

# Conformação de Feixe Baseada em Combinações Lineares de Projeções Vetoriais

Raimundo N. G. Robert, Ciro A. Pitz e Rui Seara

**Resumo**—Este artigo apresenta um novo algoritmo para conformação de feixe em sistemas de comunicações móveis. Para tal, é utilizada uma combinação linear de projeções vetoriais levando em conta o vetor de coeficientes de conformação de feixe e os subespaços gerados pelos sinais de interesse e interferentes. Essa estratégia visa maximizar a SINR (*signal-to-interference-plus-noise ratio*) na saída do arranjo. Funções sigmóides são usadas no ajuste dinâmico da combinação linear presente na abordagem considerada, dando origem a um novo algoritmo denominado aqui DS-ACVP (*double sigmoid adaptive combination of vector projections*). Resultados de simulação numérica corroboram a eficácia da abordagem proposta.

**Palavras-chave**—Algoritmo adaptativo, arranjos adaptativos, comunicações móveis, conformação de feixe.

**Abstract**—This paper presents a new beamforming algorithm for mobile communication systems. To this end, a linear combination of vector projections is considered, taking into account the beamforming vector and the subspaces spanned by the signal of interest and the interfering signals. This strategy aims to maximize the signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) at the array output. Sigmoid functions are used to dynamically adjust the linear combination present in the new approach, giving rise to a new algorithm, called here double sigmoid adaptive combination of vector projections (DS-ACVP). Numerical simulation results corroborate the effectiveness of the proposed approach.

**Keywords**—Adaptive algorithm, adaptive arrays, mobile communications, beamforming.

## I. INTRODUÇÃO

Em sistemas de comunicações móveis, o aumento no número de usuários e a crescente demanda por maiores taxas de transmissão vêm estimulando o desenvolvimento de novas técnicas que permitam expandir a capacidade desses sistemas [1]-[3]. Nesse contexto, o uso de arranjo de antenas tem se mostrado uma abordagem promissora, uma vez que a filtragem espacial proporcionada por esses sistemas permite reduzir os níveis de interferência em todo o sistema e assim utilizar o espectro eletromagnético de forma mais eficiente. Além disso, quando utilizados em conjunto com algoritmos adaptativos de conformação de feixe, os arranjos de antenas realizam o ajuste em tempo real do diagrama de irradiação, proporcionando níveis mais altos de SINR (*signal-to-interference-plus-noise ratio*).

Uma das abordagens consideradas no desenvolvimento de algoritmos de conformação de feixe se baseia na disponibilidade de um sinal de referência correlacionado com o sinal de interesse (SOI – *signal of interest*). Especificamente, o sinal de erro obtido a partir da diferença entre o sinal na saída do arranjo e o sinal de referência é utilizado para

determinar a função custo que comanda os algoritmos. O adequado funcionamento dos algoritmos obtidos a partir dessa estratégia requer que a correlação cruzada entre o sinal de interesse e o sinal de referência seja alta, o que é uma condição difícil de ser alcançada devido à não estacionariedade dos canais de comunicações móveis [3]. Nesse contexto, outra estratégia utilizada no desenvolvimento de algoritmos de conformação de feixe é a minimização da potência do sinal obtido na saída do arranjo juntamente com uma restrição de ganho mínimo na direção do SOI [4]. Entretanto, mesmo erros pequenos na estimativa do ângulo de chegada (AOA – *angle of arrival*) do SOI podem degradar o desempenho dos algoritmos baseados nessa abordagem [5]. Visando contornar tal problema, algoritmos como os apresentados em [6]-[8] vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de proporcionar maior robustez aos erros de estimação do AOA dos sinais recebidos pelo arranjo de antenas.

Com o objetivo de reduzir os recursos envolvidos na estimação do AOA do SOI ou na disponibilização de um sinal de referência, vários algoritmos vêm sendo desenvolvidos explorando alguns aspectos particulares dos sistemas de comunicação móvel. Por exemplo, os algoritmos introduzidos em [9]-[11] usam apenas os sinais já disponíveis na entrada e saída dos correlatores em sistemas CDMA (*code-division-multiple-access*). Por outro lado, os algoritmos propostos em [12] e [13], chamados, respectivamente, *constrained stochastic gradient* (CSG) e *improved CSG* (ICSG), realizam a conformação de feixe usando estimativas individuais do SOI e de cada sinal interferente recebido na estação rádio base (ERB). A necessidade de estimar individualmente os sinais interferentes é superada pelo algoritmo *adaptive-projection* CSG (AP-CSG), proposto em [14], o qual realiza a conformação de feixe usando tanto a estimativa do SOI quanto a estimativa da soma dos sinais interferentes. Como consequência, o algoritmo AP-CSG torna-se mais fácil de implementar do que outros algoritmos da classe CSG e pode ser usado tanto em sistemas CDMA quanto nos sistemas considerados em [9]-[11]. Recentemente, em [15], um novo algoritmo é desenvolvido a partir da modificação do problema de otimização considerado na formulação do algoritmo AP-CSG. Essa modificação consiste na substituição de uma restrição afim por uma restrição quadrática. Como resultado, o algoritmo obtido, denominado *adaptive-projection quadratically-constrained stochastic gradient* (AP-QCSG), proporciona maiores valores de SINR do que o algoritmo AP-CSG em cenários realísticos formados por sinais provenientes de fontes não pontuais [15].

