

# Modelagem Numérica de FWM em Amplificadores Ópticos Raman

Eric Chiesse, Andres Pablo Lopez Barbero, Ricardo Marques Ribeiro, Sebastian Lara e Ricardo Olivares

**Resumo**— Neste trabalho é apresentado um modelo computacional para a amplificação Raman em sistemas ópticos DWDM na presença de FWM entre os comprimentos de onda de bombeio. A presença da ASE e a propagação de múltiplos lasers de bombeio e sinais co e contra-propagantes foram aqui considerados. Resultados da simulação do modelo desenvolvido e a comparação com resultados previamente publicados na literatura serão apresentados, mostrando significativa relevância dos termos do modelo aqui introduzidos.

**Palavras-Chave**— Amplificadores Ópticos, Amplificadores Raman, WDM, Mistura de Quatro Ondas, Simulação.

**Abstract**— In this work a computational model for Raman amplification in DWDM optical systems which includes the generation of FWM within the pump wavelengths is presented. The presence of ASE, multiple pump lasers and co/counter propagating signals have been considered here. Numerical simulation of the proposed model and the comparison between previously published results is presented, showing the relevance of the introduced terms.

**Keywords**— Optical Amplifiers, Raman Amplifiers, WDM, Four Wave Mixing, Simulation.

## I. INTRODUÇÃO

Em sistemas DWDM, os amplificadores Raman distribuídos apresentam diversas vantagens sobre os amplificadores EDFA, dentre as quais podem ser relacionadas a baixa figura de ruído, a baixa excitação de não linearidade e o espectro de ganho ajustável ([1] - [3]).

Na literatura já foram apresentados ([4] - [9]) diversos modelos numéricos detalhados para a amplificação Raman nos quais são considerados efeitos de espalhamento reverso de Rayleigh, geração de ASE e sinais contra-propagantes. Entretanto, esses modelos não levam em consideração outros efeitos não-lineares ocorridos em amplificadores ópticos Raman para sistemas de comunicação por fibras ópticas.

Já foi demonstrado [10] que o efeito da geração de componentes de FWM pelos lasers de bombeamento pode alterar significativamente o espectro de ganho de um amplificador óptico Raman. Estes efeitos devem ser considerados principalmente quando os comprimentos de onda dos bombeios se localizam numa região próxima do zero de dispersão cromática da fibra ( $\lambda_{ZD}$ ).

A inserção dos efeitos de FWM em modelos numéricos de amplificadores Raman tem sido feita com algumas simplificações. Em [11] foi apresentado um modelo no qual é

desconsiderada a depleção dos bombeios e considerado apenas o caso de bombeios contra-propagantes. Em [10] o autor apresenta um modelo que considera a depleção dos bombeios mas não incorpora o ruído ASE nem sinais contra-propagantes.

Neste trabalho é apresentado um modelo matemático, implementado e testado numericamente, que permite o cálculo da propagação em um amplificador óptico Raman, considerando além do processo estimulado Raman, a geração de ASE por emissões espontâneas, a reflexão por espalhamento Rayleigh (importantes quando os sinais de entrada têm baixa potência), propagação co e contra-propagante de múltiplos lasers de bombeio e sinal e o efeito de FWM. Diversos resultados de simulação computacional usando esse modelo e a comparação com outros modelos presentes na literatura serão aqui demonstrados. Este trabalho foca no efeito de FWM entre os lasers de bombeio considerando que os mesmos se localizem na região próxima a  $\lambda_{ZD}$ .

