

# Diversidade de Espaço de Sinais em OFDM com Subportadoras Agrupadas: Resultados Adicionais

Juliana Camilo Inácio, Bartolomeu F. Uchôa-Filho e Didier Le Ruyet

**Resumo**— O conceito de diversidade de espaço de sinais (SSD), comumente utilizado para melhorar o desempenho de erro em canais com desvanecimento, tem sido amplamente explorado nos últimos anos. Recentemente, os autores mostraram que a combinação de precodificação de constelação linear agrupada (GLCP) e rotação, aplicadas a um grupo de subportadoras em multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM), pode alcançar a máxima SSD sem aumentar significativamente a complexidade de projeto das constelações. Dado o potencial desta técnica, nesse trabalho foram propostas novas constelações com o objetivo de validar e complementar os resultados obtidos anteriormente.

**Palavras-Chave**— Distância produto, diversidade de espaço de sinais, GLCP, modulação por índice de subportadora, projeto de constelações.

**Abstract**— Signal space diversity (SSD), commonly used to improve the error performance in fading channels, has been widely explored in recent years. The authors have recently shown that a combination of grouped linear constellation-precoding (GLCP) and rotation can attain maximum SSD without significantly increasing the design complexity of the constellations. Given the potential of this technique, in this work we propose new constellations, aiming to validate and complement the previously obtained results.

**Keywords**— Codebook design, GLCP, subcarrier-index modulation, signal-space diversity, product distance.

## I. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos várias técnicas foram propostas para melhorar a eficiência espectral e/ou o desempenho de erro de sistemas com múltiplas subportadoras, como a multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM). Entre elas, a modulação por índice de subportadora (SIM) [1] tem sido apontada com uma candidata promissora para as futuras redes de comunicação sem fio. Nessa técnica, as subportadoras são divididas em grupos, e dentro de cada grupo um índice portador de informação é associado com um subconjunto de subportadoras ativas.

Existem inúmeras variações e generalizações da SIM, como por exemplo em [2], em que os autores usaram de forma independente entrelaçadores para melhorar o desempenho de SIM na região de baixa razão sinal-ruído (SNR). Vários trabalhos subsequentes adotaram SIM com entrelaçadores (ISIM), para melhorar o desempenho. Entrelaçamento em nível de coordenada foi proposto em [3], em que cada componente, real

e imaginária, de um símbolo complexo é transmitido em um instante de tempo diferente e através de antenas transmissoras diferentes. O esquema modulação por índice generalizada (GIM) foi proposto em [4], no qual a modulação por índice ativa em cada grupo de subportadoras um subconjunto de componentes, fase/quadratura, de forma independente. Com essa generalização, há uma melhora significativa na eficiência espectral em relação a SIM convencional.

Sabe-se que o OFDM convencional em canais de comunicação sem fio sofre com a perda de diversidade de múltiplos percursos. Com o intuito de recuperar essa perda, uma técnica interessante chamada precodificação de constelação linear agrupada (GLCP) foi proposta em [5]. Nesta técnica, o vetor contendo os símbolos de um grupo com  $n$  subportadoras é multiplicado por uma matriz de precodificação, que mistura os símbolos no domínio da frequência. Para descorrelacionar os desvanecimentos dos subcanais, cada grupo é formado por símbolos que são transmitidos em subportadoras separadas, ou seja, temos um entrelaçamento implícito nesse agrupamento. Os autores mostraram que, sob certas condições, e para  $n \geq L$ , um ganho de diversidade  $L$  pode ser alcançado com essa técnica, em que  $L$  é o número de *taps* da resposta ao impulso do canal com desvanecimento seletivo em frequência.

Recentemente, precodificação de constelação linear foi combinada com SIM em [6], focando em otimizar, entre outros critérios, a mínima distância Euclidiana. Em [7], os autores do presente trabalho apresentaram um esquema que combina GLCP e SIM. Um entrelaçamento em nível de componente real e rotação para sistemas precodificados também foram propostos. Através de simulações computacionais, foi mostrado que os esquemas resultantes superam seus predecessores e alcançam o dobro da diversidade de espaço de sinais (SSD) [8], ou seja,  $2n = M$ . Considerando esses aspectos, em [9] foram realizadas mudanças nos critérios de projeto e foi introduzida a ideia de combinar constelações multidimensionais baseadas em reticulados com precodificação (GLCP) e rotação, com o objetivo de melhorar o desempenho de erro desses esquemas para o cenário adotado.