Neste artigo, é proposta uma nova abordagem para o desenvolvimento de algoritmos de conformação de feixe. Tal abordagem consiste na combinação linear de projeções vetoriais levando em consideração o vetor de conformação de feixe e os subespaços gerados pelos sinais de interesse e interferentes. Para suportar a supramencionada combinação linear, são considerados os modelos de primeira ordem do

Raimundo N. G. Robert, Ciro A. Pitz e Rui Seara, LINSE – Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais, Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, E-mails: {nonato, ciropitz, seara}@linse.ufsc.br.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

algoritmo AP-CSG [14] e do algoritmo AP-QCSG [15], dando origem a uma nova formulação geral denominada aqui ACVP (*adaptive combination of vector projections*). Funções sigmóides unipolar e bipolar são utilizadas no ajuste dinâmico da combinação linear presente na abordagem ACVP, resultando, assim, em um novo algoritmo de conformação de feixe, chamado DS-ACVP (*double sigmoid ACVP*).

Este artigo está organizado como segue. A Seção II apresenta a fundamentação teórica, incluindo o modelo dos sinais e a formulação do problema. Na Seção III, o novo algoritmo baseado na combinação linear de projeções vetoriais é discutido. A Seção IV mostra os resultados de simulações numéricas visando avaliar o desempenho do algoritmo proposto. Finalmente, na Seção V, são apresentadas as conclusões deste trabalho de pesquisa.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### A. Modelo de Sinais

O cenário aqui considerado envolve um arranjo linear com  $K$  antenas situado na ERB e  $M$  usuários que compartilham o mesmo canal. Nesse cenário, o sinal em banda base recebido em cada antena do arranjo é modelado como

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{m=1}^M \mathbf{s}_m(n) + \mathbf{r}(n) \quad (1)$$

com  $\mathbf{s}_m(n)$  e  $\mathbf{r}(n) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$  representando, respectivamente, o sinal correspondente ao  $m$ -ésimo usuário e o ruído do tipo AWGN (*additive white Gaussian noise*) presente em cada antena do arranjo. Adicionalmente, assumindo que o sinal correspondente a cada usuário percorre  $L$  percursos, pode-se representar  $\mathbf{s}_m(n)$  como

$$\mathbf{s}_m(n) = \mathbf{H}_m \mathbf{v}_m(n) \quad (2)$$

onde  $\mathbf{v}_m(n) \in \mathbb{C}^{L \times 1}$  representa o vetor contendo os símbolos provenientes de cada caminho multipercurso e  $\mathbf{H}_m \in \mathbb{C}^{K \times L}$  denota a matriz de resposta espacial do  $m$ -ésimo usuário cuja coluna  $\mathbf{h}_{m,l}$  representa o vetor diretor referente ao  $l$ -ésimo caminho multipercurso [2].

Para se obter o sinal na saída do arranjo, representado por  $y(n)$ , é calculado o produto interno entre o vetor  $\mathbf{x}(n)$  e o vetor de conformação de feixe  $\mathbf{w}(n) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ , isto é,

$$y(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n). \quad (3)$$

Então, visando avaliar a SINR proporcionada por  $\mathbf{w}(n)$ , a variância condicional de  $y(n)$  dado  $\mathbf{w}(n)$  é obtida como segue:

$$\sigma_y^2(n) = E[|y(n)|^2 | \mathbf{w}(n)] = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{R}_x \mathbf{w}(n) \quad (4)$$

com  $\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n)]$  denotando a matriz de autocorrelação de entrada do arranjo.

Agora, assumindo que o desvanecimento por multipercurso seja normalizado e independente, isto é,

$$E[\mathbf{v}_m(n) \mathbf{v}_m^H(n)] = \frac{P_m}{L} \mathbf{I}_L \quad (5)$$

em que  $\mathbf{I}_L$  e  $P_m$  representam, respectivamente, a matriz identidade com dimensão  $L \times L$  e a potência total dos símbolos, (4) pode ser reescrita como

$$\sigma_y^2(n) = \sum_{m=1}^M P_m \mathbf{w}^H(n) \mathbf{R}_m \mathbf{w}(n) + \sigma_r^2 \|\mathbf{w}(n)\|^2 \quad (6)$$

onde  $\mathbf{R}_m(n) = \mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^H / L$  denota a matriz de covariância espacial do  $m$ -ésimo terminal móvel e  $\sigma_r^2$  representa a variância do ruído. Em seguida, considerando que o índice  $m=1$  corresponde ao SOI, é obtida a razão entre a potência do SOI e a potência da interferência mais ruído presente em (6), resultando na seguinte expressão de SINR:

$$\Gamma(n) = \frac{\mathbf{w}^H(n) \mathbf{R}_{\text{soi}} \mathbf{w}(n)}{\mathbf{w}^H(n) \mathbf{R}_{\text{int}} \mathbf{w}(n) + \sigma_r^2 \|\mathbf{w}(n)\|^2} \quad (7)$$

com  $\mathbf{R}_{\text{soi}} = P_1 \mathbf{R}_1$  e  $\mathbf{R}_{\text{int}} = \sum_{m=2}^M P_m \mathbf{R}_m$  denotando, respectivamente, as matrizes de correlação correspondentes ao SOI e aos sinais interferentes.

