ell}$  como a e.i.r.p. dos WSDs na Célula 0, onde  $\ell$  é o índice que identifica o WSD. A e.i.r.p.  $P_{\ell}$  é modelada como uma v.a. com fdp Normal, sendo o conjunto dessas e.i.r.p. consideradas v.a.'s independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.). Então, o somatório de  $P_{\ell}$ , também, é uma v.a. com fdp Normal. Assim sendo, é possível calcular a probabilidade deste somatório ser maior que a e.i.r.p. máxima  $E_0$  da Célula 0. O critério de admissão Ofcom é definido limitando esta probabilidade a um valor muito baixo, por exemplo 1%.

$$P\left(\sum_{Cel0} P_{\ell} > E_0\right) < 0.01 \tag{11}$$

O critério de admissão Iagg é desenvolvido através do critério de interferência (C.I.) definido em (1) calculado na célula mais vulnerável (CMV) associada a célula onde está localizado o WSD em processo de admissão. É possível simplificar o C.I. definindo  $I_{\rm CMV}$  como o nível de potência interferente agregada excedida 1% do tempo nessa CMV, ou seja

$$P(i_{agg} \ge I_{\text{CMV}} | \mathbf{r} = \mathbf{R}) = Q\left(\frac{I_{\text{CMV}} - m_{i_{agg}} | \mathbf{r} = \mathbf{R}}{\sigma_{i_{agg}} | \mathbf{r} = \mathbf{R}}\right) = 0.01$$
(12)

Utilizando uma tabela da função Q podemos determinar o valor de seu argumento, pois  $Q(x) = 0.01 \rightarrow x = 2.33$ . Logo, o valor de  $I_{\text{CMV}}$  fica determinado como

$$\frac{I_{\text{CMV}} - m_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}}}{\sigma_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}}} = 2.33$$
$$I_{\text{CMV}} = m_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}} + 2.33 \,\sigma_{i_{agg}|\mathbf{r}=\mathbf{R}}$$
(13)

Assim sendo, uma vez calculados os parâmetros da v.a.  $i_{agg}$  para um dado  $\mathbf{r} = \mathbf{R}$ , podemos calcular  $I_{CMV}$ , utilizando (13). Considerando  $Z_{CMV}$  como a interferência limite na CMV, então, o C.I. em (1) pode ser simplificado para

$$I_{\rm CMV} \le Z_{\rm CMV} \tag{14}$$

# D. Procedimentos de Admissão

Os procedimentos de admissão definem passos que o banco de dados WSDB deve executar para admitir um novo WSD. Nestes procedimentos consideramos  $WSD_0$  o WSD em processo de admissão e Cel0 a célula em que ele está localizado.

O procedimento de admissão Ofcom é definido conforme os passos listados abaixo,

- (1) WSD<sub>0</sub> faz a requisição de admissão ao WSDB;
- (2) WSDB carrega a e.i.r.p. máxima  $E_0$  da Cel0;
- (3) WSDB carrega  $P_{\ell}$  dos WSDs na Cel0;
- (4) WSDB avalia critério de admissão em (11). Caso o critério seja atendido, o WSD<sub>0</sub> é admitido.

O procedimento de admissão Iagg é dividido em duas partes. O primeiro procedimento efetua uma única avaliação do C.I., executando somente os passos de (1) a (5) listados abaixo. O segundo procedimento realiza uma otimização das e.i.r.p. dos WSDs quando o C.I. não é atendido, executando todos os passos listados abaixo.

- (1)  $WSD_0$  faz a requisição de admissão ao WSDB;
- (2) WSDB carrega  $Z_{CMV}$  da CMV associada a Cel0;
- (3) WSDB carrega  $P_{\ell}$  dos WSDs na região de trabalho;
- (4) WSDB calcula  $I_{CMV}$  da CMV associada a Cel0;

- (5) WSDB avalia C.I. em (14). Caso o critério seja atendido, o WSD<sub>0</sub> é admitido.
- (6) Caso o C.I. não seja atendido, WSDB calcula a otimização das e.i.r.p. dos WSDs na região de trabalho.
- (7) WSDB reavalia o C.I. em (14). Se o C.I. for satisfeito, as e.i.r.p. são alocadas para os WSDs que foram otimizados e o WSD<sub>0</sub> é admitido.