O presente trabalho apresenta o resultado da análise de novas constelações seguindo a abordagem de [7] e [9], mas em um novo caso de estudo, para validar e complementar as análises a respeito da abordagem proposta. O restante do trabalho está organizado como segue. Na Seção II é descrito o modelo do sistema. A análise de desempenho é brevemente apresentada na Seção III. As constelações propostas são descritas na Seção IV e os resultados das simulações são apresentados em seguida, na Seção V. Por fim, a Seção VI apresenta a conclusão do trabalho.

Juliana Camilo Inácio e Bartolomeu F. Uchôa-Filho, GPqCom/LCS/EEL, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, E-mails: juliana.camilo@posgrad.ufsc.br, uchoa@eel.ufsc.br. Didier Le Ruyet, CEDRIC/LAETITIA, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, France, E-mail: didier.le\_ruyet@cnam.fr. Este trabalho foi parcialmente financiado pelo programa PDSE-CAPES (88881.133012/2016-01).

## II. MODELO DO SISTEMA

**Notação:** A notação adotada ao longo deste trabalho é apresentada a seguir. Letras em negrito representam vetores/matriz,  $(\cdot)^*$  denota o complexo conjugado,  $(\cdot)^T$  denota a transposição, e  $\|\cdot\|^2$  denota o vetor norma (quadrática). Para um vetor  $N$ -dimensional  $\mathbf{h}$ ,  $\text{diag}(\mathbf{h})$  representa a matriz diagonal  $N \times N$ , cujo  $(i, i)$ -ésimo elemento é  $h_i$ .

A descrição do modelo segue aquela em [7] e [9]. O símbolo OFDM tem  $N$  subportadoras, as quais são divididas em  $G$  grupos, em que  $n = N/G$  é o número de subportadoras por grupo. Através de cada subportadora, um símbolo complexo é transmitido com energia média  $E_s$ . Seja  $\tilde{\mathbf{x}}$  o vetor contendo  $N$  símbolos complexos dado por

$$\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1^T, \tilde{x}_2^T, \dots, \tilde{x}_G^T]^T, \quad (1)$$

em que  $\tilde{\mathbf{x}}_g \in \mathcal{C}$  é o vetor de grupo, de comprimento igual a  $n$  símbolos complexos, para  $g = 1, 2, \dots, G$ , e  $\mathcal{C}$  é uma constelação real  $M$ -dimensional. Projetamos  $\mathcal{C}$  seguindo as regras obtidas na análise de desempenho apresentada na Seção III.  $\tilde{\mathbf{x}}_g$  é dado por

$$\tilde{\mathbf{x}}_g = [x_{ng-(n-1)}^R + jx_{ng-(n-1)}^I, \dots, x_{ng}^R + jx_{ng}^I]^T. \quad (2)$$

Considerando cada componente, em fase ( $R$ ) e em quadratura ( $I$ ), como uma dimensão real, o vetor  $\tilde{\mathbf{x}}_g$  pode ser visto como um ponto no espaço Euclidiano real  $M$ -dimensional, em que  $M = 2n$ .

Entrelaçamento em nível de componente real [7] é utilizado, de tal maneira que a versão entrelaçada de  $\tilde{\mathbf{x}}$  em (1) é dada por

$$\tilde{\mathbf{x}} = [(\tilde{x}_1^R)^T, (\tilde{x}_1^I)^T, \dots, (\tilde{x}_m^R)^T, (\tilde{x}_m^I)^T, \dots, (\tilde{x}_n^R)^T, (\tilde{x}_n^I)^T]^T, \quad (3)$$

que foi reestruturado para  $n$  pares de blocos, cada um com  $G/2$  elementos complexos. Para  $m = 1, 2, \dots, n$ , o primeiro bloco complexo do  $m$ -ésimo par,  $\tilde{\mathbf{x}}_m^R$ , é dado por

$$\tilde{\mathbf{x}}_m^R = [x_m^R + jx_{m+n}^R, x_{m+2n}^R + jx_{m+3n}^R, \dots, x_{m+(G-2)n}^R + jx_{m+(G-1)n}^R]^T. \quad (4)$$

O segundo bloco complexo do mesmo par,  $\tilde{\mathbf{x}}_m^I$ , é descrito semelhantemente (mesmo subscrito, porém com o superescrito trocado por  $I$ ).

