

Algoritmos Bio-Inspirados para a Redução de Complexidade e PAPR usando Partial Transmit Sequence em OFDM

Bruno F. Canale, Cristiano M. Panazio, Guilherme P. Coelho, Fabrício O. de França e Romis R. F. Attux .

Resumo— A modulação OFDM gera altos valores de potência de pico em relação a potência média (PAPR, em inglês), o que afeta o desempenho e a eficiência energética do sistema. Dentre as diversas técnicas de redução de PAPR, destaca-se a *partial transmit sequence* (PTS), a qual particiona o símbolo OFDM em sequências parciais, rotaciona-as e as recombina, na tentativa de diminuir a PAPR. Encontrar um conjunto de rotações com este objetivo torna-se então um problema de otimização combinatória que escala exponencialmente à medida que se aumentam as partições e a diversidade dos valores de rotação. Este trabalho propõe dois métodos heurísticos bio-inspirados para encontrar conjuntos de rotação, mantendo baixa complexidade computacional. Os métodos propostos foram avaliados em termos de complexidade e desempenho, e foram comparados a outras técnicas. Os resultados mostram que as técnicas heurísticas são bastante promissoras para atingir soluções efetivas com baixa complexidade.

Palavras-Chave— PAPR, PTS, Algoritmo Genético, Cob-aiNet, OFDM, Otimização Combinatória.

Abstract— OFDM modulation generates signals with high PAPR values, which affects the system performance and energy efficiency. From the vast spectrum of PAPR reduction techniques, PTS stands out for achieving significant reduction in the cost of high computational complexity. The technique divides the OFDM symbols into partial sequences, which are rotated and recombined as to diminish the occurrence of critical PAPR values. Finding rotation symbols that achieve significant reduction is a combinatorial optimization problem which escalates exponentially as the number of partitions and rotations grow. This work proposes two bio-inspired heuristic methods to find rotation symbols with low computational cost. The complexity and performance trade-off from the methods were analyzed and compared to other techniques. The results shown in this work suggest that both techniques can perform an efficient search with low computational complexity.

Keywords— PAPR, PTS, Genetic Algorithm, Cob-aiNet, OFDM, Combinatorial Optimization.

I. INTRODUÇÃO

Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) é uma técnica de modulação que vem sendo amplamente utilizada em sistemas de comunicação sem fio como em redes WLAN; TV e áudio digital (DVB/DAB); entre outras [1]. Em contrapartida

Bruno F. Canale e Cristiano M. Panazio, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, Brasil, bruno.canale, cpanazio@usp.br. Guilherme P. Coelho, Faculdade de Tecnologia da Universidade Estadual de Campinas, guilherme@ft.unicamp.br. Fabrício O. de França, Centro de Matemática Computação e Cognição, Universidade Federal do ABC, folivetti@ufabc.edu.br. Romis R. F. Attux, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual de Campinas, attux@dca.fee.unicamp.br. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq (167206/2017-6). Agradecimento especial ao CNPq (projeto 305621/2015-7)

às técnicas de portadora única, em que cada símbolo de informação é transmitido serialmente, na técnica OFDM, os símbolos são transmitidos de forma paralela. Assim, consegue-se uma alta taxa de dados, ainda que transmitidos com longos períodos, em comparação com o esquema de portadora única [1], garantindo assim um sinal robusto à seletividade em frequência, pois é de fácil equalização. Por outro lado, sinais OFDM sofrem com eventuais picos de magnitude no domínio do tempo, os quais podem causar a saturação do amplificador e, conseqüentemente, distorções, no sinal de interesse e em canais adjacentes. A ocorrência dos picos é geralmente representada na literatura pelo valor *Peak-to-Average Power Ratio* (PAPR).

Assim sendo, várias técnicas foram propostas para reduzir a PAPR [1]. Entre elas, destaca-se a técnica conhecida como *partial transmit sequence* (PTS), na qual os símbolos de informação são particionados em grupos, rotacionados e recombinaos, de forma a minimizar a PAPR [2]. O problema de ordem prática desta técnica é que, para encontrar as rotações adequadas para as várias sequências, deve-se resolver um problema combinatorial que costuma resultar em altíssima complexidade se feito de forma exaustiva [1].