# E. Otimização das e.i.r.p.

O segundo procedimento Iagg adiciona uma tentativa de admissão do WSD<sub>0</sub> quando o C.I. não é atendido. Esta tentativa é desenvolvida através de uma otimização com restrições aplicada às médias das e.i.r.p. dos WSDs que estão dentro da região de trabalho. Neste caso, o WSD<sub>0</sub> experimenta um atraso na sua admissão, pois somente iniciará sua operação após a redução das e.i.r.p. de todos os WSDs em operação afetados pela otimização. Considere que a média das e.i.r.p. dos WSDs dentro da região de trabalho são tratadas como um vetor **e** 

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_N \end{pmatrix} \tag{15}$$

sendo N o número de WSDs dentro da região de trabalho.

A otimização do vetor e é obtida através da minimização de uma função objetivo  $f(\mathbf{e})$ . Note que buscamos que a diferença  $I_{\text{CMV}}(\mathbf{e}) - Z_{\text{CMV}}$  seja reduzida a zero, neste caso, o C.I. será atendido no seu limite superior. Para isso, utilizamos como função objetivo uma função quadrática sobre essa diferença que apresenta seu mínimo em  $Z_{\text{CMV}}$ .

$$f(\mathbf{e}) = \left(I_{\text{CMV}}(\mathbf{e}) - Z_{\text{CMV}}\right)^2 \tag{16}$$

Note, também, que a redução da e.i.r.p. de um WSD em operação pode implicar a redução da taxa de transmissão ou até mesmo na interrupção da comunicação. Assim sendo, para preservar uma taxa de transmissão adequada, a otimização deve considerar uma e.i.r.p. mínima de trabalho para os WSDs que participam da otimização. Além disso, a e.i.r.p. de qualquer WSD não pode ultrapassar o valor da e.i.r.p. máxima da célula onde o WSD se encontra. Assim sendo, o problema de otimização pode ser escrito como

$$\min_{\mathbf{e}} f(\mathbf{e}) \tag{17}$$
ujeito a  $e_{\ell,min} \le e_{\ell} \le e_{\ell,max}, \ \ell = 1, \dots, N$ 

sendo  $e_{\ell,min}$  e  $e_{\ell,max}$  os valores mínimo e máximo da média da e.i.r.p. do WSD na posição  $\ell$  do vetor e.

S

A função objetivo  $f(\mathbf{e})$  é uma função não linear, enquanto as restrições são todas lineares. A solução deste problema de otimização não linear foi obtida utilizando-se o método da região de confiança (*trust region*) descrito em [11] [12] [13].

Algumas otimizações podem não atingir o mínimo  $f(\mathbf{e}) = 0$  devido a restrição da e.i.r.p. mínima de trabalho  $e_{\ell,min}$ . Isto ocorre quando, durante uma otimização, as médias  $e_{\ell}$  dos WSDs ofensores são reduzidas até essa e.i.r.p. mínima, porém o C.I. ainda não é atendido. Neste caso, o WSD<sub>0</sub> será bloqueado e deverá buscar outro canal de frequência.

# III. RESULTADOS NUMÉRICOS

A simulação realiza a admissão de um novo WSD, denominado WSD<sub>0</sub>, no centro da região de trabalho, dentro de uma rede de WSDs em operação. Esta admissão utiliza os procedimentos de admissão Ofcom, Iagg e Iagg com otimização descritos na Subseção II-D. As informações estatísticas de desempenho das três metodologias de cálculo são obtidas através da repetição do processo de admissão para um grande número de redes WSDs. Os parâmetros técnicos utilizados na simulação são apresentados na Tabela I.