Após a transmissão do símbolo OFDM em (3), o vetor recebido é dado por  $\tilde{\mathbf{y}} = \text{diag}(\tilde{\mathbf{h}})\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{w}}$ , em que  $\tilde{\mathbf{h}} = [\tilde{h}_1, \tilde{h}_2, \dots, \tilde{h}_N]^T$  é o vetor de coeficientes complexos e aleatórios de desvanecimento Rayleigh com variância unitária ( $E[|\tilde{h}_i|^2] = 1$ ), e  $\tilde{\mathbf{w}} = [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_N]^T$  é o ruído Gaussiano branco aditivo complexo (AWGN) com média zero e com variância  $N_0/2$  por dimensão, através das  $N$  subportadoras. A razão sinal-ruído por símbolo complexo é definida como  $\text{SNR} = E_s/N_0$ .

Para recuperar o vetor de dados original em (1),  $\tilde{\mathbf{x}}$ , o seguinte processamento do símbolo recebido  $\tilde{\mathbf{y}}$  é realizado:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}} &= \left[ \frac{\tilde{h}_1^*}{|\tilde{h}_1|} \tilde{y}_1, \frac{\tilde{h}_2^*}{|\tilde{h}_2|} \tilde{y}_2, \dots, \frac{\tilde{h}_{N-1}^*}{|\tilde{h}_{N-1}|} \tilde{y}_{N-1}, \frac{\tilde{h}_N^*}{|\tilde{h}_N|} \tilde{y}_N \right] \\ &= [|\tilde{h}_1|(x_1^R + jx_{1+n}^R), \dots, |\tilde{h}_{Gn}|(x_{Gn-n}^R + jx_{Gn}^R)]^T + \bar{\mathbf{w}}, \end{aligned} \quad (5)$$

em que  $\bar{\mathbf{w}} = [(\tilde{h}_1^*/|\tilde{h}_1|)\tilde{w}_1, \dots, (\tilde{h}_N^*/|\tilde{h}_N|)\tilde{w}_N]$ . Como veremos a seguir, esse processamento junto com o desentrelaçamento dará origem a um modelo de sistema simples no qual as  $M$  componentes reais do ponto transmitido,  $\tilde{\mathbf{x}}_g$  em (2), são afetadas por coeficientes de desvanecimento Rayleigh quase sem correlação. Pelo desentrelaçamento do vetor  $\bar{\mathbf{y}}$ , obtemos um modelo do sistema real equivalente:

$$\mathbf{y} = \text{diag}(\mathbf{h})\mathbf{x} + \mathbf{w}, \quad (6)$$

em que  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{w}$  são as versões reais expandidas dos vetores  $\tilde{\mathbf{x}}$  e  $\bar{\mathbf{w}}$ , respectivamente, e

$$\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T, \mathbf{h}_2^T, \dots, \mathbf{h}_{G/2}^T, \mathbf{h}_{G/2}^T]^T. \quad (7)$$

Para  $\gamma = 1, \dots, G/2$ , o vetor de grupo do canal  $\mathbf{h}_\gamma$  em (7) é dado por  $\mathbf{h}_\gamma = [|\tilde{h}_\gamma|, |\tilde{h}_{\gamma+\frac{G}{2}}|, |\tilde{h}_{\gamma+2\frac{G}{2}}|, \dots, |\tilde{h}_{\gamma+(M-1)\frac{G}{2}}|]^T$ .

Deve-se notar que nesse modelo de canal, a transmissão de um símbolo OFDM corresponde à transmissão de uma sequência de  $G$  pontos no espaço Euclidiano real  $M$ -dimensional. Cada componente real de um ponto é multiplicada por um ganho de canal real (com distribuição Rayleigh) e é afetada por AWGN. Esses ganhos de canal são tão descorrelacionados quanto eles podem ser com entrelaçamento/desentrelaçamento<sup>1</sup>, embora pontos consecutivos sejam, dois a dois, afetados pelo mesmo vetor de ganhos do canal.

A detecção de máxima verossimilhança (ML), em nível de grupo, para  $\gamma \triangleq [g/2]$ , é dada por

$$\hat{\mathbf{x}}_g = \arg \min_{\mathbf{x}'_g \in \mathcal{C}} \|\mathbf{y}_g - \text{diag}(\mathbf{h}_\gamma)\mathbf{x}'_g\|^2, \quad (8)$$

cuja complexidade é essencialmente a mesma para todos os esquemas OFDM com subportadoras agrupadas.