### B. Formulação do Problema

Para o desenvolvimento dos algoritmos de conformação de feixe da classe CSG [12]-[15], considera-se que um vetor  $\mathbf{d}(n)$  com amostras instantâneas do SOI em cada antena do arranjo pode ser estimado usando  $\mathbf{x}(n)$ . Conforme discutido em [16], tal estimativa pode ser obtida por meio de uma estrutura de equalização espaço-temporal aplicada ao canal de subida. Com a estimativa de  $\mathbf{d}(n)$  em mãos, um vetor  $\mathbf{z}(n)$  composto pelos sinais interferentes acrescidos do ruído de cada antena pode ser obtido facilmente de  $\mathbf{x}(n)$ , isto é,  $\mathbf{z}(n) = \mathbf{x}(n) - \mathbf{d}(n)$ . Dessa forma, com ambos os vetores  $\mathbf{d}(n)$  e  $\mathbf{z}(n)$  disponíveis, a SINR instantânea dada por

$$\hat{\Gamma}(n) = \frac{\mathbf{w}^H(n) \mathbf{d}(n) \mathbf{d}^H(n) \mathbf{w}(n)}{\mathbf{w}^H(n) \mathbf{z}(n) \mathbf{z}^H(n) \mathbf{w}(n)} \quad (8)$$

é utilizada na formulação de algoritmos de conformação de feixe da classe CSG. Especificamente, o algoritmo AP-CSG [14] é obtido através da minimização do denominador de (8) sujeita a uma restrição de projeção adaptativa. Essa restrição tem por objetivo direcionar  $\mathbf{w}(n)$  para o subespaço do SOI ao longo do processo iterativo e, assim, maximizar o numerador de (8). No caso do algoritmo AP-QCSG [15], a abordagem utilizada consiste na substituição da restrição afim (veja [14]) por uma restrição quadrática, a qual permite explorar todo o subespaço gerado pelo SOI [15].

## III. ABORDAGEM PROPOSTA

Nesta seção, uma nova abordagem para o desenvolvimento de algoritmos de conformação de feixe é derivada a partir dos modelos de primeira ordem do algoritmo AP-CSG [14] e do algoritmo AP-QCSG [15]. Então, a formulação ACVP é obtida através da generalização do comportamento médio do vetor de conformação de feixe desses algoritmos. Em seguida, funções sigmóides unipolar e bipolar são usadas no ajuste dinâmico da combinação linear presente na formulação ACVP, dando origem ao algoritmo DS-ACVP.

### A. Momento de Primeira Ordem

Para avaliar o comportamento médio do vetor de conformação de feixe proporcionado pelos algoritmos AP-CSG e AP-QCSG, deve-se obter o valor esperado da expressão de atualização de  $\mathbf{w}(n)$ . Com respeito ao algoritmo AP-CSG, o momento de primeira ordem foi derivado em [14], o qual é dado por

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] - \mu_1 (\mathbf{I}_K - \mathbf{R}_{\text{soi}}) \mathbf{R}_{\text{int}} E[\mathbf{w}(n)] + \mu_2 \mathbf{R}_{\text{soi}} E[\mathbf{w}(n)] \quad (9)$$

onde  $\mu_1$  e  $\mu_2$  representam os passos de adaptação do algoritmo, enquanto  $\mathbf{R}_{\text{soi}}$  denota a matriz de autocorrelação normalizada do SOI, isto é,  $\mathbf{R}_{\text{soi}} = E[\mathbf{d}(n)\mathbf{d}^H(n)/\|\mathbf{d}(n)\|^2]$ . Conforme mostrado em [13], tal matriz pode ser determinada analiticamente com base nos autovetores e autovalores de  $\mathbf{R}_{\text{soi}}$ .

Em relação ao algoritmo AP-QCSG, o momento de primeira ordem é avaliado aqui assumindo as mesmas aproximações usadas em [13] e [14]. Então, a partir da condição de independência entre  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{x}(n)$  (veja [17]), o comportamento médio de  $\mathbf{w}$  pode ser modelado por

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] - \mu_1 \left( \mathbf{I}_K - \frac{1}{2} \mathbf{R}_{\text{soi}} \right) \mathbf{R}_{\text{int}} E[\mathbf{w}(n)] + E[\chi(n)] \mathbf{R}_{\text{soi}} E[\mathbf{w}(n)] \quad (10)$$

com

$$E[\chi(n)] = \frac{1}{2} \mu_1 E \left[ \frac{G_{\mathbf{d}\mathbf{z}}^*(n)}{G_{\mathbf{d}}(n)} \right] + E \left[ \frac{\sqrt{\Delta(n)}}{G_{\mathbf{d}}(n)} \right] - 1, \quad (11)$$

$$G_{\mathbf{d}\mathbf{z}}(n) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{d}(n) \mathbf{d}^H(n) \mathbf{z}(n) \mathbf{z}^H(n) \mathbf{w}(n), \quad (12)$$

$$G_{\mathbf{d}}(n) = \|\mathbf{w}^H(n) \mathbf{d}(n)\|^2 \quad (13)$$

e

$$\Delta(n) = (1 + \mu_2) G_{\mathbf{d}}^2(n) - \mu_1^2 \text{Im}[G_{\mathbf{d}\mathbf{z}}(n)]. \quad (14)$$