Neste contexto, alguns trabalhos usaram técnicas como *iterative flipping* (IF) [3] e gradiente descendente (GD) [4] para realizar uma busca orientada à procura de boas soluções, ainda que sub-ótimas. Em relação ao nicho dos algoritmos bio-inspirados, soluções como [5–7] realizam buscas inteligentes com computação evolutiva. Pode-se ver em [8] como algoritmos bio-inspirados estão resolvendo problemas de otimização combinatorial em aplicações diversas dentro da ciência computacional.

O trabalho em questão propõe dois métodos heurísticos bio-inspirados para reduzir a complexidade computacional na busca de soluções sub-ótimas para a técnica PTS. A primeira implementação aplicou um algoritmo genético de baixa complexidade, enquanto a segunda utilizou uma adaptação do algoritmo proposto em [9] para resolver o problema do caixeiro viajante. Este algoritmo, que leva o nome de *concentration-based immune network for combinatorial optimization* (cob-aiNet), toma a forma de um sistema imunológico artificial. Ambos os algoritmos foram submetidos a uma análise de complexidade computacional e desempenho e comparados com outras técnicas relevantes.

O artigo está dividido da seguinte forma. Na seção II, apresentam-se a modulação OFDM, a métrica PAPR e a técnica PTS; na seção III, os métodos propostos são descritos

de forma breve; a seção IV apresenta as simulações feitas e discorre sobre a metodologia adotada para a análise do compromisso entre complexidade e desempenho; a seção V discute os resultados obtidos e uma conclusão pondera sobre as contribuições do trabalho.

II. MODELO DO SISTEMA

O sinal transmitido de um esquema OFDM, dado um conjunto de N símbolos A_k e um conjunto de N portadoras ortogonais distantes $\frac{1}{T_s}$ entre si, pode ser representado como:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j2\pi \frac{n}{T_s} t}, \quad 0 \leq t \leq T_s, \quad (1)$$

em que T_s corresponde a um período de transmissão de um símbolo OFDM.

Amostrando o sinal com $t = l \frac{T_s}{LN}$, em que L é a taxa de superamostragem ($L > 1$), tem-se o sinal discreto:

$$s_l = s \left(l \frac{T_s}{LN} \right) = \sum_{n=0}^{LN-1} A_n e^{j2\pi \frac{nl}{LN}}, \quad (2)$$

que pode ser implementado de forma eficiente pela *inverse fast fourier transform* (IFFT).

Já a PAPR é calculado da seguinte maneira:

$$\text{PAPR} = \frac{\max_{0 \leq l \leq LN-1} \left\{ |s_l|^2 \right\}}{E \left\{ |s_l|^2 \right\}}, \quad (3)$$

em que $E\{\cdot\}$ corresponde ao operador esperança. Quanto mais próximo de um, menor é a variação da envoltória do sinal, o que permite que o amplificador possa trabalhar mais tempo próximo da saturação e, portanto, opere com maior eficiência energética.

Ao se usar a PAPR como medida de eficiência, deve-se observar dois aspectos importantes. O primeiro é que, dada a natureza estocástica do sinal, a ocorrência de grandes picos pode ser pouco frequente, de modo que no caso da OFDM, a PAPR é medida a cada símbolo, tornando-se assim uma variável aleatória, que costuma ser interpretada por meio da distribuição acumulada complementar (CCDF - *complementary cumulative distribution function*). O outro ponto importante é que, para se obter uma aproximação adequada da real PAPR, deve-se trabalhar com uma taxa de superamostragem de no mínimo $L = 4$ [1].

A. Redução do PAPR: A Técnica PTS

Seja a representação vetorial dos N símbolos $\mathbf{A} = [A_0 \cdots A_{N-1}]$. Na técnica PTS, este vetor é particionado em M blocos \mathbf{X}_i , de forma que

$$\mathbf{A} = \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{X}_i. \quad (4)$$

Há diferentes formas de se particionar e agrupar os símbolos. Em [10], encontra-se uma discussão detalhada sobre o assunto. Uma vez separados, cada bloco \mathbf{X}_i é então transformado em uma *partial transmit sequence*, a partir da IFFT com o devido *zero-padding* para obter a superamostragem desejada:

$$\mathbf{x}_i = \text{IFFT}(\mathbf{X}_i) \quad (5)$$

As sequências parciais são então rotacionadas por um conjunto $\{b_i\}_{i=0}^{M-1}$ de valores complexos de magnitude unitária, e recombinados, formando então o símbolo OFDM a ser transmitido:

$$s'_l = \sum_{i=0}^{M-1} b_i \mathbf{x}_i. \quad (6)$$

Busca-se então a sequência $\{b_i\}_{i=0}^{M-1}$ que resulte em um símbolo OFDM com a menor PAPR possível. Note-se que para recuperar os símbolos \mathbf{A} , o receptor necessita conhecer essas rotações, que são enviadas como *side information*.