## III. ANÁLISE DE DESEMPENHO

A probabilidade de erro de ponto da constelação, ou seja, a probabilidade de que o ponto detectado  $\hat{\mathbf{x}}_g$  em (8) seja diferente do ponto transmitido, pode ser limitada superiormente por [10]

$$P_e(\mathcal{C}) \leq \frac{1}{|\mathcal{C}|} \sum_{\mathbf{x}_g} \sum_{\mathbf{x}'_g \neq \mathbf{x}_g} P(\mathbf{x}_g \rightarrow \mathbf{x}'_g), \quad (9)$$

em que  $P(\mathbf{x}_g \rightarrow \mathbf{x}'_g)$  é a probabilidade (par-a-par) de erro (PEP), ou seja, a probabilidade de o ponto  $\mathbf{x}'_g$  da constelação ser detectado dado que o ponto  $\mathbf{x}_g$  foi transmitido.

Após algumas manipulações algébricas padrões, as quais podem ser vistas detalhadamente em [9], a probabilidade de erro de ponto da constelação resultante é dada por

$$P_e(\mathcal{C}) \leq \frac{1}{|\mathcal{C}|} \sum_{\mathbf{x}_g} \sum_{\mathbf{x}'_g \neq \mathbf{x}_g} \frac{1}{2} \frac{1}{\left(\frac{E_s}{4\eta N_0}\right)^{|\mathcal{I}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)|} \delta_p(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)^2}, \quad (10)$$

em que  $|\mathcal{I}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)|$  é o conjunto dos índices  $i \in \{1, \dots, M\}$  para os quais  $\mathbf{x}_g(i) \neq \mathbf{x}'_g(i)$ , ou seja,  $|\mathcal{I}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)| = d_H(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)$ , que é a *distância de Hamming* entre  $\mathbf{x}_g$  e  $\mathbf{x}'_g$ ,

<sup>1</sup>O nível de correlação ainda dependerá do número de *taps* do canal com desvanecimento seletivo em frequência ( $L$ ), do número total de subportadoras ( $N$ ) e da largura de faixa de frequências.

e  $D \leq |\mathcal{I}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)| \leq M$ . O parâmetro  $\eta$  é a eficiência espectral medida em número de bits por duas dimensões e  $D$  é a mínima distância de Hamming da constelação  $\mathcal{C}$ , que foi denominada SSD (ou *diversidade de modulação*) em [8]. A *distância produto* (normalizada),  $\delta_p(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)$ , é definida como

$$\delta_p(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)^2 = \frac{\prod_{i \in \mathcal{I}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)} |\mathbf{x}_g(i) - \mathbf{x}'_g(i)|^2}{(E_c/M)^{|\mathcal{I}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}'_g)|}}, \quad (11)$$

em que  $E_c$  é a energia média de ponto da constelação e  $i$  é o índice da componente (dimensão) do ponto  $\mathbf{x}_g$ . Assintoticamente, (10) é dominada pelo termo  $1/(E_s/\eta 4N_0)^D$ , e pode ser aproximada por

$$P_e(\mathcal{C}) \approx \Delta_D / [2|\mathcal{C}| (E_s/\eta 4N_0)^D], \quad (12)$$

em que  $\Delta_D = \sum_{\delta_p: D} \tau_p^{\delta_p} / \delta_p^2$  deve ser minimizado. O parâmetro  $\tau_p^{\delta_p}$  é a multiplicidade associada à distância produto  $\delta_p^2$ . Note que a diversidade do sistema como um todo é limitada por  $D_{\text{sys}} = \min(L, D)$  [11].

#### IV. CONSTELAÇÕES PROPOSTAS

A partir dos critérios de projeto da seção anterior, a seguir serão propostas constelações  $M$ -dimensionais, cujos parâmetros foram escolhidos visando minimizar (12), a fim de validar e complementar os resultados obtidos em [7], [9]. Todos os esquemas aqui analisados são precodificados ou precodificados e rotacionados. Para a constelação cujos pontos são dados em (2), os pontos da constelação precodificada são dados por  $\hat{\mathbf{x}}_g = \Theta \check{\mathbf{x}}_g$ , em que se  $n$  for uma potência de 2,  $\Theta$  poderá ser representado por

$$\Theta = F_n \text{diag}([\alpha_1, \dots, \alpha_1^{n-1}]), \quad (13)$$

em que  $F_n$  é a matriz de Fourier e os coeficientes de  $\Theta$  podem ser retirados de [5, Tabela I]. A constelação adotada neste trabalho como referência é a chamada GLCP convencional [5], que consiste em se utilizar, em cada subportadora do grupo, um símbolo QAM convencional. Neste caso, não há modulação por índice, ou seja, todas as subportadoras são ativas.

