

Análise de Desempenho e Complexidade da Decodificação Turbo Utilizando a Treliça Mínima Seccionada

Guilherme Luiz Moritz, Richard Demo Souza, Isaac Benchimol, Cecilio Pimentel e Marcelo Eduardo Pellenz

Resumo—O desempenho e a complexidade de códigos turbo construídos com códigos convolucionais constituintes de taxa k/n são investigados neste trabalho. Consideramos a utilização dos módulos de treliça mínima, seccionada e convencional. A métrica de desempenho é a taxa de erro de bit, enquanto a complexidade é analisada em função do número de operações matemáticas requeridas pelo algoritmo max-log-MAP. Os resultados mostram que o melhor desempenho é obtido quando os k bits sistemáticos são agrupados em uma única seção do módulo de treliça, o que é uma característica do módulo de treliça convencional e de alguns seccionamentos do módulo de treliça mínimo. Além disso, mostramos também que é possível reduzir consideravelmente a complexidade de decodificação com respeito ao módulo convencional, se um dado seccionamento da mínima é utilizado. Tal seccionamento por vezes permite também o melhor desempenho, enquanto em outras vezes impõe uma pequena perda de desempenho.

Palavras-Chave—Códigos Turbo, seccionamento de treliça, treliça mínima, complexidade de treliça, códigos convolucionais.

Abstract—The performance and complexity of turbo decoding using rate k/n constituent convolutional codes is investigated. The conventional, minimal and sectionalized trellis modules of the constituent convolutional codes are utilized. The performance metric is the bit error rate, while complexity is analyzed based on the number of mathematical operations required by the max-log-MAP decoding algorithm. Our results show that the best performance is achieved when the k systematic bits are grouped together in the same section of the module. That is a characteristic of the conventional trellis module and of some of the sectionalizations of the minimal trellis module. Moreover, we show that its possible to considerably reduce the decoding complexity with respect to the conventional trellis if a particular sectionalization of the minimal trellis module is utilized. Such sectionalization can be sometimes within the best performing group, while at sometimes it imposes a small performance loss.

Keywords—Turbo codes, trellis sectionalization, minimal trellis, trellis complexity, convolutional codes.

I. INTRODUÇÃO

Códigos turbo, introduzidos por Berrou e Glavieux [1], são utilizados em alguns padrões modernos de comunicação [2], [3]. Sabe-se, entretanto, que os códigos corretores de

erros representam grande parte da potência consumida de um sistema de comunicação [4]. O decodificador convolucional de um transceptor 802.11 [5], que é menos complexo que um código turbo, pode ser responsável por até 35% da potência consumida no processamento de banda base do sinal [4].

Um código turbo, como originalmente proposto em [1], é a concatenação paralela de dois códigos convolucionais sistemáticos recursivos de taxa $r = \frac{1}{2}$ através de um entrelaçador, resultando num código de taxa $r = \frac{1}{3}$. Esta construção permite que o código possa ser decodificado por um processo iterativo, o que faz com que seu desempenho se aproxime da capacidade teórica do canal. Para aumentar a taxa do código dois métodos podem ser utilizados, o primeiro é denominado punçãoamento, que consiste em excluir, de maneira regular, alguns bits de paridade do código [6], [7]. O segundo método consiste na construção de códigos turbo com códigos constituintes de taxa $r = \frac{k}{n} > \frac{1}{2}$ [8], [9]. Este método apresenta várias vantagens quando comparado com um código turbo clássico, como uma melhor convergência do processo iterativo e menor redução de desempenho quando se utiliza um algoritmo de decodificação simplificado como o max-log-MAP [10]. Códigos turbo como os descritos em [8], [9] são utilizados no WiMAX [2].

Como desvantagem dos códigos turbo com códigos constituintes de taxa $r = \frac{k}{n} > \frac{1}{2}$ tem-se o aumento exponencial da complexidade de decodificação. Uma possibilidade de reduzir-se a complexidade é utilizar uma representação alternativa para as treliças dos códigos constituintes. No presente trabalho utilizam-se treliças mínimas para códigos sistemáticos recursivos, construídas utilizando-se a técnica apresentada em [11], a qual por sua vez é baseada na técnica desenvolvida por McEliece em [12] para códigos não recursivos. Estas treliças são denominadas mínimas porque minimizam várias métricas de complexidade aceitas na literatura [13]. Além disso, é possível aplicar à construção mínima o processo de seccionamento proposto em [13], [14] que faz com que a representação fique mais compacta.