Com relação à complexidade, considere um caso típico de quatro possíveis valores de rotações e $M = 8$. Fixando $b_0 = 1$ sem perda de generalidade [1], tem-se $4^{8-1} = 16384$ possibilidades a serem testadas, o que já demonstra a alta complexidade da técnica.

III. ALGORITMOS BIO-INSPIRADOS

A. Algoritmo Genético

Algoritmos genéticos exploram o espaço com a recombinação de soluções que são avaliadas segundo uma função objetivo. Para inserir variabilidade e evitar convergência prematura do algoritmo, mutações aleatórias são inseridas na população. O artigo de Kim *et al.* [6] utiliza este algoritmo para reduzir a complexidade da técnica PTS.

Contudo, diferente de [6], onde usou-se o algoritmo *roulette wheel selection* na etapa de *crossover*, no algoritmo genético proposto, usou-se *tournament selection*, descartando a necessidade de uma função objetivo, já que, dado um torneio, vence a solução que apresentar menor PAPR.

B. Cob-aiNet - Uma adaptação

Cob-aiNet é um algoritmo bio-inspirado proposto em [9] para otimização combinatória, e tem seu funcionamento baseado nas teorias *clonal selection* e *immune network theory*. De forma sucinta, ao identificar um antígeno, a população de células imunológicas reagem sofrendo clonagens e mutações controladas para gerar células capazes de produzir anticorpos para aquele invasor em particular. Sendo assim, a população de células se auto regula, favorecendo mutações que geraram anticorpos com melhor afinidade ao antígeno, suprimindo as demais. Sob o prisma da otimização combinatória, o sistema imunológico assume um compromisso entre pressão seletiva e diversidade para buscar o anticorpo de melhor afinidade com o antígeno.

Os pontos a seguir mostram as diferenças entre o algoritmo proposto em [9] e o aqui utilizado, para adaptá-lo ao método PTS:

- **Representação dos anticorpos:** As rotações admitidas foram codificadas em *bits*, como no algoritmo genético, da seguinte maneira: $1 \rightarrow 00$; $-j \rightarrow 01$; $j \rightarrow 10$ e $-1 \rightarrow 11$. Sendo assim, os anticorpos foram representados por palavras binárias. Já para mensurar a afinidade entre eles, utilizou-se a distância de Hamming.

- **Afinidade entre o antígeno e os anticorpos:** A função objetivo utilizada foi a seguinte:

$$\text{afinidade}(s_l) = \frac{1}{\max_{0 \leq l \leq LN-1} |s_l|^2}, \quad (7)$$

em que N corresponde ao número de portadoras; L ao fator de super-amostragem e s_l ao símbolo OFDM resultante da equação (6).

- **Hipermutação:** De forma a manter baixa complexidade e facilitar implementação em *hardware*, a hipermutação aqui utilizada foi simplificada. Ela consistiu em uma simples inversão de *bits*, sendo o número de *bits* invertidos inversamente proporcional à afinidade do anticorpo, e as posições invertidas, escolhidas de forma aleatória.
- **Busca local:** Apesar da busca local aumentar de forma significativa o desempenho do algoritmo ao refinar as soluções entre as iterações, a avaliação individual dos anticorpos impossibilitou uma implementação vetorizada, e a eficiência do algoritmo foi impactada. Portanto, na implementação aqui proposta, a busca local não foi utilizada.

IV. SIMULAÇÕES E ANÁLISE DE DESEMPENHO

Os métodos foram simulados para que se fosse observado o compromisso entre complexidade e desempenho para as diferentes configurações. As simulações foram feitas com modulação QPSK; 10^5 símbolos OFDM; 64 portadoras e fator de super-amostragem das IFFTs igual a 4. Para o método PTS, utilizou-se particionamento adjacente com 8 partições, sendo $\{1, -1, j, -j\}$ o conjunto de rotações admitidas.