## II. MODELO MATEMÁTICO

Um modelo simplificado de amplificador com FWM [10] é descrito pela equação (1). Esse modelo calcula a variação das amplitudes dos sinais envolvidos ao longo de  $z$  considerando 3 fenômenos: a) atenuação, b) espalhamento Raman estimulado e c) FWM.

$$\begin{aligned} \frac{dA_F(z)}{dz} = & -\frac{\alpha_F}{2} A_F(z) \\ & + \frac{A_F(z)}{2} \sum_{f_m > f_F} \frac{g_R(f_F, f_m)}{A_{eff} \Gamma(f_F, f_m)} |A_m(z)|^2 \\ & - \frac{A_F(z)}{2} \sum_{f_m < f_F} \frac{f_F}{f_m} \frac{g_R(f_F, f_m)}{A_{eff} \Gamma(f_F, f_m)} |A_m(z)|^2 \\ & - \frac{1}{3} \gamma \sum_{i, j \neq k} \{k_{Pol}(f_i, f_j, f_k) \cdot D_{ijk} \cdot \\ & \quad A_i(z) A_j(z) A_k^*(z) \cdot \exp(-\Delta\beta_{ijk} z)\} \\ & - \frac{1}{3} \gamma \sum_{p, r \neq q} \{k_{Pol}(f_F, f_q, f_r) \cdot D_{pqr} \cdot \\ & \quad A_p(z) A_q^*(z) A_r(z) \cdot \exp(\Delta\beta_{pqr} z)\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Serão inseridos espalhamento reverso de Rayleigh, ASE e a contribuição dos sinais contra-propagantes a partir desse modelo.

As parcelas de espalhamento Rayleigh e de ASE são conta-

Eric Chiesse, Andres Pablo Lopez Barbero e Ricardo Marques Ribeiro - Universidade Federal Fluminense (UFF), Escola de Engenharia, Departamento de Telecomunicações, Niterói/RJ, Brasil, emails: echiesse@gmail.com, pablo@telecom.uff.br, rmr@pq.cnpq.br

Sebastian Lara e Ricardo Olivares - Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Electrónica. Valparaíso, Chile.

bilizadas pelas equações (2) e (3) respectivamente [12]:

$$\left. \frac{dP_i^\pm}{dz} \right|_\eta = \pm \eta_i P_i^\mp(z), \quad (2)$$

onde  $\eta$  é o coeficiente de espalhamento Rayleigh reverso.

$$\begin{aligned} \left. \frac{dP_i^\pm}{dz} \right|_{ASE} &= \pm h\nu_i \sum_{\nu_m > \nu_i} \frac{g_R(\nu_m - \nu_i)}{A_{eff}\Gamma} [P_m^\pm + P_m^\mp] \\ &\quad \cdot \left[ 1 + \left( e^{\frac{h(\nu_m - \nu_i)}{kT}} - 1 \right)^{-1} \right] \Delta\nu \\ &\mp 2h\nu_i P_i^\pm \sum_{\nu_m < \nu_i} \frac{\nu_i g_R(\nu_i - \nu_m)}{\nu_m A_{eff}\Gamma} \\ &\quad \cdot \left[ 1 + \left( e^{\frac{h(\nu_i - \nu_m)}{kT}} - 1 \right)^{-1} \right] \Delta\mu, \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $g_R$  é o coeficiente de ganho Raman,  $\Gamma$  é o fator de polarização Raman (1 para sinais com a mesma polarização e 2 para polarização aleatória),  $\Delta\nu$  é a largura de uma banda de ASE na geração,  $\Delta\mu$  é a largura de uma banda de ASE na depleção,  $h$  é a constante de Planck,  $k$  é a constante de Boltzmann e  $T$  é a temperatura absoluta.

Como o cálculo do FWM é feito em amplitude ([2], [10], [11]), os termos descritos por (2) e (3) devem ser convertidos de modo que eles possam se integrar à equação (1).

Supondo que:

$$\frac{dP}{dz} = f(P, z), \quad (4)$$

, e sabendo que  $|A| = \sqrt{P}$ , pela aplicação da regra da cadeia chega-se à relação:

$$\frac{d|A|}{dz} = \frac{1}{2|A|} f(|A|^2, z). \quad (5)$$

As seguintes operações são então aplicadas:

- Separação da equação (1) em módulo e fase [10].
- Adição dos termos (2) e (3) aplicando a relação (5).
- Adição do valor da potência das componentes contra-propagantes aos bombeios nos termos de efeito Raman.