Neste artigo analisa-se o desempenho e a complexidade da decodificação turbo quando o algoritmo max-log-MAP é utilizado em conjunto com as treliças convencional, mínima e seccionada dos códigos constituintes de taxa $r = \frac{k}{n}$. Expressões para a complexidade de decodificação são desenvolvidas e simulações para determinação do desempenho das diferentes representações do código são executadas. Conclui-se que a treliça mínima não é eficiente para a redução do número de operações aritméticas necessárias para a decodificação utilizando o algoritmo max-log-MAP. Além disso, observa-se uma

G. L. Moritz e R. D. Souza, CPGEI, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Curitiba-PR, Brasil. guilherme@eletrica.eng.br, richard@utfpr.edu.br.

I. Benchimol, CMDI, Instituto Federal do Amazonas (IFAM), Manaus-AM, Brasil. ibench@ifam.edu.br.

C. Pimentel, CODEC/DES, Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife-PE, Brasil. cecilio@ufpe.br.

M. E. Pellenz, PPGIA, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), Curitiba-PR, Brasil. marcelo@ppgia.pucpr.br.

redução de desempenho quando se compara a representação convencional com a mínima. Observa-se, porém, que certos padrões de seccionamento eliminam as características estruturais desvantajosas para o processo de decodificação max-log-MAP, fazendo com que se atinja desempenho idêntico à treliça convencional ao mesmo tempo em que é possível reduzir a complexidade da decodificação.

O restante deste artigo está organizado da seguinte maneira. A Seção II discute as diferentes representações de treliça. A Seção III desenvolve a métrica de complexidade. Na Seção IV a relação entre desempenho e complexidade é avaliada, enquanto a Seção V conclui o artigo.

II. REPRESENTAÇÕES DE TRELIÇAS

Códigos convolucionais podem ser representados por uma treliça semi-infinita, que, salvo um curto transitório no início, é regular e periódica. O período da treliça é denominado de módulo da treliça (M) [15]. Em termos gerais, um módulo de treliça M para um código convolucionacional $C(n, k, \nu)$ de taxa $r = \frac{k}{n}$ é constituído de n' seções de treliça (indexadas da seção 0 até a seção $n' - 1$), 2^{ν_i} estados na seção i , 2^{b_i} ramos que partem de cada estado na seção i , e l_i bits de rótulo para cada ramo na seção i para a seção $i + 1$ (para $0 \leq i \leq n' - 1$). O número de memórias do codificador convolucionacional é ν .

A representação de um código convolucionacional geralmente utilizada é o módulo de treliça convencional M_{conv} , que possui uma estrutura regular constituída de somente uma seção $n' = 1$ com 2^ν estados iniciais e 2^ν estados finais; sendo cada estado inicial conectado nos estados finais por 2^k ramos rotulados por n bits. Por exemplo, o módulo de treliça convencional do código $C(4, 2, 3)$ constituente do código turbo do WiMAX [2] possui somente uma seção ($n' = 1$) com $2^\nu = 8$ estados, de cada estado partem $2^k = 4$ ramos, rotulados por $n = 4$ bits.

Por outro lado, o módulo de treliça mínima introduzido por McElice e Lin em [12], e expandido para códigos sistemáticos recursivos em [11], apresenta estrutura irregular constituída de $n' = n$ seções com $l_i = 1$ bit por ramo $\forall i$. Esta representação é mínima sob o ponto de vista de várias métricas teóricas de complexidade [12], [13]. O módulo de treliça mínima do código constituente do código turbo do WiMAX está representada na Figura 1, onde tem-se $n' = 4$ seções irregulares, onde somente a primeira e a segunda contém bits de informação (apenas um ramo parte de cada estado nas seções 2 e 3).