Em seguida, visando a simplicidade do modelo, assume-se valores pequenos de  $\mu_1$  e  $\mu_2$ , resultando em uma dispersão reduzida de  $\mathbf{w}$  [13], [14]. Nesse caso, (11) pode ser aproximado por

$$E[\chi(n)] \cong \frac{1}{2} \mu_1 \frac{E[G_{\mathbf{d}\mathbf{z}}^*(n)]}{E[G_{\mathbf{d}}(n)]} + \frac{\sqrt{E[\Delta(n)]}}{E[G_{\mathbf{d}}(n)]} - 1 \quad (15)$$

onde

$$E[\Delta(n)] \cong (1 + \mu_2) \{E[G_{\mathbf{d}}(n)]\}^2 - \mu_1^2 \text{Im}\{E[G_{\mathbf{d}\mathbf{z}}(n)]\} \quad (16)$$

com

$$E[G_{\mathbf{d}}(n)] = E[\mathbf{w}^H(n) \mathbf{R}_{\text{soi}} \mathbf{w}(n)] \quad (17)$$

e

$$E[G_{\mathbf{d}\mathbf{z}}(n)] = E[\mathbf{w}^H(n) \mathbf{R}_{\text{soi}} \mathbf{R}_{\text{int}} \mathbf{w}(n)]. \quad (18)$$

### B. Abordagem ACVP

A partir de (9) e (10), nota-se que os algoritmos AP-CSG e AP-QCSG apresentam comportamentos similares. Especificamente, percebe-se que, na média, ambos os algoritmos atualizam o vetor de conformação de feixe com base na combinação linear dos vetores  $\mathbf{v}_1(n) = \mathbf{R}_{\text{int}} E[\mathbf{w}(n)]$ ,  $\mathbf{v}_2(n) = \mathbf{R}_{\text{soi}} E[\mathbf{w}(n)]$  e  $\mathbf{v}_3(n) = \mathbf{R}_{\text{soi}} \mathbf{v}_1(n)$ . Considerando os subespaços  $\mathcal{S}$  e  $\mathcal{I}$  gerados, respectivamente, pelos autovetores correspondentes aos autovalores não nulos de  $\mathbf{R}_{\text{soi}}$  e  $\mathbf{R}_{\text{int}}$ , pode-se constatar que  $\mathbf{v}_1(n) \in \mathcal{I}$ , enquanto  $\mathbf{v}_2(n), \mathbf{v}_3(n) \in \mathcal{S}$ , uma vez que os autovetores de  $\mathbf{R}_{\text{soi}}$  e  $\mathbf{R}_{\text{int}}$  são os mesmos [13]. A diferença entre os algoritmos AP-CSG e AP-QCSG está relacionada com a combinação linear dos vetores  $\mathbf{v}_1(n)$ ,  $\mathbf{v}_2(n)$  e  $\mathbf{v}_3(n)$ . No algoritmo AP-CSG, a combinação linear é fixa, com os coeficientes dados, respectivamente, por  $-\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_1$ . Já no algoritmo AP-QCSG, os coeficientes correspondentes aos vetores  $\mathbf{v}_1(n)$  e  $\mathbf{v}_3(n)$  são também fixos ( $-\mu_1$  e  $\mu_2/2$ , respectivamente) e o coeficiente do vetor  $\mathbf{v}_2(n)$ , representado por  $E[\chi(n)]$ , é adaptado ao longo do processo iterativo. Dessa forma, levando em conta a diferença de desempenho entre os algoritmos

AP-CSG e AP-QCSG [15], conclui-se que a combinação linear de  $\mathbf{v}_1(n)$ ,  $\mathbf{v}_2(n)$  e  $\mathbf{v}_3(n)$  pode ser explorada ao longo do processo iterativo visando elevar os níveis de SINR na saída do arranjo.

Partindo do mesmo princípio de operação dos algoritmos AP-CSG e QAP-CSG, a abordagem ACVP é formulada visando possibilitar o desenvolvimento de novos algoritmos de conformação de feixe que ajustem dinamicamente a combinação linear dos vetores que apontam na direção do SOI e dos sinais interferentes. Para isso, primeiramente o vetor  $\mathbf{v}_1(n)$  é modificado visando equalizar a norma euclidiana dos vetores envolvidos e assim facilitar o ajuste dos coeficientes da combinação linear. Tal modificação é realizada substituindo  $\mathbf{v}_1(n)$  por  $\bar{\mathbf{v}}_1(n) = \mathbf{R}_{\text{int}} E[\mathbf{w}(n)]$ , com  $\mathbf{R}_{\text{int}} = E[\mathbf{z}(n)\mathbf{z}^H(n)/\|\mathbf{z}(n)\|^2]$  denotando a matriz de autocorrelação normalizada dos sinais interferentes mais ruído. Sabendo que a soma dos autovalores de  $\mathbf{R}_{\text{int}}$  é unitária (matriz normalizada), verifica-se que  $\|\bar{\mathbf{v}}_1(n)\| \leq \|E[\mathbf{w}(n)]\|$ . Em seguida, buscando essa mesma característica para os demais vetores envolvidos na combinação linear,  $\mathbf{v}_1(n)$  é substituído por  $\bar{\mathbf{v}}_1(n)$  no cálculo de  $\mathbf{v}_3(n)$ , resultando em  $\bar{\mathbf{v}}_3(n) = \mathbf{R}_{\text{soi}} \mathbf{R}_{\text{int}} E[\mathbf{w}(n)]$ . Então, considerando os vetores  $\bar{\mathbf{v}}_1(n)$ ,  $\bar{\mathbf{v}}_2(n) = \mathbf{v}_2(n)$  e  $\bar{\mathbf{v}}_3(n)$ , a abordagem ACVP resulta em um processo iterativo com momento de primeira ordem dado por