Desta forma obtém-se o sistema de equações (6) e (7)

$$\begin{aligned} \frac{d|A_F^\pm(z)|}{dz} &= \mp \frac{\alpha_F}{2} |A_F^\pm(z)| \pm \frac{\eta_F}{2|A_F^\pm(z)|} |A_F^\mp(z)|^2 \\ &\pm \frac{|A_F^\pm(z)|}{2} \sum_{\nu_m > \nu_F} \frac{g_R(\nu_F, \nu_m)}{A_{eff}\Gamma} (|A_m^\pm(z)|^2 + |A_m^\mp(z)|^2) \\ &\mp \frac{|A_F^\pm(z)|}{2} \sum_{\nu_m < \nu_F} \frac{\nu_F g_R(\nu_F, \nu_m)}{\nu_m A_{eff}\Gamma} (|A_m^\pm(z)|^2 + |A_m^\mp(z)|^2) \\ &\pm \frac{h\nu_F}{2|A_F^\pm(z)|} \sum_{\nu_m > \nu_F} \frac{g_R(\nu_F, \nu_m)}{A_{eff}\Gamma} (|A_m^\pm(z)|^2 + |A_m^\mp(z)|^2) \\ &\quad \cdot \left[ 1 + \left( e^{\frac{h(\nu_m - \nu_F)}{kT}} - 1 \right)^{-1} \right] \Delta\nu \\ &\mp h\nu_F \cdot |A_F^\pm(z)| \sum_{\nu_m < \nu_F} \frac{\nu_F g_R(\nu_F, \nu_m)}{\nu_m A_{eff}\Gamma} \\ &\quad \cdot \left[ 1 + \left( e^{\frac{h(\nu_F - \nu_m)}{kT}} - 1 \right)^{-1} \right] \Delta\mu \\ &\mp \frac{1}{3}\gamma \sum_{i,j \neq k} \{ k_{Pol}[i, j, k] \cdot D_{ijk} \cdot |A_i^\pm(z)| |A_j^\pm(z)| |A_k^\pm(z)| \\ &\quad \cdot \text{sen}(\Delta\beta_{ijk}z + \varphi_{ijk}^\pm(z)) \} \\ &\mp \frac{1}{3}\gamma \sum_{p,r \neq q} \{ k_{Pol}[F, q, r] \cdot D_{pqr} \cdot |A_p^\pm(z)| |A_q^\pm(z)| |A_r^\pm(z)| \\ &\quad \cdot \text{sen}(-\Delta\beta_{pqr}z + \varphi_{pqr}^\pm(z)) \}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d|\varphi_F^\pm(z)|}{dz} &= \frac{1}{3}\gamma \sum_{i,j \neq k} \{ k_{Pol}[i, j, k] \cdot D_{ijk} \cdot \\ &\quad \frac{|A_i^\pm(z)| |A_j^\pm(z)| |A_k^\pm(z)|}{|A_F^\pm(z)|} \cdot \cos(\Delta\beta_{ijk}z + \varphi_{ijk}^\pm(z)) \} \\ &\quad + \frac{1}{3}\gamma \sum_{p,r \neq q} \{ k_{Pol}[F, q, r] \cdot D_{pqr} \cdot \\ &\quad \frac{|A_p^\pm(z)| |A_q^\pm(z)| |A_r^\pm(z)|}{|A_F^\pm(z)|} \cdot \cos(-\Delta\beta_{pqr}z + \varphi_{pqr}^\pm(z)) \}, \end{aligned} \quad (7)$$

onde  $A_n$  e  $\varphi_n$  são a amplitude e a fase do campo  $n$  respectivamente,  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação,  $\gamma$  o coeficiente de não linearidade,  $D_{xyz}$  é o coeficiente de degenerescência do FWM e  $k_{Pol}$  é o fator de polarização para o FWM (igual a  $\sqrt{1/2}$  ou  $\sqrt{3/8}$  conforme o processo FWM seja parcialmente degenerado ou não-degenerado).