Os parâmetros utilizados no algoritmo genético foram determinados empiricamente. Para a primeira configuração: indivíduos por geração = 26; probabilidade de mutação = 13%; método de escolha dos pais = torneio com reposição; número de competidores do torneio = 12. Já para a segunda configuração: indivíduos por geração = 50; probabilidade de mutação = 15%; método de escolha dos pais = torneio com reposição; número de competidores do torneio = 15. Os parâmetros do cob-aiNet foram ajustados empiricamente a partir dos valores sugeridos em [9]: tamanho da população inicial = 5; tamanho da população final = 10; β inicial = 0,7; β final = 0,01; $\sigma = 4$; concentração inicial = 0,5; número máximo de clones = 6; número mínimo de clones = 2.

Contudo, antes de apresentar os resultados de desempenho, segue uma breve análise de complexidade que melhor permitirá a discussão dos resultados, pois o desempenho está ligado ao esforço computacional.

A. Análise de Complexidade dos Métodos

A análise de complexidade adotada neste trabalho consiste na mesma observada em [4, 6, 10, 11], a qual usa a complexidade da busca como métrica de comparação. Em outras palavras, o método que atinge um desempenho referência testando o menor número de soluções é considerado o menos custoso computacionalmente. Esta forma de comparação se justifica pelo fato de que as operações necessárias para melhor explorar o espaço que os métodos empregam, pouco impactam

computacionalmente a técnica PTS. A complexidade computacional dos métodos ainda se resume quase que exclusivamente à avaliação das soluções. Sendo esta etapa comum a todas as técnicas, o número de avaliações torna-se então uma métrica razoável para distinguir a complexidade. Como os métodos propostos assumem um perfil computacional similar, em que o custo computacional se encontra concentrado na avaliação das soluções, e as operações complementares, responsáveis pela exploração do espaço, possuem impacto computacional pequeno, a métrica em questão torna-se válida, e será utilizada no trabalho.

Para ser possível a comparação, calculou-se a complexidade da busca dos métodos referência da seguinte forma. Considerando W o número de rotações admitidas, e M o número de partições do PTS, para o IF, a busca é descrita pela relação $W(M-1)$; para o GD, a complexidade é definida pelo raio de busca admitido r e o número de iterações I , segundo a fórmula $\binom{M-1}{r} W^r I$; para o algoritmo genético de [6], como no proposto aqui, a complexidade da busca é determinada por GP , onde G corresponde ao número de gerações (ou iterações) e P corresponde ao tamanho da população por geração.

B. Desempenho dos Métodos

A Figura 1 compara com outras técnicas o compromisso entre avaliações e desempenho dos métodos propostos, os quais foram simulados para dois valores diferentes de iterações máximas. Em relação ao cob-aiNet, apesar do número de avaliações testadas crescer proporcionalmente ao número de iterações, o mesmo depende de um conjunto de variáveis de natureza estocástica. Por esse motivo, as CCDFs do cob-aiNet estão em função do número máximo de avaliações encontrado nas simulações.

As curvas mostram que os métodos propostos buscaram soluções sub-ótimas de forma mais eficiente que as técnicas de referência aqui testadas. Enquanto o método GD necessita testar 1008 avaliações, para um desempenho equivalente, o algoritmo genético proposto necessita de 400 avaliações, e o cob-aiNet, de 438. Já o algoritmo genético de [6] (AG Ref) desempenhou de forma muito semelhante, também necessitando de 400 avaliações para o mesmo desempenho. O método IF, apesar de apresentar a menor complexidade, testando apenas 28 avaliações por símbolo, apresenta desempenho muito inferior aos demais. Em relação à busca exaustiva, os métodos demonstraram uma redução drástica de complexidade sacrificando um pouco de desempenho. Contudo, a diferença entre os métodos e a busca exaustiva não foi superior a 1 dB para qualquer valor de PAPR referência.

A Figura 2 mostra o desempenho dos métodos em função do número de avaliações dado uma CCDF fixa de 1%, e tem como objetivo evidenciar, além do desempenho na redução da PAPR, como os métodos heurísticos contribuíram na exploração do espaço de soluções em relação a uma simples escolha aleatória de rotações - Monte Carlo (MC).