A. Módulo Seccionado

Para a construção do módulo seccionado de treliça parte-se do módulo de treliça mínima M_{min} composto de n seções. O processo de seccionamento de M_{min} na seção i para $i = 1, \dots, n - 1$ consiste na remoção dos estados com índice i conectando-se os estados de $i - 1$ diretamente aos estados de $i + 1$, desde que exista em M_{min} um caminho entre os estados de $i - 1$ e $i + 1$. O rótulo dos ramos no módulo seccionado é formado pela concatenação dos rótulos dos ramos dos caminhos entre $i - 1$ e $i + 1$ em M_{min} . O módulo seccionado resultante possui $n' = n - 1$ seções. O processo de seccionamento pode então ser repetido, fazendo

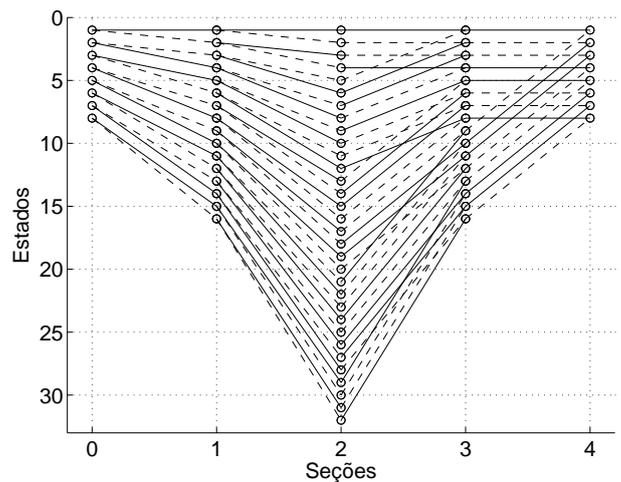


Fig. 1. Módulo de treliça mínima do codificador constituente do código turbo do WiMAX.

que sejam possíveis 2^{n-1} formas de seccionamento. O número de seções do módulo de treliça seccionada varia de 1 (treliça convencional) a n (treliça mínima).

Define-se um vetor binário de seccionamento, denotado $vetsec$, com $n - 1$ elementos. Caso o i -ésimo elemento do vetor seja 1, indica que o índice i de M_{min} está seccionado. A treliça mínima é definida por $vetsec_i = 0, i = 1, \dots, n - 1$ e a treliça convencional é definida por $vetsec_i = 1, i = 1, \dots, n - 1$. Além de $vetsec$ define-se ν_i^{sec} como a complexidade de estado da seção de índice i , sendo que a seção i possui $2^{\nu_i^{sec}}$ estados; a complexidade de ramo da seção i (número de bits de informação que rotulam a seção i) é b_i^{sec} ; e o número de bits de rótulo da seção i é l_i^{sec} .

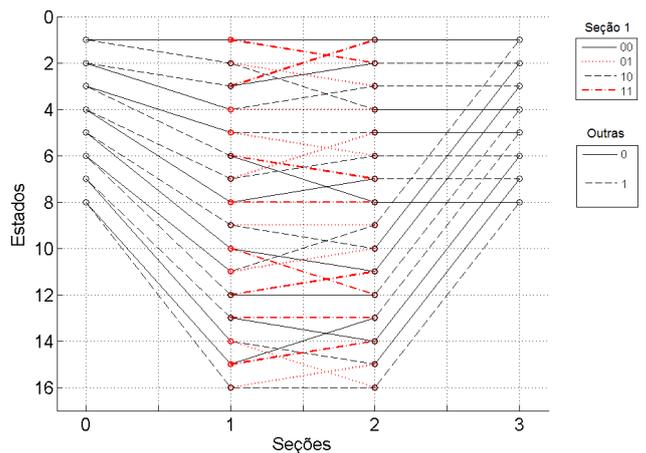


Fig. 2. Um dos possíveis seccionamentos do módulo de treliça mínima do codificador constituente do código turbo do WiMAX.

Como exemplo, na Figura 2 mostra-se um possível seccionamento do módulo de treliça mínima da Figura 1 com $vetsec = (0, 1, 0)$, ou seja, M_{min} está seccionada na seção 2 (os estados da seção 2 não estão representados, sendo os estados em $i = 1$ ligados diretamente aos estados em $i = 3$). Como consequência, o número máximo de estados, que era

de 32 no módulo de treliça mínima, foi reduzido para 16 no módulo de treliça seccionada.