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] + \sum_{i=1}^3 \beta_i(n) \bar{\mathbf{v}}_i(n) \quad (19)$$

onde  $\beta_i(n)$  representa o  $i$ -ésimo coeficiente da combinação linear. Nota-se em (19) que todos os vetores envolvidos na combinação linear apresentam o mesmo limite superior de norma euclidiana (limitada em  $\|E[\mathbf{w}(n)]\|$ ), facilitando o ajuste de  $\beta_i(n)$  ao longo do processo iterativo.

### C. Algoritmo Proposto

A partir da abordagem ACVP, um novo algoritmo de conformação de feixe, denominado DS-ACVP, é formulado utilizando as funções sigmóides unipolar e bipolar para a determinação dos coeficientes usados em (19). O uso da função sigmoide é justificado pelo seu intervalo limitado, permitindo o ajuste dos valores máximos e mínimos de  $\beta_i(n)$ , e pela baixa perturbação do ruído oriundo do gradiente estocástico para valores próximos dos limites da função sigmoide. Assim, o primeiro coeficiente da combinação linear é definido como

$$\beta_1(n) = \mu \phi_1[\alpha_1(n)] \quad (20)$$

em que  $0 < \mu \leq 1$  é usado para delimitar a faixa de valores de  $\beta_1(n)$  e  $\phi_1[\alpha_1(n)]$  denota a função sigmoide bipolar definida por

$$\phi_1[\alpha_1(n)] = \frac{2}{1 + e^{-\alpha_1(n)}} - 1 \quad (21)$$

com  $-\infty < \alpha_1(n) < \infty$  representando uma variável auxiliar que comanda o processo de adaptação de  $\beta_1(n)$ . Nota-se a partir de (21) que  $\beta_1(n)$  pode assumir valores positivos e negativos, o que inicialmente pode indicar uma escolha inadequada da função, visto que  $\beta_1(n)$  é negativo nos algoritmos AP-CSG e AP-QCSG. Entretanto, nos casos em que o subespaço gerado pelo SOI estiver contido no subespaço dos sinais interferentes, valores negativos de  $\beta_1(n)$  podem conduzir  $\mathbf{w}(n)$  para o espaço nulo do SOI, o que resultaria na atenuação da potência do SOI na saída do arranjo. Nessas situações, o uso de (21) possibilita que  $\beta_1(n)$  assumam valores

positivos, garantindo que  $\mathbf{w}(n)$  seja projetado no subespaço do SOI mesmo em situações em que a contribuição de  $\bar{\mathbf{v}}_2(n)$  e  $\bar{\mathbf{v}}_3(n)$  seja limitada. Em contraste com  $\beta_1(n)$ , o coeficiente  $\beta_2(n)$  é delimitado em uma faixa de valores positivos, uma vez que o vetor  $\bar{\mathbf{v}}_2(n)$  está contido no subespaço gerado pelo SOI. Para tal,  $\beta_2(n)$  segue a mesma orientação de  $\beta_1(n)$  dada em (20), exceto que a função sigmoide unipolar definida por

$$\phi_2[\alpha_2(n)] = \frac{1}{1 + e^{-\alpha_2(n)}} \quad (22)$$

é usada em vez de (21). Quanto ao coeficiente  $\beta_3(n)$ , a estratégia utilizada pelo algoritmo proposto leva em conta a contribuição de  $\bar{\mathbf{v}}_3(n)$  em (19). Da mesma forma como o vetor  $\mathbf{v}_3(n)$  presente nos algoritmos AP-CSG e AP-QCSG, a norma euclidiana de  $\bar{\mathbf{v}}_3(n)$  é aumentada à medida que a projeção do SOI no subespaço das interferências é aumentada. No caso desses algoritmos, o vetor  $\mathbf{v}_3(n)$  tem como papel compensar o valor negativo de  $\beta_1(n)$ , reforçando o componente de  $\mathbf{w}(n)$  que pertence ao subespaço do SOI. Entretanto, no caso do algoritmo proposto, a função sigmoide bipolar, usada na determinação de  $\beta_1(n)$ , já garante que  $\mathbf{w}(n)$  não seja projetado no espaço nulo do SOI. Assim, visando uma menor complexidade computacional do algoritmo, a estratégia proposta consiste em usar  $\beta_3(n) = 0 \forall n$ .