Para as constelações precodificadas e rotacionadas, os pontos da constelação são dados por  $\check{\mathbf{x}}_g = \Theta \Phi \hat{\mathbf{x}}_g$ , em que  $\Phi = \text{diag}([e^{j\phi}, \dots, e^{j\phi}])$ , de tamanho  $n \times n$ , semelhante a [3], [9]. Note que, quando uma dessas constelações é utilizada, modificações apropriadas devem ser feitas na análise, tal como incluir as matrizes  $\Theta$  e  $\Theta \Phi$  na detecção mostrada em (8).

Para o caso de estudo escolhido, optou-se por usar 8 bits por grupo de  $n = 2$  subportadoras, ou seja, são consideradas constelações com 256 pontos em  $M = 2 \times 2 = 4$  dimensões reais. Essa taxa é alcançada pelo GLCP utilizando a modulação digital 16-QAM em cada subportadora. Na busca pela melhor rotação, o ângulo  $\phi$  variou entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$  com passos de  $0.5^\circ$ .

##### A. Modulação por Índice Generalizada

Em [4], GIM foi proposta para melhorar significativamente a eficiência espectral, na qual os índices são responsáveis pelo ativamento independente das componentes em fase e em

TABELA I  
PONTOS SELECIONADOS A PARTIR DO RETICULADO  $D_4$  PARA A  
CONSTRUÇÃO DA CONSTELAÇÃO PROPOSTA

|                     | # Pontos | Pontos                           | Norma | # Pontos | Pontos                           | Norma |
|---------------------|----------|----------------------------------|-------|----------|----------------------------------|-------|
| $\mathcal{C}_{D_4}$ | 1        | (0,0,0,0)                        | 0     | 96       | ( $\pm 1, \pm 1, \pm 2, 0$ )     | 6     |
|                     | 24       | ( $\pm 1, \pm 1, 0, 0$ )         | 2     | 24       | ( $\pm 2, \pm 2, 0, 0$ )         | 8     |
|                     | 16       | ( $\pm 1, \pm 1, \pm 1, \pm 1$ ) | 4     | 48       | ( $\pm 1, \pm 3, 0, 0$ )         | 10    |
|                     | 8        | ( $\pm 2, 0, 0, 0$ )             | 4     | 39       | ( $\pm 1, \pm 1, \pm 2, \pm 2$ ) | 10    |

quadratura de um grupo. Ou seja, em cada grupo com  $M = 2n$  dimensões reais, apenas  $k_d$  dimensões independentes serão ativadas, e os símbolos complexos da constelação resultante poderão ter apenas componentes em fase, apenas componentes em quadratura ou ambas.

Resolvemos comparar o desempenho dessa versão generalizada da modulação por índice com os demais esquemas aqui propostos. Para obter a mesma taxa do nosso caso de estudo, optamos por usar a modulação 4-PAM em cada uma das  $k_d = 3$  dimensões ativas. Esses 6 bits somados aos 2 bits para selecionar um dos quatro possíveis padrões de ativamento, resultam nos 8 bits por grupo necessários para o nosso cenário. Os parâmetros de interesse da constelação GIM precodificada e precodificada com rotação são apresentados na Tabela II.

##### B. Reticulado $D_4$

O reticulado  $D_4$  é descrito como [12]:

$$D_4 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{Z}^4 : \sum_{i=1}^4 x_i = \text{even}\}. \quad (14)$$

Para formar uma constelação, 256 pontos com a menor norma foram escolhidos do reticulado  $D_4$  de acordo com a Tabela I. Para as componentes não nulas, foram consideradas as duas polaridades ( $\pm$ ). O ponto ( $\pm 1, \pm 1, \pm 2, \pm 2$ ) com norma 10 possui 96 permutações possíveis, mas apenas 39 são necessárias. Como  $\binom{96}{39}$  é um valor muito grande, 10000 combinações aleatórias foram testadas. Os 39 pontos escolhidos otimizam os critérios de interesse da Seção III. A constelação  $\mathcal{C}_{D_4}$  foi centralizada e normalizada para que os pontos tenham energia média  $E_c = nE_s$ .