III. COMPLEXIDADE DO ALGORITMO MAX-LOG-MAP NA TRELIÇA SECCIONADA

O processo de decodificação utilizando o algoritmo max-log-MAP [10] consiste em achar os bits mais prováveis de terem sido transmitidos em cada seção da treliça dada a sequência recebida. Em um código turbo tradicional utilizando códigos constituintes de taxa $r = \frac{1}{2}$, a razão de verossimilhança logarítmica (*log-likelihood ratio* ou LLR) para cada bit é calculada individualmente. Para códigos constituintes de taxa $r = \frac{k}{n}$, $k > 1$, utilizando a treliça convencional, as LLRs dos bits são calculadas em grupo de k bits já que cada ramo da treliça convencional agrupa k bits de informação. Já quando se utiliza a treliça seccionada para decodificação de um código de taxa $r = \frac{k}{n}$, $k > 1$, a maneira que as LLRs dos bits serão calculadas vai depender de como os bits de informação estão agrupados na treliça. Esta informação é importante na determinação do desempenho do código, e é detalhada na Seção IV.

A complexidade de treliça, definida em [12], determina a complexidade teórica para a decodificação do algoritmo de Viterbi. Um dos objetivos do presente artigo é levantar uma nova métrica de complexidade para decodificação do max-log-MAP, já que a métrica em [12] não reflete a complexidade do algoritmo. Define-se a complexidade como o número de operações aritméticas requeridas pelo algoritmo em função dos parâmetros do módulo de treliça seccionada discutidos na Seção II-A.

A. O Algoritmo max-log-MAP

Na execução do algoritmo max-log-MAP são determinadas uma métrica de ramo $\psi_i(q)$, com $q = 0, \dots, 2^{b_i^{sec}} - 1$, para cada uma das possíveis palavras de informação que podem ser formadas com b_i^{sec} bits. Uma dessas métricas, $\psi_i(0)$, é utilizada como referência para o cálculo de $(2^{b_i^{sec}} - 1)$ LLRs ($\Lambda_i(q)$):

$$\Lambda_i(q) = \psi_i(0) - \psi_i(q), \quad (1)$$

$$\psi_i(q) = \max_{q \rightarrow l', l} [\alpha_{i-1}(l') + \gamma_i(l', l) + \beta_i(l)] \quad (2)$$

onde $0 \leq l' \leq 2^{\nu_i^{sec}} - 1$ é um dos $2^{\nu_i^{sec}}$ estados iniciais e $0 \leq l \leq 2^{\nu_{i+1}^{sec}} - 1$ é um dos $2^{\nu_{i+1}^{sec}}$ estados finais na seção de treliça seccionada, enquanto $q \rightarrow l', l$ significa que esta palavra de informação de b_i^{sec} bits, denominada q , gera uma transição do estado l' para o estado l . Além disso, α_i e β_i são definidos como

$$\alpha_i(l) = \max_{l, l'} [\alpha_{i-1}(l') + \gamma_i(l', l)], \quad (3)$$

$$\beta_i(l) = \max_{l, l'} [\beta_{i+1}(l') + \gamma_{i+1}(l, l')] \quad (4)$$

onde l, l' significa que o estado l está conectado a l' , e

$$\gamma_i(l', l) = \left\{ \left[\sum_{u=1}^{l_i^{sec}} r_{i,u} \cdot x_{i,u}(l', l) \right] + \Lambda_i^e(l', l) \right\} \quad (5)$$

onde $r_{i,u}$ é o u -ésimo símbolo da l_i^{sec} -tupla recebida na seção i , $x_{i,u}$ é o símbolo BPSK que deveria ter sido transmitido no instante i caso ocorresse a transição entre os estados l' e l , $\Lambda_i^e(l, l')$ é a informação extrínseca (*a priori*) daquela transição¹.

B. Métrica de Complexidade

Para a análise proposta serão consideradas apenas operações de soma (\mathcal{S}), multiplicação (\mathcal{M}) e comparação (\mathcal{C}). Numa implementação real vários outros fatores influenciam na complexidade final, como, por exemplo, acessos em memória e diferenças nos pesos computacionais das operações envolvidas. Optou-se por não considerar outros fatores por estes serem dependentes de arquitetura e da implementação. Faz-se, assim, uma análise puramente matemática, que pode ser utilizada na comparação das diferentes abordagens de decodificação e auxiliar na análise a ser realizada após a definição de arquitetura.