Para ajustar os coeficientes  $\beta_1(n)$  e  $\beta_2(n)$  da combinação linear, as variáveis auxiliares  $\alpha_1(n)$  e  $\alpha_2(n)$  são atualizadas usando o método de subida mais íngreme, conforme apresentado a seguir:

$$\alpha_i(n+1) = \alpha_i(n) + \mu_\alpha \nabla f[\hat{\Gamma}(n)] \quad (23)$$

sendo  $\mu_\alpha$  o parâmetro de controle de passo de adaptação e  $f[\hat{\Gamma}(n)]$  uma função arbitrária qualquer estritamente crescente em  $\hat{\Gamma}(n)$ . Quanto à escolha de  $f[\hat{\Gamma}(n)]$ , propõe-se aqui a utilização da função logaritmo natural, isto é,

$$f[\hat{\Gamma}(n)] = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\mathbf{w}^H(n) \mathbf{d}(n) \mathbf{d}^H(n) \mathbf{w}(n)}{\mathbf{w}^H(n) \mathbf{z}(n) \mathbf{z}^H(n) \mathbf{w}(n)} \right]. \quad (24)$$

Tal função é utilizada para transformar a operação de divisão, presente na expressão da SINR, em subtração, facilitando o processo de maximização de  $\hat{\Gamma}(n)$  com respeito aos escalares  $\alpha_1(n)$  e  $\alpha_2(n)$ . Então, considerando que  $\alpha_i(n)$  seja atualizado após a determinação de  $\mathbf{w}(n+1)$  usando (19) em conjunto com as estimativas instantâneas de  $\mathbf{R}_{\text{soi}}$  e  $\mathbf{R}_{\text{int}}$ , o processo iterativo para atualização de  $\alpha_i(n)$  é descrito por

$$\begin{aligned} \alpha_i(n+1) = \alpha_i(n) + \mu_\alpha & \frac{\text{Re}[\mathbf{q}_i^H(n) \mathbf{d}(n) \mathbf{d}^H(n) \mathbf{w}(n+1)]}{\mathbf{w}^H(n+1) \mathbf{d}(n) \mathbf{d}^H(n) \mathbf{w}(n+1)} \\ & - \mu_\alpha \frac{\text{Re}[\mathbf{q}_i^H(n) \mathbf{z}(n) \mathbf{z}^H(n) \mathbf{w}(n+1)]}{\mathbf{w}^H(n+1) \mathbf{z}(n) \mathbf{z}^H(n) \mathbf{w}(n+1)} \end{aligned} \quad (25)$$

com  $\mathbf{q}_i(n) = \partial \mathbf{w}(n+1) / \partial \alpha_i(n)$ . Em seguida, sabendo que  $\partial \phi_1[\alpha_1(n)] / \partial \alpha_1(n) = \{1 + \phi_1[\alpha_1(n)]\} \{1 - \phi_1[\alpha_1(n)]\} / 2$  e que  $\partial \phi_2[\alpha_2(n)] / \partial \alpha_2(n) = \{1 - \phi_2[\alpha_2(n)]\} \phi_2[\alpha_2(n)]$ , os vetores  $\mathbf{q}_1(n)$  e  $\mathbf{q}_2(n)$ , necessários para determinação de  $\alpha_1(n+1)$  e  $\alpha_2(n+1)$ , são obtidos por

$$\mathbf{q}_1(n) = \mu \frac{1}{2} \{1 - \phi_1^2[\alpha_1(n)]\} \mathbf{z}(n) \mathbf{z}^H(n) \mathbf{w}(n) \quad (26)$$

e

$$\mathbf{q}_2(n) = \mu \phi_2[\alpha_2(n)] \{1 - \phi_2[\alpha_2(n)]\} \mathbf{d}(n) \mathbf{d}^H(n) \mathbf{w}(n). \quad (27)$$

Finalmente, com o objetivo de evitar o crescimento ilimitado de  $\|\mathbf{w}\|$  nos casos em que  $\beta_{1,2}(n) > 0 \forall n$ , o valor resultante

de  $\mathbf{w}(n+1)$  deve ser normalizado após cada atualização de  $\alpha_i(n)$ . É importante destacar que tal normalização não altera o valor da SINR proporcionada por  $\mathbf{w}(n+1)$  [veja (8)] e evita que um crescimento sem limite da norma euclidiana prejudique a estabilidade do algoritmo.

#### IV. RESULTADOS

Nesta seção, resultados de simulação de Monte Carlo (200 realizações independentes) são mostrados visando comparar o desempenho dos algoritmos ICSG, AP-CSG, AP-QCSG e DS-ACVP. Todos os cenários de simulações considerados aqui usam arranjo ULA (*uniform linear array*) com  $K = 8$  antenas omnidirecionais uniformemente espaçadas de meio comprimento de onda. Para todos os algoritmos considerados, o vetor de conformação de feixe é inicializado como  $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ , resultando em um padrão de irradiação omnidirecional ao longo do plano azimutal. No caso do algoritmo DS-ACVP, o valor inicial das variáveis auxiliares é  $\alpha_{1,2}(0) = 0$ , resultando em  $\beta_{1,2}(0) = 0,5$ . Em todos os cenários, a potência normalizada (em relação à potência do ruído) é fixada em 30 dB para o SOI e 20 dB para os sinais interferentes (provenientes de células cocanal). Considera-se também um canal Rayleigh com 12 caminhos multipercursos independentes, gerando um ângulo de espalhamento de  $5^\circ$  em torno do AOA de cada canal.