Na equação (6) a primeira parcela é responsável pela atenuação. A segunda fornece o espalhamento Rayleigh reverso. O terceiro termo responde pelo ganho Raman nos comprimentos de onda maiores, o quarto responde pela depleção dos comprimentos de onda menores, o quinto dá a geração de ruído ASE com o fator térmico, o sexto é a perda de potência devido à geração de ruído ASE e finalmente o sétimo e oitavo termos são responsáveis pelo FWM.

### III. ALGORITMO DE SIMULAÇÃO

Para resolver o sistema de equações diferenciais (6) e (7) é usado um método iterativo de relaxação ([13], [14]). O

método de relaxação consiste na solução das equações com condição inicial em  $z = 0$  utilizando valores inicialmente nulos para os campos contra-propagantes. A seguir é calculada a propagação no sentido oposto usando as condições iniciais em  $z = L$ , sendo que a partir desse ponto utilizam-se os valores calculados no passo anterior para os campos no sentido oposto ao cálculo. Esse procedimento é repetido e o erro computado a cada iteração (ida e volta) até que o mesmo atinja um valor suficientemente pequeno, quando o algoritmo para. Um método Runge-Kutta de 4ª ordem é usado internamente para resolver o sistema de equações (6) e (7). Dois cuidados devem ser tomados durante a resolução do Runge-Kutta:

- 1) A adaptação dos termos de ruído para a equação com FWM faz com que o erro cresça para valores pequenos de  $A_F^\pm(z)$ , o que torna necessária a diminuição do passo de integração para diminuir o erro.
- 2) O FWM devido ao seu caráter oscilatório exige um tamanho máximo do seu caráter de integração menor que o comprimento de coerência mínimo ( $\Delta z \ll 2\pi/\Delta\beta_{max}$ ).

Normalmente a condição 2 satisfaz automaticamente a condição 1.

As limitações em termos de passo de integração têm o indesejável efeito de aumentar muito o número de passos em comparação com uma simulação sem FWM. Uma simulação típica de amplificação Raman não precisa de mais que 500 passos de integração enquanto que uma simulação com FWM pode facilmente exigir mais de 500000 passos.

#### IV. SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Para demonstrar a validade do modelo, três cenários são investigados: nos dois primeiros são realizadas simulações cujos resultados são comparados com valores já publicados. No terceiro cenário é demonstrada a capacidade do modelo de tratar casos não cobertos em outros trabalhos.

##### A. Simulação - Apenas FWM

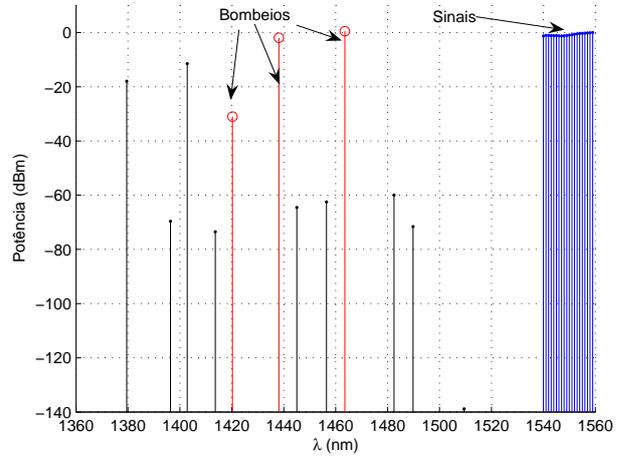
Nesta simulação são ignorados os efeitos de ASE, espalhamento Rayleigh e sinais contra-propagantes. Os resultados são comparados com os obtidos em [10] seção 5.5.1. É considerado o FWM entre bombeios usando  $\lambda_{ZD} = 1420,28\text{nm}$  e  $S = 0,05\text{ps}/(\text{km} \cdot \text{nm}^2)$ .