##### C. Modulação por Chaveamento de Fase e Amplitude

Os autores em [13] propuseram explorar a SSD com modulação codificada de bit entrelaçado e com decodificação iterativa (BICM-ID) e modulação por chaveamento de fase e amplitude (APSK). Eles utilizaram rotação [8] para melhorar a ordem de diversidade de modulação das constelações propostas, e obtiveram bons resultados para sistemas codificados.

Por essa razão, resolvemos investigar o desempenho de constelações APSK associadas às abordagens propostas em [7] e [9] que exploram a SSD para sistemas não codificados a fim de complementar o nosso caso de estudo. Para que a taxa de  $R = 1024$  bits por símbolo OFDM seja alcançada, utilizamos a modulação 16-APSK dada em [13] e combinamos com GLCP e rotação. Os parâmetros das constelações resultantes GLCP (16-APSK) e GLCP (16-APSK) com rotação são apresentados na Tabela II.

TABELA II

PARÂMETROS DAS CONSTELAÇÕES ANTES E DEPOIS DA ROTAÇÃO

| Esquemas                  | Sem Rotação |                    | Com Rotação |                    |                  |
|---------------------------|-------------|--------------------|-------------|--------------------|------------------|
|                           | $D$         | $\Delta_D$         | $D$         | $\Delta_D$         | $\phi(^{\circ})$ |
| GLCP (16-QAM) [5]         | 2           | $1,32 \times 10^4$ | 4           | $7,55 \times 10^7$ | 31               |
| GLCP (16-APSK)            | 1           | 9,54               | 2           | 57,53              | 164,5            |
| GLCP-GIM                  | 2           | 9.831,98           | 4           | $6,71 \times 10^8$ | 124,5            |
| GLCP- $\mathcal{C}_{D_4}$ | 2           | 5.048,21           | 4           | $7,21 \times 10^7$ | 55,5             |

## V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nas simulações de Monte Carlo, foi considerado que todos os esquemas têm  $N = 256$  subportadoras por símbolo OFDM divididas em  $G = 128$  grupos com  $n = 2$  subportadoras cada. Todos os esquemas também possuem a mesma taxa de  $R = 1024$  bits por símbolo OFDM, de tal modo que o esquema OFDM convencional necessita de uma modulação 16-QAM ou 16-APSK para alcançar essa taxa enquanto as constelações baseadas em GIM fazem uso de 4-PAM por dimensão ativa. Além disso, todos os esquemas têm a mesma energia média de ponto 4-dimensional  $E_c$ . A largura de banda do sistema é  $B = 20$  MHz e o modelo de canal Rayleigh adotado é o veicular estendido A (EVA) [14] com um espalhamento Doppler de 5 Hz.

Na Fig. 1, foram comparados todos os esquemas precodificados com diversidade de modulação  $D = n = 2$ , propostos ou da literatura, e foram apresentados seus limitantes superiores (LS). Os esquemas GLCP (16-QAM) [5], GLCP-GIM e GLCP- $\mathcal{C}_{D_4}$  apresentam comportamento semelhante aos apresentados em [7], [9], nos quais as abordagens propostas são validadas no caso de estudo atual. Para uma probabilidade de erro de  $10^{-3}$ , o GLCP-GIM é  $\approx 0,22$  dB melhor do que o GLCP (16-QAM) [5], enquanto que para o GLCP- $\mathcal{C}_{D_4}$  esse ganho é de  $\approx 1$  dB. O GLCP (16-APSK) apresentou um ganho de  $\approx 0,32$  dB melhor do que o GLCP (16-QAM), o que não era esperado, pois de acordo com a Tabela II ele possui  $D = 1$ . Esse comportamento é devido ao fato de que apenas assintoticamente a inclinação da curva de desempenho de um esquema será dominada pela diversidade de modulação mínima, conforme apresentado em (12), o que ocorre para  $\text{SNR} > 45$  dB para esse esquema específico. Esta também é a razão pela qual o limitante superior do GLCP (16-APSK) não é apresentado na Fig. 1, pois está fora da faixa de SNR de interesse deste trabalho.