Ao analisar o gráfico em questão, nota-se que, para valores entre 300 e 700 avaliações, os métodos apresentaram desempenho equivalente. As curvas mostram que a melhora de desempenho decaiu exponencialmente com o aumento de

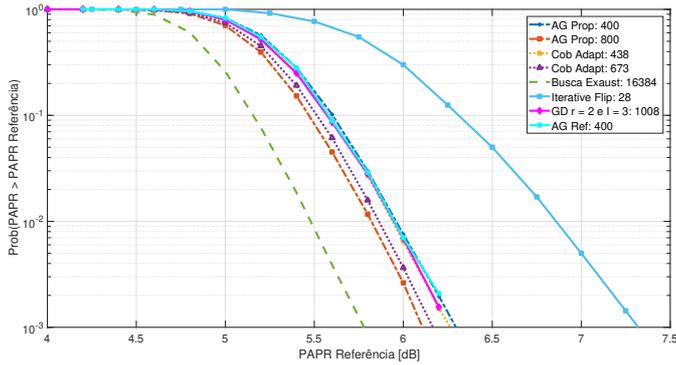


Fig. 1. CCDF do algoritmo genético proposto e do cob-aiNet para diferentes valores de avaliações por símbolo OFDM.

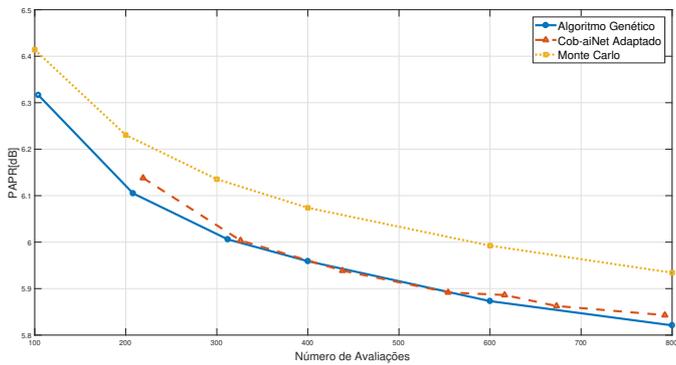


Fig. 2. Probabilidade de ocorrência de PAPR inferior a 1% em função do número de avaliações.

avaliações tanto para simulação de Monte Carlo, quanto para os métodos propostos. O cob-aiNet, a partir de 700 avaliações, perde gradualmente a capacidade de melhorar seu desempenho à medida que se aumenta o número de avaliações. Sendo assim, as curvas para valores superiores a 700 avaliações foram omitidas na Figura 1. Para esta faixa de avaliações, outra configuração de parâmetros deve ser usada. Já o algoritmo genético proposto não apresenta saturação de desempenho para valores superiores a 700 avaliações, sendo também ligeiramente melhor que o cob-aiNet para poucas avaliações. Ainda em relação ao algoritmo genético proposto, é importante ressaltar que, para um número de avaliações inferiores a 400, usou-se a primeira configuração, e para valores superiores, a segunda. O uso de duas configurações distintas permitiu que o algoritmo apresentasse um bom desempenho ao longo de todo o espectro simulado.

O gráfico da Figura 2 ainda mostra que os métodos exploraram o espaço de soluções de forma inteligente. Para exemplificar, enquanto a simulação de Monte Carlo, que escolheu soluções de forma aleatória sem qualquer técnica de busca, necessita por volta de 700 avaliações, para atingir um desempenho equivalente, os métodos necessitam avaliar aproximadamente 400 soluções. Esta diferença, entre a simulação de Monte Carlo e os métodos, se mantém praticamente constante entre 300 e 700 avaliações.

A busca dos algoritmos propostos ainda pode ser simplificada a partir da inserção de limiares. Os limiares permitem

que os algoritmos interrompam a busca, economizando energia que seria gasta no processamento, quando encontram uma solução que atinge um valor de PAPR satisfatório. Sob uma perspectiva prática, os limiares correspondem a um valor crítico de PAPR limite, no qual o sistema sofrerá degradação de desempenho somente caso experimente valores superiores a este valor escolhido. Em outras palavras, a partir deste certo PAPR, o sinal passaria a sofrer saturação dadas as limitações do amplificador. Se assumirmos que a saturação, *i.e.*, operar acima do limiar leva à perda do símbolo OFDM, a vazão do sistema será diretamente proporcional ao complemento da CCDF para o limiar escolhido. Assim, é importante lembrar que tão importante quanto a redução da complexidade, é também importante manter a probabilidade de ultrapassar esse limiar, a mais baixa possível.