Os seguintes parâmetros são usados:  $L = 50\text{km}$ ,  $T = 300\text{K}$ ,  $\gamma = 0,003\text{W}^{-1}\text{m}^{-1}$  e  $A_{eff} = 58\mu\text{m}^2$ . 3 bombeios são usados em 1420,28, 1438,14 e 1463,52 nm com potências 160,93, 92,24 e 99,61 mW respectivamente e 20 sinais de 1540 a 1559 nm espaçados de 1nm entre si e com potência igual a 0,5mW. A atenuação e o coeficiente de ganho Raman são os mesmos usados na referência.

A figura 1 mostra o resultado dessa simulação.

Pode-se verificar, pela comparação com a referência citada, que o modelo reproduz corretamente esse cenário. Os bombeios residuais, sinais e formato do espectro de saída são praticamente coincidentes. Também as componentes de FWM estão de acordo com os resultados publicados.

Fig. 1. Espectros de saída da simulação IV-A. Bombeios e sinais estão indicados, as ondas restantes correspondem a FWM



##### B. Simulação - ASE e Bombeios contra-propagantes

Nesta simulação é comparada a geração de ASE com os resultados obtidos em [12]. A dificuldade para essa comparação reside no fato de não se ter acesso à curva  $g_R$  usada na referência. É utilizada uma curva típica (figura 2) e os resultados são avaliados qualitativamente, sendo esperada uma deformação no espectro de saída dos sinais amplificados. Os parâmetros de simulação são:  $L = 80\text{km}$ ,  $T = 300\text{K}$ ,  $\eta = 7 \times 10^{-5}\text{km}^{-1}$ ,  $A_{eff} = 80\mu\text{m}^2$  e  $\alpha = 0,20$  e  $0,25$  dB/km para sinais e bombeios respectivamente. Os bombeios têm potências 20,6, 20,8, 21,0, 19,4, 18,6, 18,1, 16,9 e 21,9 dBm e comprimentos de onda em 1432, 1442, 1452, 1462, 1472, 1485, 1499 e 1510 nm respectivamente. São usados 100 sinais espaçados de 0,1THz situados entre 185 e 195 THz (1538,5 a 1621,6 nm) com potências iguais a 0,5mW. As bandas de ASE são consideradas de 1432 a 1650 nm com espaçamento de 0,1 THz entre si. Não é calculado FWM.

A figura 3 mostra que, como esperado, há uma deformação no espectro de saída do amplificador. Apesar dessa deformação, verifica-se que a variação da relação sinal ruído (em torno de 4 dB) está dentro do esperado. Além disso, o valor médio dos sinais (em torno de -4dBm) também é coerente com o resultado obtido na referência. Os bombeios espalhados praticamente coincidem com os valores publicados.

##### C. Simulação Completa

Os próximos cenários correspondem a situações cujo cálculo não é possível com os modelos disponíveis até o momento. Duas configurações são testadas, uma com bombeios co-propagantes e outra com bombeios contra-propagantes.

Para essas simulações são repetidos os parâmetros da simulação IV-A com as seguintes diferenças: 10 sinais de 1540 a 1549 nm espaçados de 1nm, bandas de ruído com início em 1420 até 1600 nm espaçadas de 0,2 THz. ASE, espalhamento Rayleigh e FWM com  $\eta = 2,5 \cdot 10^{-5}\text{km}^{-1}$  e  $\lambda_{ZD} = 1441,58\text{nm}$  são considerados. Essa situação é parecida com a apresentada em [10] (seção 5.5.1 fig 5.17), exceto pelo número menor de sinais e pela inclusão dos novos efeitos.

Fig. 2. Coeficiente de ganho Raman usado para a simulação IV-B.