A comparação entre os esquemas rotacionados (rot.) e precodificados (GLCP), com diversidade de modulação  $D = M = 4$ , é apresentada na Fig. 2. O rot. GLCP- $\mathcal{C}_{D_4}$  é o melhor esquema, com um ganho de  $\approx 1,5$  dB em relação ao rot. GLCP-GIM e  $\approx 2$  dB em relação ao rot. GLCP (16-APSK), para uma probabilidade de erro de  $10^{-4}$ .

O rot. GLCP (16-APSK) apresenta o mesmo comportamento da figura anterior, ou seja, o seu desempenho é muito melhor do que aquele previsto pelo LS, conforme a Tabela II. E a explicação para tal comportamento é a mesma, apenas assintoticamente é que a inclinação da curva será dominada pela diversidade  $D = 2$ , e para este caso isso irá ocorrer para  $\text{SNR} > 50$  dB. Por esse mesmo motivo, o limitante superior desse esquema não será apresentado.

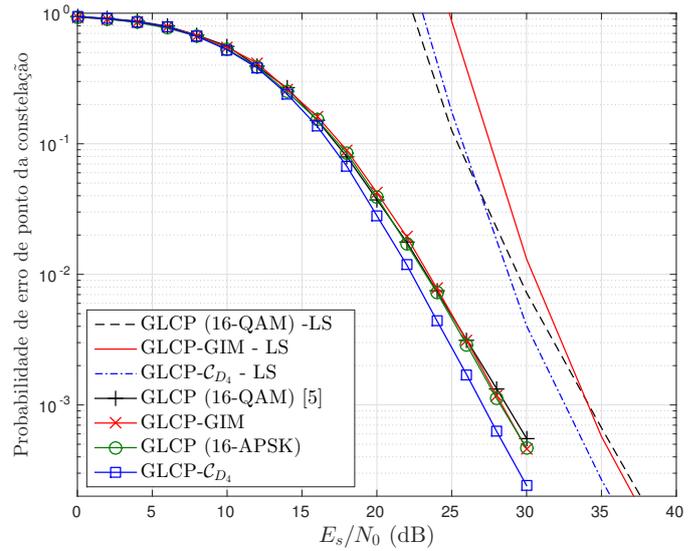


Fig. 1. Probabilidade de erro de ponto da constelação dos esquemas precodificados (GLCP) e seus limitantes superiores (LS), para  $D = n = 2$ ,  $M = 4$  e  $L = 4$ .

O esquema rot. GLCP (16-QAM) apresentou um desempenho muito semelhante ao rot. GLCP- $\mathcal{C}_{D_4}$ , ambos propostos neste trabalho, sendo que o rot. GLCP- $\mathcal{C}_{D_4}$  apresenta um ganho de apenas  $\approx 0,06$  dB para uma probabilidade de erro de  $10^{-4}$ . O esquema rot. GLCP-GIM mostrou-se não ser uma boa alternativa para este cenário.

Portanto, os resultados obtidos aqui validam o que foi proposto em [7] e [9] para o caso de estudo atual. Ressalta-se ainda que, embora os limitantes apresentados na Fig. 1 e Fig. 2 não sejam *tight*, para média/alta região de SNR eles são coerentes ao apresentar os desempenhos ordenados (do pior para o melhor).

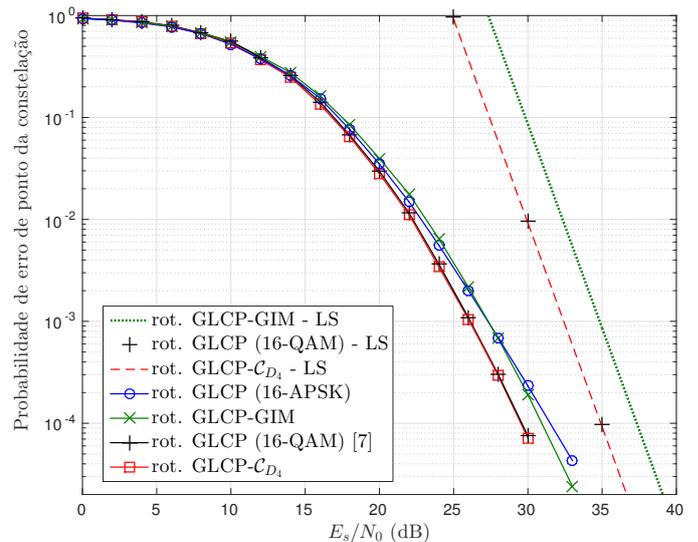


Fig. 2. Probabilidade de erro de ponto da constelação dos esquemas rotacionados (rot.) e precodificados (GLCP) e seus limitantes superiores (LS), para  $D = M = 4$  e  $L = 4$ .