A Tabela I mostra como a busca dos algoritmos é facilitada com a inserção de limiares a partir do número médio de avaliações que os métodos necessitam para satisfazê-los. É importante observar que a coluna *Aval Disp* indica o número máximo de avaliações que o método tem disponível para tentar atingir o limiar (de 6 dB, no exemplo) e que, caso não consiga alcançá-lo até este número, a busca é encerrada mesmo que o limiar não tenha sido satisfeito. A tabela também contempla simulações de Monte Carlo (MC) para ser possível verificar o impacto que os métodos proporcionam em uma busca que se utiliza de limiares.

Nos resultados obtidos e expressos na Tabela I, os métodos heurísticos apresentaram valores de avaliações médias ligeiramente superiores que às simulações de MC para valores similares de probabilidade de se exceder o limiar. Esta discrepância pode ser explicada pela forma com a qual os métodos foram implementados na simulação. Enquanto a simulação de MC testou uma solução de cada vez, os métodos propostos se utilizaram de uma implementação vetorizada, que permite paralelização, testando sempre todos os indivíduos da população de forma simultânea. Nesta implementação, verifica-se se o limiar foi atingido apenas após feita a avaliação de toda a população. Portanto, espera-se que os algoritmos que se utilizem de populações maiores por iteração apresentem um número superior de avaliações médias. Esta hipótese pode ser verificada ao comparar o cob-aiNet ao algoritmo genético proposto, em que o primeiro se utilizou de populações menores e atingiu valores médios inferiores de avaliações. Ainda assim, ambos os métodos mostraram um ganho de desempenho em relação às simulações de MC.

Ainda com relação aos resultados, tomando como referência o número máximo de avaliações, as simulações de MC tem maior probabilidade de não atingirem o limiar quando comparadas aos métodos heurísticos. Enquanto o cob-aiNet, a partir de aproximadamente 438 avaliações, atinge uma probabilidade de não satisfazer o limiar de 0,69%, a simulação de MC, utilizando-se de quase o dobro de avaliações máximas, atinge um valor semelhante, de 0,63%. O algoritmo genético também atinge probabilidade similar ao cob-aiNet, utilizando apenas 400 avaliações máximas. Já para 800 avaliações máximas, o algoritmo genético proposto demonstra uma probabilidade de violar o limiar mais que duas vezes menor que a simulação de MC. Já o cob-aiNet, para um número próximo

TABELA I

AVALIAÇÕES MÉDIAS POR SÍMBOLO OFDM PARA UM LIMIAR DE 6 DB
PARA ALGUMAS CONFIGURAÇÕES DOS MÉTODOS PROPOSTOS

Método	Aval Disp	Aval Médias com Limiar	Prob Exceder Limiar
MC	400	43,36	0,0166
MC	800	46,71	0,0063
AG prop.	400	70,82	0,0075
AG prop.	800	72,84	0,0029
Cob Adapt.	438	63,09	0,0069
Cob Adapt.	789	67,60	0,0034

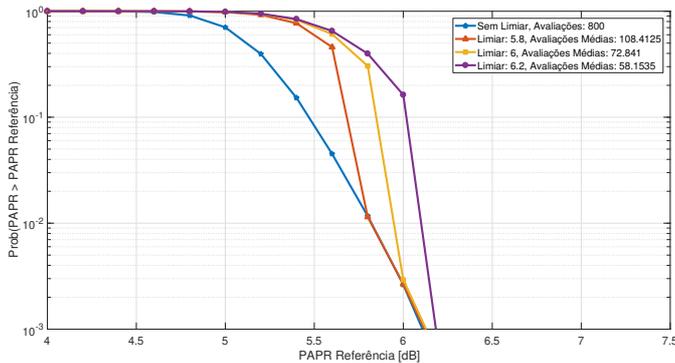


Fig. 3. Impacto na CCDF do algoritmo genético proposto para 800 avaliações por símbolo OFDM com a inserção de limiares.

de avaliações máximas, não desempenha tão bem quanto o algoritmo genético proposto, mas certamente melhor que a simulação de MC, atingindo uma probabilidade de superar o limiar quase duas vezes menor. Sob o ponto de vista prático, dada uma probabilidade de violar o limiar, os métodos heurísticos permitiriam a utilização de um *hardware* de busca que utilizasse aproximadamente metade do número de avaliações máximas que a busca aleatória. Assim seria possível utilizar um *hardware* mais simples, ou ainda, dado um *hardware* dimensionado para utilizar um número máximo de avaliações, os métodos conseguiriam reduzir pela metade a probabilidade de ultrapassar o limiar, quando comparados à busca aleatória.