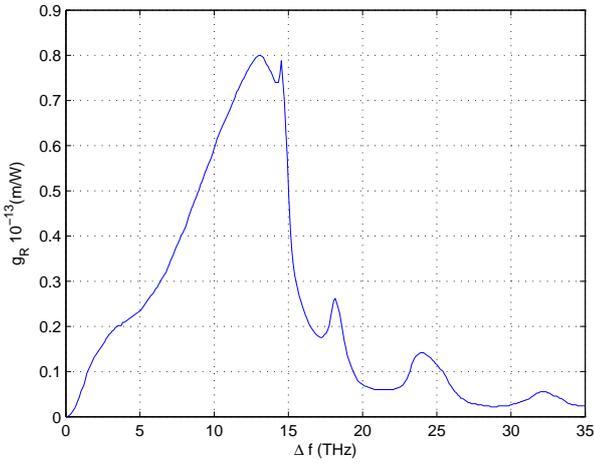


Fig. 3. Espectro da simulação IV-B em  $z = L$ .

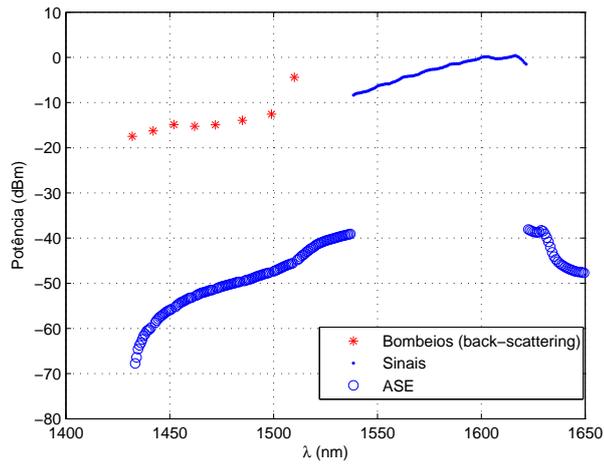


Fig. 4. Espectro contabilizando FWM, ASE e espalhamento Rayleigh reverso. (Simulação IV-C com bombeios contra-propagantes).

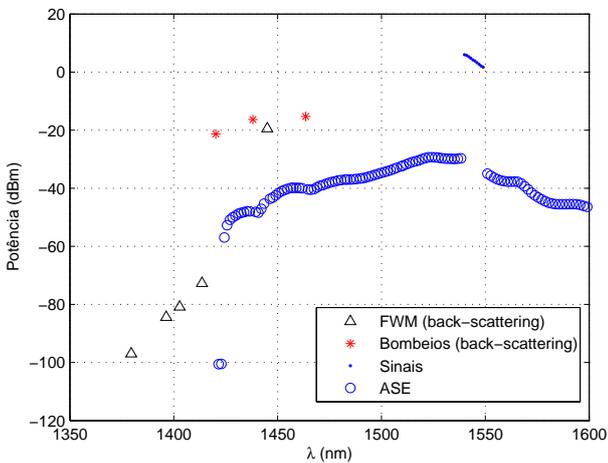


Fig. 5. Propagação dos sinais e bombeios na simulação IV-C com bombeios contra-propagantes.

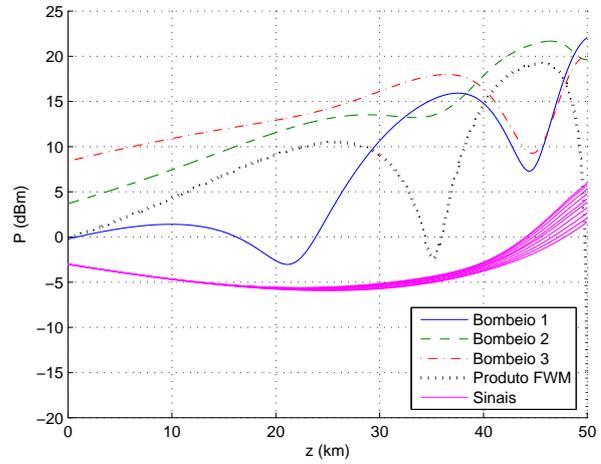


Fig. 6. Espectro contabilizando FWM, ASE e espalhamento Rayleigh reverso. (Simulação IV-C com bombeios co-propagantes).