TABELA I	

Parâmetros	DA	SIMUL	AÇÃO
------------	----	-------	------

Parâmetro	Valor	
Canal de frequência DTT	27	
Canal de frequência WSD	26	
Distância transmissor-receptor DTT vítima	35 km	
Azimute transmissor-receptor DTT vítima	270 graus	
Diagrama de irradiação da antena DTT [14]	ITU-R BT.419-3	
Tabela protection rate [2]	low - classe 1	
Método - perda de propagação [7]	extended Hata	
Clutter - perda de propagação	urbano	
Método de distribuição espacial WSD [10]	PPP	
Densidades [WSD/km <sup>2</sup> ]	2.15, 4.64, 10, 21.5, 46.4	
Número de amostras PPP por densidade	1000	
e.i.r.p. mínima $e_{\ell,min}$	7 dBm	
e.i.r.p. máxima $e_{\ell,max}$	$E_k$ da célula do WSD <sub><math>\ell</math></sub>	
Limite do critério de interferência	0.01	
e.i.r.p. WSD - média $m_{P,\ell}$	10 dBm	
e.i.r.p. WSD - desvio padrão $\sigma_{P,\ell}$	0.8 dBm	
Raio - região de trabalho	2 km	
Altura antena DTT	10 m	
Altura antena WSD	30 m	

O cenário considerado é de um transmissor DTT operando no canal de frequência 27 e uma rede WSD operando no canal de frequência adjacente 26. A região de trabalho está localizada a uma distância e azimute do transmissor DTT de 35 km e 270 graus, respectivamente. O WSD<sub>0</sub> está localizado na célula central da região de trabalho, denominada Célula 0. Os WSDs são distribuídos espacialmente de acordo com um PPP bidimensional homogêneo utilizando 5 densidades diferentes, sendo a densidade definida como número de WSDs por km<sup>2</sup>. Considera-se que a fdp da e.i.r.p. dos WSDs possuam a mesma média  $m_{P,\ell}$  e desvio padrão  $\sigma_{P,\ell}$  e que a restrição da e.i.r.p. mínima de trabalho  $e_{\ell,min}$  seja 3 dB inferior à média  $m_{P,\ell}$ .

A primeira avaliação de desempenho das metodologias de cálculo é realizada para o atendimento do C.I. A função distribuição de probabilidade complementar  $F_{i_{agg}}(I)$  em (10) é utilizada para cálculo da probabilidade da  $i_{agg}$ , na CMV associada à Célula 0, ultrapassar  $Z_{\text{CMV}}$ , ou seja

$$F_{i_{agg}}(Z_{\text{CMV}}) = P(i_{agg} > Z_{\text{CMV}})$$
$$= \int_{\Omega_{\mathbf{r}}} p_{\mathbf{r}}(\mathbf{R}) Q\left(\frac{Z_{\text{CMV}} - m_{i_{agg|\mathbf{r}=\mathbf{R}}}}{\sigma_{i_{agg|\mathbf{r}=\mathbf{R}}}}\right) d\mathbf{R}$$
(18)

A integral em (18) é calculada através de simulação pelo método Monte Carlo, utilizando 1000 redes WSD (PPP) para cada densidade. O atendimento do C.I. é avaliado pelo gráfico da Figura 3.



Fig. 3. Probabilidade da interferência agregada  $i_{agg}$  ultrapassar a interferência intersistema  $Z_{\rm CMV}$  em função da densidade de WSD.

Note que o C.I. em (1) define o limite da probabilidade em (18) como 1%, ou seja, todos os pontos das curvas acima de  $10^{-2}$  estão violando o C.I. Assim sendo, a metodologia Ofcom viola o C.I. a partir da densidade de 8 WSD/km<sup>2</sup>, enquanto as duas metodologias Iagg não violam o C.I. Observe que a probabilidade é menor para a metodologia Iagg com otimização nos cenários de alta densidade, isso se deve a redução da  $i_{agg}$  devido ao processo de otimização. Desta forma, a metodologia de cálculo Iagg com otimização demonstra ter melhor desempenho que as outras metodologias para proteção do receptor DTT em altas densidades.

A segunda avaliação de desempenho das metodologias de cálculo é realizada para a taxa de atendimento do C.I. Esta taxa é obtida pela frequência relativa do número de admissões com atendimento do C.I. pelo número total de requisições de admissão. A Figura 4 mostra esta avaliação de desempenho.