Por fim, a Figura 3 exemplifica como o desempenho do algoritmo genético proposto é alterado, quando são inseridos limiares. Os gráficos para os demais valores de avaliações, também como os da técnica cob-aiNet foram omitidos, pois a inserção de limiares impactou suas respectivas CCDFs de forma idêntica.

O gráfico mostra que a presença dos limiares só altera o desempenho do método para valores inferiores ao limiar adotado. Ele também demonstra que, apesar do método estar configurado para realizar 800 avaliações por símbolo, apenas muito eventualmente todas as tentativas são usadas já que o número médio de avaliações das implementações com limiares é consideravelmente inferior. Sendo assim, com um limiar bem dimensionado, os métodos utilizam seu poder computacional de forma mais eficiente, evitando o refinamento de soluções que já atendam as especificações do sistema.

V. CONCLUSÃO

Este trabalho avaliou dois métodos heurísticos bio-inspirados para encontrar vetores de rotação para a técnica PTS com baixa complexidade computacional, e foram comparados

a outras técnicas já consolidadas. O primeiro consiste em um algoritmo genético, e teve sua estrutura baseada em [6]. Já o segundo consiste em uma adaptação do algoritmo proposto em [9] para resolver problemas de otimização combinatória. Ambos os métodos demonstraram um compromisso entre complexidade e desempenho igual ou superior às técnicas referência, a partir da exploração inteligente do espaço de soluções.

REFERÊNCIAS

- [1] Y. Rahmatallah and S. Mohan, "Peak-To-Average Power Ratio Reduction in OFDM Systems: A Survey And Taxonomy," *Communications Surveys & Tutorials, IEEE*, vol. 15, no. 4, pp. 1567–1592, 2013.
- [2] S. H. Muller and J. B. Huber, "OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences," *Electronics Letters*, vol. 33, no. 5, p. 368, 1997.
- [3] X. Zhu, G. Zhu, T. Jiang, L. Yu, Y. Zhang, and P. Lin, "Extended iterative flipping algorithm for PAPR reduction in OFDM systems," *3rd International Conference on Communications and Networking in China, ChinaCom 2008*, pp. 1119–1123, 2008.
- [4] S. H. Han and J. H. Lee, "PAPR reduction of OFDM signals using a reduced complexity PTS technique," *Signal Processing Letters, IEEE*, no. 11, pp. 887–890.
- [5] H.-L. Hung and T.-H. Tan, "Performance of Particle Swarm Optimization Techniques on PAPR Reduction for OFDM Systems," *2008 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC 2008)*, pp. 2390–2395, 2008.
- [6] S.-S. Kim, M.-J. Kim, and T. A. Gulliver, "PAPR reduction of OFDM signals using genetic algorithm PTS technique," *IEICE Transactions on Communications*, vol. E91-B, no. 4, 2008.
- [7] J. Hou, J. Ge, and S. Huang, "Immune evolutionary algorithm to reduce PAPR of OFDM signals using PTS technique," *GLOBECOM - IEEE Global Telecommunications Conference*, no. 2, pp. 1–5, 2011.
- [8] F. Neumann and C. Witt, "Bioinspired Computation in Combinatorial Optimization – Algorithms and Their Computational Complexity." [Online]. Available: <http://www.bioinspiredcomputation.com/self-archived-bookNeumannWitt.pdf>
- [9] G. P. Coelho, F. O. de Franca, and F. J. Von Zuben, "A Concentration-based Artificial Immune Network for Combinatorial Optimization," *2011 IEEE Congress on Evolutionary Computation (Cec)*, pp. 1242–1249, 2011.
- [10] L. Xia, X. Yue, L. Shaoqian, H. Kayama, and C. Yan, "Analysis of the Performance of Partial Transmit Sequences with Different Subblock Partitions," *2006 International Conference on Communications, Circuits and Systems, ICCAS, Proceedings*, vol. 2, no. 2, pp. 875–878, 2006.
- [11] P.-Y. Chen, H. Chen, and J.-J. Wang, "A Low Complexity PTS Technique for PAPR Reduction in OFDM Systems," *Electrical Engineering*, no. 5, pp. 1–4, 2008.