Inicia-se o cálculo com a complexidade da computação de $\bar{\gamma}_i(l', l)$ para cada um dos $2^{\nu_i^{sec}}$ estados da seção i . O somatório em (5) possui l_{sec} termos, cada um exigindo uma multiplicação. Desta maneira, são necessários $l_i^{sec} \cdot \mathcal{M}$ para os operandos mais $(l_i^{sec} - 1) \cdot \mathcal{S}$ para somá-los. Ao valor encontrado adiciona-se a informação extrínseca que contribui com $1 \cdot \mathcal{S}$. Totaliza-se, assim, $l_i^{sec} \cdot \mathcal{M} + l_i^{sec} \cdot \mathcal{S}$ operações por ramo. Como cada um dos $2^{\nu_i^{sec}}$ estados possui $2^{b_i^{sec}}$ ramos obtém-se:

$$T_{\gamma_i}^{sec} = \begin{cases} 2^{\nu_i^{sec} + b_i^{sec}} \cdot l_i^{sec} \cdot (\mathcal{M} + \mathcal{S}), & \text{se } b_i^{sec} > 0 \\ 2^{\nu_i^{sec} + b_i^{sec}} [l_i^{sec} \cdot \mathcal{M} + (l_i^{sec} - 1) \cdot \mathcal{S}], & \text{se } b_i^{sec} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Observa-se que a complexidade de algumas etapas da decodificação depende da ausência/presença de bits de informação na seção, já que seções sem bits de informação não possuem informação extrínseca para ser somada. Por esse motivo, faz-se (6) condicional, excluindo-se uma soma do resultado total caso não haja bit de informação na seção. De forma similar pode-se determinar o número de operações requeridas por (3), (4) e (1), obtendo-se:

$$T_{\alpha_i}^{sec} = 2^{\nu_i^{sec} + b_i^{sec}} \cdot \mathcal{S} + (2^{\nu_i^{sec} + b_i^{sec}} - 2^{\nu_{i+1}^{sec}}) \cdot \mathcal{C}, \quad (7)$$

$$T_{\beta_i}^{sec} = 2^{\nu_i^{sec} + b_i^{sec}} \cdot \mathcal{S} + (2^{\nu_i^{sec} + b_i^{sec}} - 2^{\nu_i^{sec}}) \cdot \mathcal{C} \quad (8)$$

e

$$T_{\Lambda_i}^{sec} = \begin{cases} 2^{b_i^{sec}} [(2^{\nu_i^{sec} + 1}) \cdot \mathcal{S} + (2^{\nu_i^{sec}} - 1) \cdot \mathcal{C}] \\ \quad + (2^{b_i^{sec}} - 1) \cdot \mathcal{S}, & \text{se } b_i^{sec} > 0 \\ 0, & \text{se } b_i^{sec} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

tal que o número total de operações requeridas para o cálculo do algoritmo seja definido como:

$$T_{MAP}^{sec} = \sum_{i=0}^{n'-1} T_{\gamma_i}^{sec} + T_{\alpha_i}^{sec} + T_{\beta_i}^{sec} + T_{\Lambda_i}^{sec}. \quad (10)$$

¹As equações apresentadas nesta seção são uma extensão do caso de codificadores constituintes de taxa $r = 1/2$ desenvolvido por exemplo em [10]. Uma discussão interessante sobre decodificadores turbo para o caso de codificadores constituintes de taxa $r = \frac{k}{n} > \frac{1}{2}$ pode ser encontrada em [16].

C. Exemplo

Como exemplo da variação de complexidade de uma treliça em função do seccionamento adotado, considera-se todos os possíveis seccionamentos da treliça mínima do código constituinte do código turbo do WiMAX, obtendo-se a Tabela I. Ressalta-se que o seccionamento com $\text{vetsec} = \{0, 0, 0\}$ representa o módulo de treliça mínima enquanto $\text{vetsec} = \{1, 1, 1\}$ representa o módulo de treliça convencional.

TABELA I
COMPLEXIDADE DO CÓDIGO CONSTITUINTE $C(4, 2, 3)$ DO WiMAX [2]

vetsec	γ		α		β		Λ		Total		
	S	M	S	C	S	C	S	C	S	C	M
0, 0, 0	48	96	96	24	96	24	98	44	338	92	96
0, 0, 1	80	112	80	24	80	24	98	44	338	92	112
0, 1, 0	80	96	64	24	64	24	98	44	306	92	96
0, 1, 1	112	112	48	24	48	24	98	44	306	92	112
1, 0, 0	64	112	80	24	80	24	67	28	291	76	112
1, 0, 1	96	128	64	24	64	24	67	28	291	76	128
1, 1, 0	96	112	48	24	48	24	67	28	259	76	112
1, 1, 1	128	128	32	24	32	24	67	28	259	76	128

Observa-se que a minimização do módulo de treliça do WiMAX, $\text{vetsec} = (0, 0, 0)$, reduz o número de multiplicações requeridas quando comparado com a treliça convencional, porém, no processo, o número adicional de somas e comparações acaba por comprometer o ganho obtido. Além disso, nota-se que em função do seccionamento há uma grande variação em complexidade.