Fig. 4. Taxa de atendimento do critério de interferência em função da densidade de WSD

Note que a metodologia Iagg apresenta pior taxa de atendimento do C.I. que a metodologia Ofcom, indicando que sua efetiva proteção do receptor DTT custou uma redução significativa nas admissões de WSDs. Contudo, a metodologia Iagg com otimização apresenta melhor desempenho que a metodologia Ofcom, demonstrando que a otimização é de fundamental importância para a melhoria de desempenho na admissão de WSDs. Observe que apenas 3 dB entre a média e a mínima e.i.r.p. foi suficiente para um desempenho superior em relação à metodologia Ofcom. Caso exista condições no sistema WSD para um aumento na diferença entre média e mínima e.i.r.p., a otimização deve melhorar ainda mais o desempenho da taxa de atendimento do C.I. Note, também, que a otimização apresenta um custo, pois aumenta o tempo de admissão, uma vez que o novo WSD somente pode iniciar sua operação após todos os WSDs em operação, afetados pela otimização, reduzirem suas e.i.r.p.

# IV. CONCLUSÕES

Este artigo avalia como a otimização das e.i.r.p. dos WSDs impacta no desempenho da nova metodologia de cálculo Iagg desenvolvida para restringir a interferência agregada ao limite de interferência imposto pelo sistema DTT. Duas avaliações de desempenho foram desenvolvidas. A primeira avaliação demonstrou que a metodologia Iagg sem e com otimização representa uma proteção efetiva para o receptor DTT, especialmente, em altas densidades de WSD, enquanto na segunda avaliação ficou explícita a importância da otimização das e.i.r.p. para obtenção de uma maior taxa de admissão de WSDs.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Implementing TV white spaces, OFCOM Statement, February 12, 2015.
- [2] Implementing TV white spaces, Annexes 1 to 12, OFCOM Statement, February 12, 2015.
- [3] Lima, M. V.; Fortes, J. M. P., Aggregate Interference from White Space Devices into Digital Television Systems, International Conference on Computing and Network Communications, December, 2015.
- [4] Lima, M. V.; Fortes, J. M. P., Interferência de White Space Devices em receptores de TV Digital, XXXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBrT2017, Setembro, 2017.
- [5] Lima, M. V.; Fortes, J. M. P., Interferência Agregada de White Space Devices em Receptores de Sistemas Terrestres de Televisão Digital -Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio, Julho, 2017.
- [6] Technical and operational requirements for the operation of white space devices under geo-location approach, ECC Report 186, 2013.
- [7] SEAMCAT Handbook Edition 2, Annex 17: Propagation Models A17.3 Extended Hata Model, ECC Report 252, 2016.
- [8] S. Schwartz and Y. S. Yeh, On the distribution function and moments of power sums with log-normal components, Bell Syst. Tech. J., vol. 61, September, 1982.
- [9] Chiu, S. N.; Stoyan, D.; Kendall, W. S.; Mecke, J., Stochastic geometry and its applications, Third Edition, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley, 2013.
- [10] Illian, J., Penttinen, A., Stoyan, H., Stoyan, D., Statistical Analysis and Modeling of Spatial Point Patterns, Wiley, 2008.
- [11] Byrd, R. H., J. C. Gilbert, and J. Nocedal, A Trust Region Method Based on Interior Point Techniques for Nonlinear Programming., Mathematical Programming, Vol 89, No. 1, 2000.
- [12] Waltz, R. A., J. L. Morales, J. Nocedal, and D. Orban, An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps, Mathematical Programming, Vol 107, No. 3, pp. 391–408, 2006.
- [13] Forsgren, A.; Gill, P. E.; and Wright, M. H. Interior Methods for Nonlinear Optimization., SIAM Review, Vol 44, No. 4, pp. 525–597, 2002.
- [14] Directivity and polarization discrimination of antennas in the reception of television broadcasting, Recommendation ITU-R BT.419-3, 1990.