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram propostas constelações obtidas pela precodificação, com e sem rotação, das constelações GIM, APSK e uma obtida a partir do reticulado  $D_4$ , para o caso de estudo escolhido. O objetivo desta comparação é validar as abordagens propostas em [7] e [9] e também ampliar o número de diferentes esquemas comparados. Através dos parâmetros obtidos e das simulações computacionais, foi confirmado que as constelações construídas a partir de um reticulado apresentam os parâmetros mais otimizados e, consequentemente, os melhores resultados para o cenário escolhido. As constelações baseadas na modulação por índice não são boas alternativas quando a métrica é o desempenho de erro. As constelações construídas a partir da modulação APSK apresentaram um comportamento diferente do esperado, pois apesar de os parâmetros de interesse serem inferiores aos dos esquemas concorrentes, o efeito desses parâmetros nas curvas de desempenho de erro ocorrerá para valores altos de SNR ( $> 45$  dB), o que não é de interesse desse trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq, a CAPES e ao programa PDSE (no. 88881.133012/2016-01) pelo financiamento parcial deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- [1] E. Basar, U. Aygolu, E. Panayirci and H. V. Poor, "Orthogonal Frequency Division Multiplexing With Index Modulation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no. 22, pp. 5536–5549, Nov. 2013.
- [2] Y. Xiao *et al.*, "OFDM with Interleaved Subcarrier-Index Modulation," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 18, no. 8, pp. 1447–1450, Aug. 2014.
- [3] E. Basar, "OFDM With Index Modulation Using Coordinate Interleaving," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 4, no. 4, pp. 381–384, Aug. 2015.
- [4] R. Fan, Y. J. Yu and Y. L. Guan, "Generalization of Orthogonal Frequency Division Multiplexing with Index Modulation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 14, no. 10, pp. 5350–5359, May 2015.
- [5] Z. Liu, Y. Xin and G. B. Giannakis, "Linear Constellation-Precoding for OFDM with Maximum Multipath Diversity and Coding Gains," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 51, no. 3, pp. 416–427, Mar. 2003.
- [6] M. Wen, B. Ye, E. Basar, Q. Li and F. Ji, "Enhanced orthogonal frequency division multiplexing with index modulation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 16, no. 7, pp. 4786–4801, Jul. 2017.
- [7] J. C. Inácio, B. F. Uchôa-Filho and D. Le Ruyet, "Grouped Linear Constellation-Precoding for Subcarrier Index Modulation OFDM", *Proc. 2017 Int. Symp. on Wireless Commun. Syst.*, Bologna, Italy, 2017, pp. 308–313.
- [8] J. Boutros and E. Viterbo, "Signal Space Diversity: A Power- and Bandwidth-Efficient Diversity Technique for the Rayleigh Fading Channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 4, pp. 1453–1467, Jul. 1998.
- [9] J. C. Inácio, B. F. Uchôa-Filho and D. Le Ruyet, "Exploiting Signal Space Diversity in OFDM with Grouped Subcarriers: Going Beyond Subcarrier Index Modulation", *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, Feb. 2018.
- [10] D. Divsalar and M. k. Simon, "The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Performance Criteria," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, no. 9, pp. 1004–1012, Sept. 1988.
- [11] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communications*, Cambridge, U.K.: Cambridge, Univ. Press, 2005.
- [12] J. H. Conway and N. J. A. Sloane. *Sphere Packings, Lattices and Groups*, 3rd Edition, Springer-Verlag, 1999.
- [13] Q. Xie, Z. Yang, J. Song and L. Hanzo, "EXIT-Chart-Matching-Aided Near-Capacity Coded Modulation Design and a BICM-ID Design Example for Both Gaussian and Rayleigh Channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 62, no. 3, pp. 1216 – 1227, Mar. 2013.
- [14] *User Equipment (UE) Radio Transmission and Reception. Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA)*, 3GPP TS 36.101, Apr. 2017.