IV. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DAS TRELIÇAS SECCIONADAS

Já que é possível obter redução de complexidade quando se utilizam treliças seccionadas, passa-se para o estudo de desempenho de tais treliças comparando-se com as treliças mínima e convencional em termos de taxa de erro de bit (BER) versus razão sinal-ruído (SNR). A SNR é definida como E_b/N_0 , onde E_b é a energia por bit de informação e N_0 é a densidade espectral de potência de ruído. A modulação é BPSK, e o canal é o Gaussiano. Cada ponto da curva foi simulado até que 10^7 bits fossem transmitidos. Utiliza-se 10 iterações do algoritmo de decodificação e o entrelaçador de permutação proposto por Douillard e Berrou em [8].

A. Código Constituinte $C(4, 2, 3)$ do WiMAX

O desempenho em termos de BER de todos os possíveis seccionamentos da treliça estão disponíveis na Figura 3, onde utilizou-se um entrelaçador de 480 bits para gerar um código turbo de taxa 2/6. Observa-se que as oito curvas de desempenho formaram dois grupos. O desempenho das treliças nas quais os bits sistemáticos estão agrupados (como na convencional) é superior aos das treliças que calculam a LLR individualmente para os bits (como na treliça mínima). Esta diferença é de aproximadamente 0,6 dB para uma BER de 10^{-5} . Além disso, observa-se na Tabela I que o seccionamento dado por $\text{vetsec} = (1, 1, 0)$ reduz em 12% o número de multiplicações requeridas para decodificação turbo quando comparado com a treliça convencional. Além disso,

a Figura 3 indica que o desempenho deste seccionamento é tão bom quanto o da treliça convencional. Assim, o seccionamento $\text{vetsec} = (1, 1, 0)$ resulta em menor complexidade de decodificação sem alteração de desempenho.

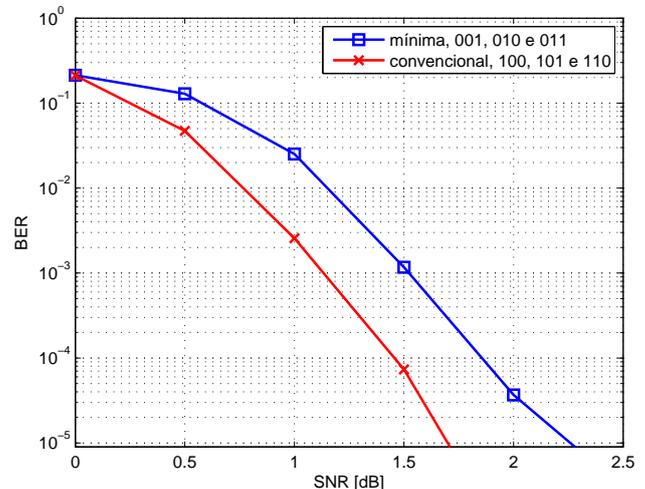


Fig. 3. Desempenho do código turbo do WiMAX de taxa 2/6 com codificador constituinte $C(4, 2, 3)$, para um bloco de 480 bits. A legenda indica os possíveis seccionamentos da treliça mínima.