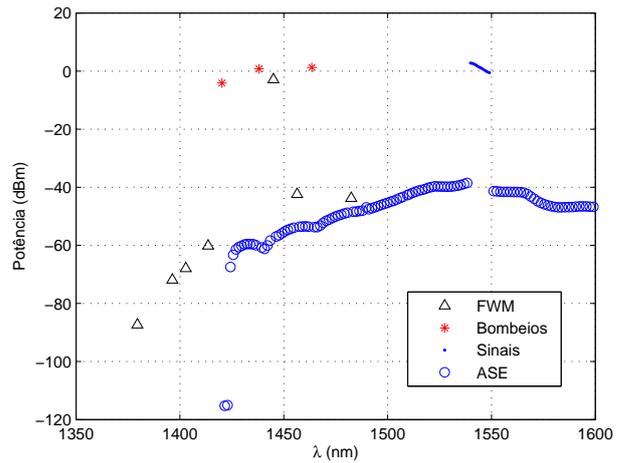
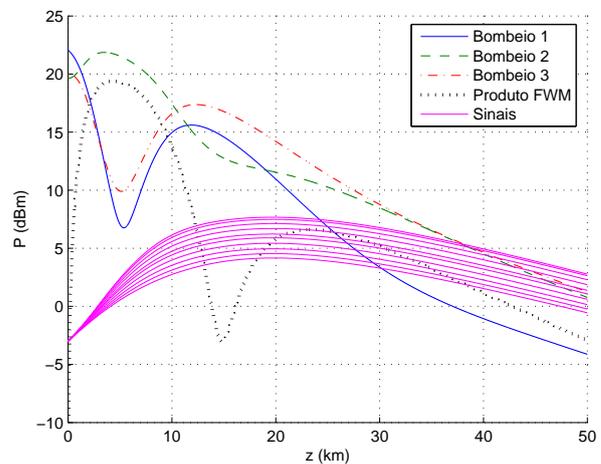


Fig. 7. Propagação dos sinais e bombeios na simulação IV-C com bombeios co-propagantes.



Na figura 4 é possível observar o espectro de saída dos sinais em  $z = 50\text{km}$  para a configuração contra-propagante. A figura 5 mostra a evolução de sinais e bombeios para a mesma configuração. A figura 6 mostra o espectro em  $z = 50\text{km}$  para um amplificador co-propagante e a respectiva evolução de sinais e bombeios ao longo de  $z$  é mostrada na figura 7.

Pode-se extrair alguns dados importantes do amplificador através dessas simulações. Primeiramente, da figura 6 extrai-se uma relação sinal ruído (SNR) de aproximadamente 39dB, o que não era possível com o modelo descrito em [10]. Comparando as figuras 4 e 6 verifica-se, como esperado, que a configuração co-propagante melhora a relação sinal-ruído enquanto a configuração contra-propagante dá um ganho maior. Essa comparação não é possível pela aplicação isolada de nenhum modelo anterior. Nas figuras 5 e 7 pode-se observar a influência do processo paramétrico (FWM) ao longo da fibra que provoca oscilações no nível de potência dos bombeios devido à troca de energia entre as ondas participantes do processo. Também pode ser visto que um dos produtos de FWM ganha potência suficiente para participar do bombeamento Raman nos primeiros quilômetros da fibra. Os demais produtos de FWM possuem potência muito menor e não estão representados.

Conforme se pode observar, o modelo proposto tem a vantagem de permitir a avaliação dos efeitos da ASE, espalhamento reverso e FWM simultaneamente, além de permitir uma configuração arbitrária dos bombeios.