##### A. Exemplo 1

Neste exemplo, o cenário é formado por um SOI localizado em  $\theta_{\text{SOI}} = 30^\circ$  e dois interferentes,  $I_1$  e  $I_2$ , localizados, respectivamente, em  $\theta_1 = 60^\circ$  e  $\theta_2 = -60^\circ$ . Os parâmetros de passo de adaptação dos algoritmos ICSG, AP-CSG e AP-QCSG são ajustados em 0,05, enquanto os parâmetros  $\mu$  e  $\mu_\alpha$  do algoritmo DS-ACVP são, respectivamente, 0,5 e 1. A partir das curvas ilustradas na Figura 1, nota-se que o algoritmo proposto supera os demais algoritmos tanto em termos de SINR em regime permanente quanto em velocidade de convergência. Adicionalmente, as curvas relacionadas à evolução de  $\phi_1[\alpha_1(n)]$  e  $\phi_2[\alpha_2(n)]$  são ilustradas na Figura 2. Pode-se notar que, na etapa inicial do processo iterativo,  $\phi_2[\alpha_2(n)]$  apresenta maiores valores devido à necessidade de aumento da projeção de  $\mathbf{w}(n)$  no subespaço do SOI. Em seguida, devido ao afastamento considerável entre o SOI e os sinais interferentes, as funções  $\phi_1[\alpha_1(n)]$  e  $\phi_2[\alpha_2(n)]$  são reduzidas até seus limites inferiores com o objetivo de posicionar  $\mathbf{w}(n)$  no espaço nulo dos sinais interferentes.

##### B. Exemplo 2

É considerado, neste exemplo, um cenário com maiores níveis de interferência devido à maior proximidade dos AOAs dos sinais envolvidos. Nesse cenário, o SOI e o primeiro interferente  $I_1$  apresentam o mesmo AOA, dado por  $\theta_{\text{SOI}} = \theta_1 = 45^\circ$ , sendo o AOA do segundo interferente  $I_2$ ,  $\theta_2 = 40^\circ$ . O parâmetro de passo de adaptação do algoritmo DS-ACVP é ajustado para  $\mu = 0,1$ . Como observado na Figura 3, o algoritmo proposto proporciona maiores valores de SINR em regime permanente quando comparado com os outros algoritmos avaliados aqui. Além disso, verifica-se através da Figura 4 que, diferentemente do exemplo anterior,  $\phi_1[\alpha_1(n)]$  decresce mais lentamente e  $\phi_2[\alpha_2(n)]$  não é anulado ao longo do processo iterativo. Isso ocorre devido à existência de uma intersecção significativa entre os subespaços do SOI e dos sinais interferentes, confirmando o funcionamento adequado do algoritmo proposto.

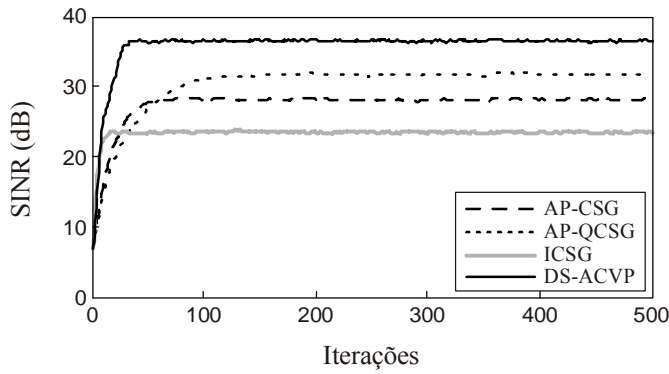


Fig. 1. Exemplo 1. Comparação da SINR entre os algoritmos ICSG, AP-CSG, AP-QCSG e DS-ACVP (proposto).

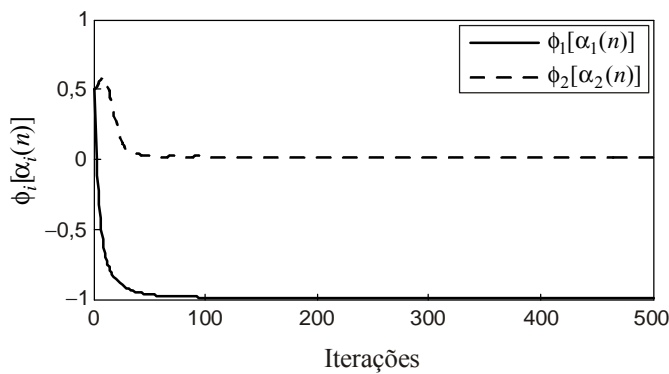


Fig. 2. Exemplo 1. Comportamento médio das funções  $\phi_1[\alpha_1(n)]$  e  $\phi_2[\alpha_2(n)]$ .

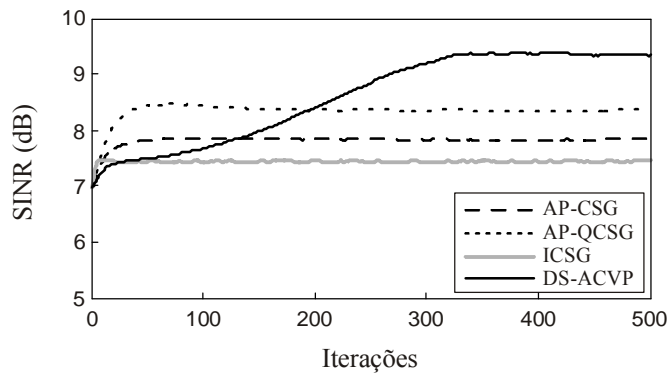


Fig. 3. Exemplo 2. Comparação da SINR entre os algoritmos ICSG, AP-CSG, AP-QCSG e DS-ACVP (proposto).