B. Código Constituinte $C(5, 3, 5)$

Nesta seção consideramos o caso de um código constituinte de taxa $r = 3/5$, encontrado pelos autores, e cuja treliça mínima é apresentada na Figura 4. O código turbo gerado com este codificador constituinte tem taxa 3/7. O objetivo neste caso é de investigar se as conclusões obtidas até então se mantêm quando há mais possibilidades de agrupamento dos bits sistemáticos no módulo de treliça. A complexidade de todos os possíveis seccionamentos do módulo de treliça mínima para este código são apresentadas na Tabela II. Num caso como este, onde $k = 3$, há quatro formas de se agrupar os bits sistemáticos no módulo. A Figura 5 mostra que, como esperado, há quatro grupos correspondentes de desempenho em termos de BER. Aqui o seccionamento menos complexo, $\text{vetsec} = (0, 0, 0, 1)$, reduz consideravelmente o número de operações requeridas (64% menos somas, 60% menos comparações e 80% menos multiplicações que a treliça convencional), mas impõe uma perda de 0,5 dB a uma BER de 10^{-5} . Por sua vez, o seccionamento $\text{vetsec} = (0, 1, 1, 1)$ atinge o mesmo desempenho que a convencional, porém com uma redução de complexidade mais modesta (reduz a quantidade de somas em 8% e de multiplicações em 17,5%). Assim, fica evidente que existe uma relação de custo-benefício entre desempenho e complexidade que pode ser explorada selecionando-se o seccionamento da treliça mínima mais adequado para a operação em questão.

V. CONCLUSÕES

Neste artigo investiga-se o custo benefício em termos de desempenho e complexidade de se usar as treliças convencional, mínima e seccionada na decodificação de códigos turbo. A

TABELA II
COMPLEXIDADE DO CÓDIGO CONSTITUINTE $C(5, 3, 5)$.

vetsec	γ		α		β		Λ		Total		
	S	M	S	C	S	C	S	C	S	M	
0,0,0,0	160	224	224	111	224	80	323	154	931	345	224
0,0,0,1	192	256	192	80	192	80	260	122	836	282	256
0,0,1,0	256	288	224	96	224	96	387	186	1091	378	288
0,0,1,1	448	480	224	128	224	128	388	186	1284	442	480
0,1,0,0	224	256	192	80	192	80	323	154	931	314	256
0,1,0,1	256	288	160	80	160	80	260	122	836	282	288
0,1,1,0	448	480	224	128	224	128	388	186	1284	442	480
0,1,1,1	1024	1056	288	224	288	224	519	248	2119	696	1056
1,0,0,0	224	256	192	80	192	80	323	154	931	314	256
1,0,0,1	256	288	160	80	160	80	260	122	836	282	288
1,0,1,0	320	320	192	96	192	96	387	186	1091	378	320
1,0,1,1	512	512	192	128	192	128	388	186	1284	442	512
1,1,0,0	288	288	160	80	160	80	323	154	931	314	288
1,1,0,1	320	320	128	80	128	80	260	122	836	282	320
1,1,1,0	576	576	192	128	192	128	388	186	1348	442	576
1,1,1,1	1280	1280	256	224	256	224	519	248	2311	696	1280

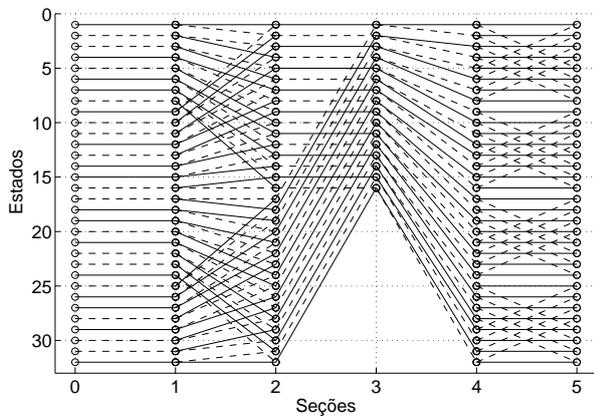


Fig. 4. Módulo de treliça mínima para o código $C(5, 3, 5)$. Os ramos sólidos representam bits codificados "0" enquanto os ramos tracejados representam bits codificados "1".

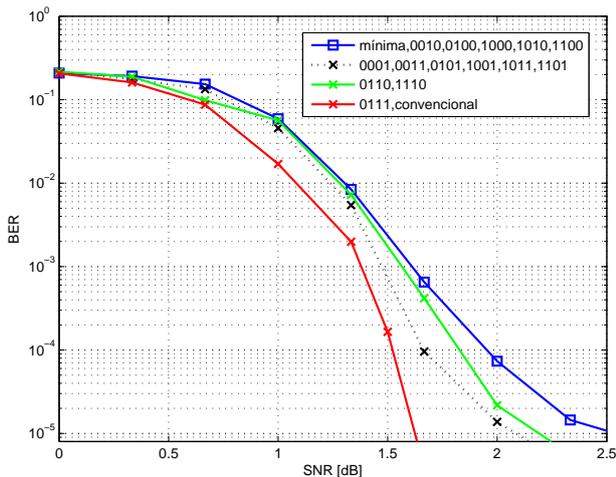


Fig. 5. Desempenho do código turbo de taxa 3/7 com codificador constituinte $C(5, 3, 5)$, para um bloco de 720 bits. A legenda indica os possíveis seccionamentos da treliça mínima.