## V. CONCLUSÕES

Foi apresentado um novo modelo de amplificação Raman que permite avaliar o desempenho de um amplificador sob o efeito de FWM diretamente e sem simplificações de qualquer espécie.

O modelo demonstra vantagens em relação aos até então apresentados, já que permite o cálculo conjunto dos principais fenômenos que podem impactar no projeto de um amplificador Raman na presença de FWM e que nenhum modelo anterior considerava por completo.

As simulações demonstraram a relevância do modelo, uma vez que foi possível estimar cenários impossíveis com os modelos anteriores, sejam eles, configuração co-propagante com ASE e configuração contra-propagante com depleção dos bombeios. Embora não demonstrado no presente trabalho, o modelo também se presta a simulação de configurações híbridas, isto é, com bombeios co e contra-propagantes, já que não realiza simplificações de qualquer natureza.

Por não haver simplificações, o tempo computacional para certos cenários pode ser bastante grande. Esse tempo pode ser melhorado através da utilização adequada de recursos computacionais, da otimização do programa de simulação e pela escolha de máquinas com grande poder de processamento que têm se tornado cada vez mais baratas e acessíveis aos pesquisadores.

## REFERÊNCIAS

- [1] Agrawal, Govind P: *Fiber-Optic Communication Systems*. Wiley Inter-Science, 2002.
- [2] Agrawal, Govind P: *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 2007.
- [3] Headley, Clifford e Govind P. Agrawal: *Raman Amplification in Fiber Optical Communication Systems*. Academic Press, 2005.
- [4] Kidorf, H., K. Rottwitt, M. Nissov, M. Ma e E. Rabarajaona: *Pump interactions in a 100-nm bandwidth Raman amplifier*. IEEE Photon. Technol. Lett., 11:530–532, 1999.
- [5] Achtenhagen, M., G. G. Change, B. Nyman e A. Hardy: *Analysis of a multiple-pump Raman amplifier*. Appl. Phys. Lett., 78:1322–1324, 2001.
- [6] Zhou, X., C. Lu, P. Shum e T. H. Cheng: *A simplified model and optimal design of a multiwavelength backward-pumped Raman amplifier*. IEEE Photon. Technol. Lett., 13:945–947, 2001.
- [7] Xiao, P. C, Q. J Zeng, J. Huang e J. M. Liu: *A new optimal algorithm for multipump sources of distributed fiber Raman amplifier*. IEEE Photon. Technol. Lett., 15:206–208, 2003.
- [8] Helczynski, L. e A. Berntson: *Comparison of EDFA and bidirectionally pumped Raman amplifier in a 40-Gb/s RZ transmission system*. IEEE Photon. Technol. Lett., 13:669–671, 2001.
- [9] López-Barbero, A. P., M. T. G. Rocco, M. J. Pontes, S. P. N. Cani, L. C. Calmon, M. Segatto, M. A. G. Martinez e A. A. Rieznik: *Numerical Routines for the Optimization of Pumps Power and Wavelength in Distributed Raman Amplifiers*. Fiber and Integrated Optics, 25:347–361, 2006.
- [10] Soto, Marcelo A.: *Mezcla de Cuatro Ondas en Amplificadores Raman Distribuidos en Redes Ópticas WDM*. Tese de Mestrado, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile, 2005.
- [11] Bouteiller, J. C., L. Leng e C. Headley: *Pump-Pump Four-Wave Mixing in Distributed Raman Amplified Systems*. Journal of Lightwave Technology, 22(3), 2004.
- [12] Liu, Xueming e Byoungcho Lee: *A Fast and Stable Method for Raman Amplifier Propagation Equations*. Optics Express, 11(18):2163–2176, 2003.
- [13] Desurvire, Emmanuel: *Erbium-Doped Fiber Amplifiers - Principles and Applications*. Wiley-Interscience, New York, 1994.
- [14] Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky e W. T. Vetterling: *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, New York, 1986.