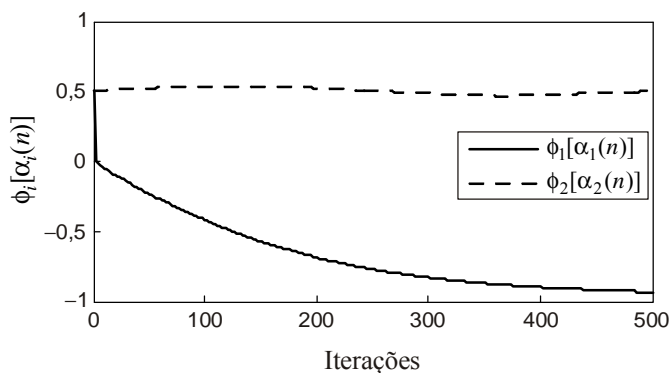


Fig. 4. Exemplo 2. Comportamento médio das funções  $\phi_1[\alpha_1(n)]$  e  $\phi_2[\alpha_2(n)]$ .

## V. CONCLUSÕES

Neste artigo, uma nova formulação para algoritmos de conformação de feixe foi derivada com base nos modelos de primeira ordem dos algoritmos AP-CSG e AP-QCSG. A abordagem proposta consiste na combinação linear de projeções vetoriais envolvendo o vetor de conformação de feixe e os subespaços gerados pelos sinais de interesse e interferentes. Dessa forma, o algoritmo DS-ACVP foi desenvolvido associando a formulação proposta com funções sigmóides para ajuste dinâmico da combinação linear. Resultados de simulação numérica confirmam a eficácia do algoritmo proposto, o qual proporcionou maiores níveis de SINR dentre os algoritmos aqui avaliados.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. A. Balanis and P. I. Ioannides, *Introduction to Smart Antennas*. San Rafael, CA: Morgan & Claypool Publishers, 2007.
- [2] L. C. Godara, *Smart Antennas*. Boca Raton, FL: CRC Press, 2004.
- [3] F. Molisch, *Wireless Communications*. Chichester: John Wiley & Sons, 2010.
- [4] O. L. Frost, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 926–935, Aug. 1972.
- [5] A. B. Gershman, N. D. Sidiropoulos, and S. Shahbazpanahi, "Convex optimization-based beamforming: from receive to transmit and network designs," *Signal Processing Magazine*, vol. 27, no. 3, pp. 62–75, May 2010.
- [6] R. G. Lorenz and S. P. Boyd, "Robust minimum variance beamforming," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 5, pp. 1684–1696, May 2005.
- [7] S. J. Kim, A. Magnani, A. Mutapic, S. P. Boyd, and Z. Q. Luo, "Robust beamforming via worst-case SINR maximization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 4, pp. 1539–1547, Apr. 2008.
- [8] S. A. Vorobyov, A. B. Gershman, S. Member, and Z. Luo, "Adaptive beamforming with joint robustness against mismatched signal steering vector and interference nonstationarity," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 2, pp. 108–111, Feb. 2004.
- [9] S. Choi and D. Shim, "A novel adaptive beamforming algorithm for a smart antenna system in a CDMA mobile communication environment," *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol. 49, no. 5, pp. 1793–1806, Sep. 2000.
- [10] S. Choi, J. Choi, Heung-Jae Im, and B. Choi, "A novel adaptive beamforming algorithm for antenna array CDMA systems with strong interferers," *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol. 51, no. 5, pp. 808–816, Sep. 2002.
- [11] J. Yang, H. Xi, F. Yang, and Y. Zhao, "Fast adaptive blind beamforming algorithm for antenna array in CDMA systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 55, no. 2, pp. 549–558, Mar. 2006.
- [12] D. R. Morgan, "Downlink adaptive array algorithms for cellular mobile communications," *IEEE Trans. Communications*, vol. 51, no. 3, pp. 476–488, Mar. 2003.
- [13] J. Kolodziej, O. J. Tobias, R. Seara, and D. R. Morgan, "On the constrained stochastic gradient algorithm: model, performance, and improved version," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 4, pp. 1304–1315, Apr. 2009.
- [14] C. A. Pitz, E. L. O. Batista, and R. Seara, "On the joint beamforming and power control in cellular systems: algorithm and stochastic model," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 13, no. 12, pp. 6943–6954, Dec. 2014.
- [15] C. A. Pitz, E. Batista, and R. Seara, "A quadratically-constrained stochastic gradient algorithm for beamforming in mobile communications," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 65, no. 1, pp. 125–129, Jan. 2018.
- [16] G. G. Raleigh and V. K. Jones, "Adaptive antenna transmission for frequency duplex digital wireless communication," in *Proc. IEEE Int. Conf. Communications*, Montreal, Canada, Jun. 1997, vol. 2, pp. 641–646.
- [17] S. Haykin, *Adaptive filter theory*. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002.