complexidade é definida como o número de multiplicações, somas e comparações requeridas pela algoritmo max-log-MAP,

enquanto que a métrica de desempenho é a BER. Os resultados mostram que tanto o desempenho quanto a complexidade dependem do módulo de treliça utilizado. O melhor desempenho é obtido quando os bits sistemáticos são agrupados em uma única seção do módulo de treliça, o que é uma característica do módulo convencional e de alguns seccionamentos do módulo mínimo. A complexidade da decodificação também é função do seccionamento, entretanto não há uma regra evidente. Em vários dos casos investigados pelos autores ao longo desta pesquisa o módulo menos complexo é também o de melhor desempenho, mas em outros casos não. Assim, conclui-se que há uma relação de custo-benefício que pode ser explorada, e que cada código tem um comportamento particular em relação ao seccionamento de seu módulo de treliça mínima no que diz respeito à complexidade e desempenho.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq e FAPEAM.

REFERÊNCIAS

- [1] C. Berrou and A. Glavieux, "Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 10, pp. 1261-1271, Oct. 1996.
- [2] IEEE Standard 802.16e-2005, "IEEE standard for local and metropolitan area networks Part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems," Feb. 2006.
- [3] 3GPP TS 36.212 V8.7.0, "3rd generation partnership project; technical specification group radio access network; evolved universal terrestrial radio access (E-UTRA); multiplexing and channel coding (Release 8)," 2009.
- [4] F. Kienle, N. Wehn, H. Meyr, "On Complexity, energy- and implementation-efficiency of channel decoders," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 59, no. 12, pp. 3301-3310, Dec. 2011.
- [5] IEEE Standard 802.11, "Wireless LAN medium access control (MAC) and physical (PHY) layer specifications: High speed physical layer in the 5 GHz band," 1999.
- [6] M. A. Kousa and A. H. Mugaibel, "Puncturing effects on turbo codes," *IEE Proc. Commun.*, vol. 149, no. 3, pp. 132-138, June 2002.
- [7] I. Chatzigeorgiou, M. R. D. Rodrigues, and I. J. Wassell, "The augmented state diagram and its application to convolutional and turbo codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 7, pp. 1948-1958, July 2009.
- [8] C. Douillard and C. Berrou, "Turbo codes with rate- $m/(m+1)$ constituent convolutional codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 10, pp. 1630-1638, Oct. 2005.
- [9] A. Graell i Amat, G. Montorsi, and S. Benedetto, "Design and decoding of optimal high-rate convolutional codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 5, pp. 867-881, May 2004.
- [10] B. Vucetic and J. Yuan, *Turbo Codes: Principles and Applications*, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [11] C. Pimentel, R. D. Souza, B. Uchôa-Filho, and I. Benchimol, "Minimal trellis for systematic recursive convolutional encoders," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory (ISIT 2011)*, St. Petersburg, Russia, 2011, pp. 2477-2481.
- [12] R. J. McEliece and W. Lin, "The trellis complexity of convolutional codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 6, pp. 1855-1864, Nov. 1996.
- [13] A. Vardy, "Trellis structure of codes," in *Handbook of Coding Theory*, vol. II, (V.S. Pless and W.C. Huffman, eds.), North-Holland, Amsterdam, The Netherlands (1998).
- [14] A. Lafourcade and A. Vardy, "Optimal sectionalization of a trellis," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 3, pp. 689-703, May 1996.
- [15] B. F. Uchôa-Filho, R. D. Souza, C. Pimentel, M. Jar, "Convolutional codes under a minimal trellis complexity measure," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 1, pp. 1-5, Jan. 2009.
- [16] M. R. Soleymani, Y. Gao, and U. Vilaipornsawai, *Turbo Coding for Satellite and Wireless Communications*, Kluwer Academic Publishers, 2002.